



*Carrollia-96 (-4), marzo 2008*

## CARROLLIA

Dirección en la web: [www.mensa.es/carrollia](http://www.mensa.es/carrollia)

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [C], es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.

Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

<b>Josep M. Albaigès</b>	<b>Francesc Castanyer</b>	<b>Pedro Crespo</b>
--------------------------	---------------------------	---------------------

**96** Compuesto,  $2^5 \cdot 3$ . Es preferido al 100 en ocasiones por su riqueza de divisores. Así, Vitruvio sostenía que la altura de un adulto eran 96 dedos. La distancia real de Saturno al Sol, medida en unidades astronómicas, es 95,5. Y la temperatura del cuerpo humano, en grados Fahrenheit, es  $96^\circ$  F. El icositetrapoto, polítopo cuatridimensional, posee 96 aristas y 96 caras triangulares. 96 fueron los carneros ofrecidos a Dios por los vultuos de la cautividad de Babilonia (Esd 8,35). 96 eran las granadas de bronce en las columnas del Templo destruido (Jer 52,23). En loterías es “el parque”.

**Portada:** La archifamosa “liebre joven” de Alberto Durero figura aquí para dar la enhorabuena a la presentación, que tuvo lugar el pasado 26 de febrero, de la “Enciclopedia de la vida”, destinada a catalogar la biodiversidad. Más información en la página 13.

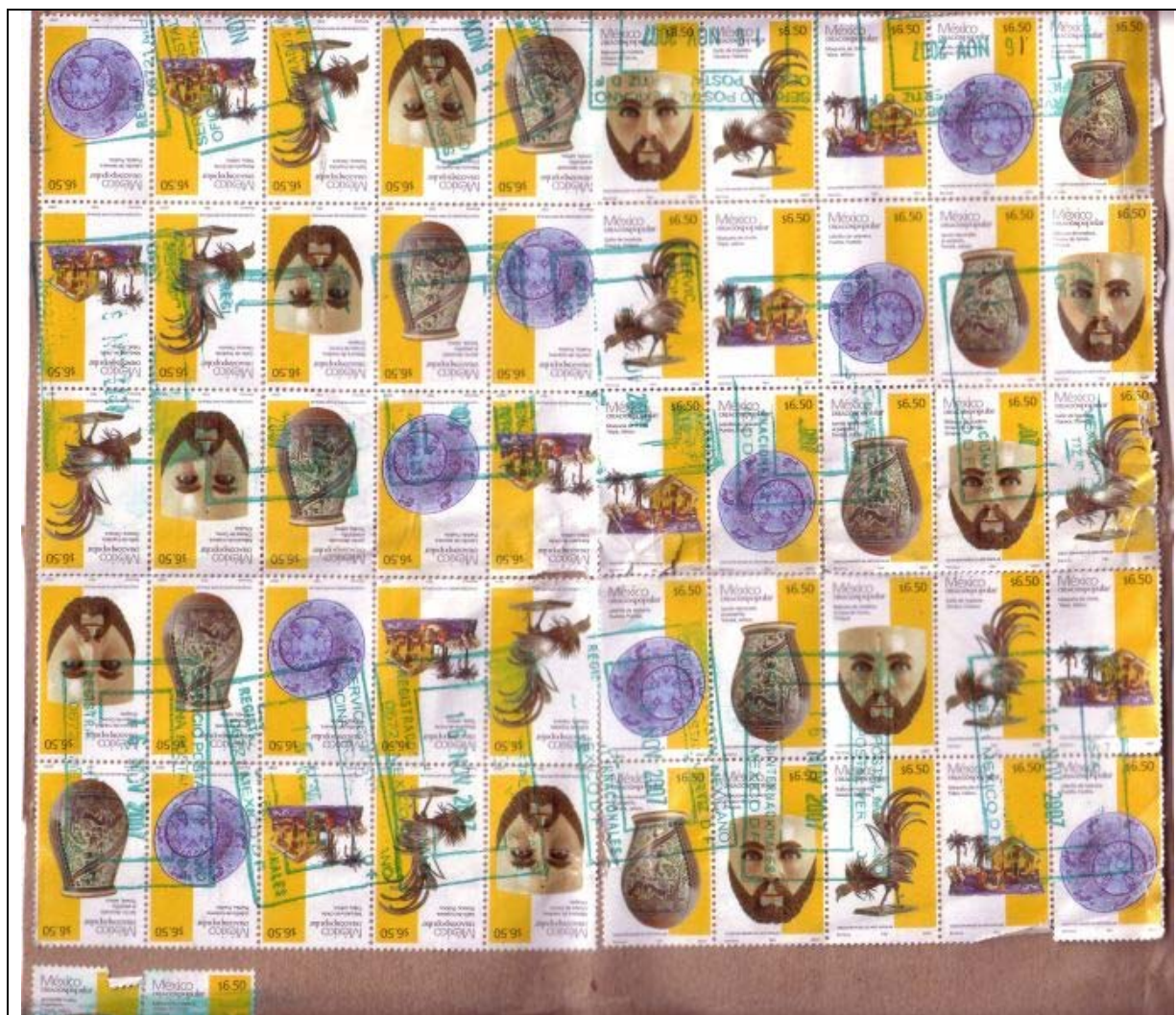
### Índice

96 .....	3
Noticias de México.....	4
Adiós a un rey del tablero.....	11
Lamento por un brujo.....	12
Presentación en sociedad de la Enciclopedia de la vida.....	13
Mnemotecnia... ..	14
Un equipo sueco saca la primera “foto” a un electrón.....	16
6.666.666.666 personas.....	17
¿Cuál es su palabra favorita?.....	17
Cuadrados mágicos pandigitales .....	18
Sorprendente análisis Banzhaf de las elecciones al Congreso de 2008 .....	19
Las reformas del calendario .....	21
Estimación probabilista de las particiones de Goldbach.....	22
Banksy, artista grafitero.....	32



Banksy, el artista del graffiti más popular del mundo, gusta de desafiar al sistema. La imagen alude claramente a la famosa foto (1972) en la que la niña vietnamita Pham Thi Kim Puc huye con otros pequeños por la carretera número 1 del sur de Vietnam, escapando de su aldea bombardeada con napalm por el ejército estadounidense.





## Noticias de México

Esta impresionante ristra de sellos franqueaba el paquete mandado desde el país azteca por Carlos López, insigne palindromista. Se hallará su reseña en SEMAGAMES.

Uno de nuestros más fieles colaboradores, Albert Torres, ha fijado recientemente su residencia en Colombia. Arrullado por los atardeceres divinos y el aroma del cafetal en que vive, no descuida sin embargo el contacto con [C], y manda esta bonita colaboración.

A la finca no hi tinc ni telèfon. Ara se ha acabat la collita forta del cafè pero encara hi tinc uns quants treballadors per netejar-la d'herba i preparar-la per als adobs per a la propera collita del març-abril.

He trobat aquí una petita historia natalenca que no coneixia i porser et pot ser útil per a la revista:

Qué hubiera pasado si en vez de ser tres Reyes Magos masculinos hubieran sido Magas

- No se habrían perdido porque hubieran preguntado.
- Habrían llegado a tiempo y hubieron podido ayudar a María en el parto.
- Habrían ayudado a limpiar y ordenar el establo.
- Habrían llevado regalos útiles como pañales, vestiditos, etc.

Sin embargo al volver a casa habrían hecho comentarios como éstos:

- Las sandalias de María no pegaban nada con su túnica.
- Yo no sé cómo soportan aquellos animales en la misma habitación.
- ¿Os habéis fijado en el niño? No se parece nada a su padre.
- ...que por cierto me han dicho que está en el paro.
- ...y esto de que ella es virgen. Yo hice el bachillerato con ella y...

Jesús M. Landart manda unas interesantes puntualizaciones al problema del *Duelo*, publicado en [C-95]:

En el último número de CARROLLIA (estupendo como siempre), en el artículo titulado "DUELO" creo que hay un paso ilícito en el desarrollo de las probabilidades de victoria de los duelistas: Siendo **a** y **b** las probabilidades de acierto del primer y segundo duelista y **P(A)** y **P(B)** las probabilidades de ganar el duelo de ambos;

De  $P(A)=a/(a+b-ab)$  no se deduce que  $P(A)=a/(1-ab)$ , y análogamente con la probabilidad de que gane el segundo,  $P(B)$ .

Esto es así, pues sólo en algún caso muy concreto tendremos  $a+b=1$ , de hecho esta suma está tan sólo acotada entre 0 y 2. Lo que sí tendremos necesariamente siempre es que  $P(A) + P(B)=1$ . ¿Estoy en lo cierto?

Sin embargo, esto no modifica para nada la validez del resto de aseveraciones del artículo.

Tienes toda la razón, Jesús. Cuando el cálculo me dio una fracción con el denominador  $a+b-ab$ , pensé de corrido: "Hombre, esto se simplifica!", y sin más, en un afán de dar estética a la fórmula, igualé  $a + b = 1$ , cosa ciertamente inexacta. Los que suman 1 son  $P(A) + P(B) = 1$ .

Gracias por detectar el gazapo, y también por los comentarios elogiosos para *Carrollia*, a cuya calidad has contribuido.

José Luis Casaus, de Madrid, se autoaplica el alias "El bombardero de Detroit", apodo que fue de Joe Louis, el gran boxeador estadounidense. Dice:

Igual cometo parcialidad...

El alcalde de Móstoles, Agustina de Aragón y el timbaler del Bruc (majadero, descerebrada y cretino) serán este nuevo año los españoles más admirados por la numerosa caspa y la iracunda laca, sobre todo el majadero. Un año para darse al exceso textil rojigualdo y para ciscarse en la Ilustración. Uno más...

Abajo la Ilustración, vivan las cadenas!!!

Feliz año nuevo.

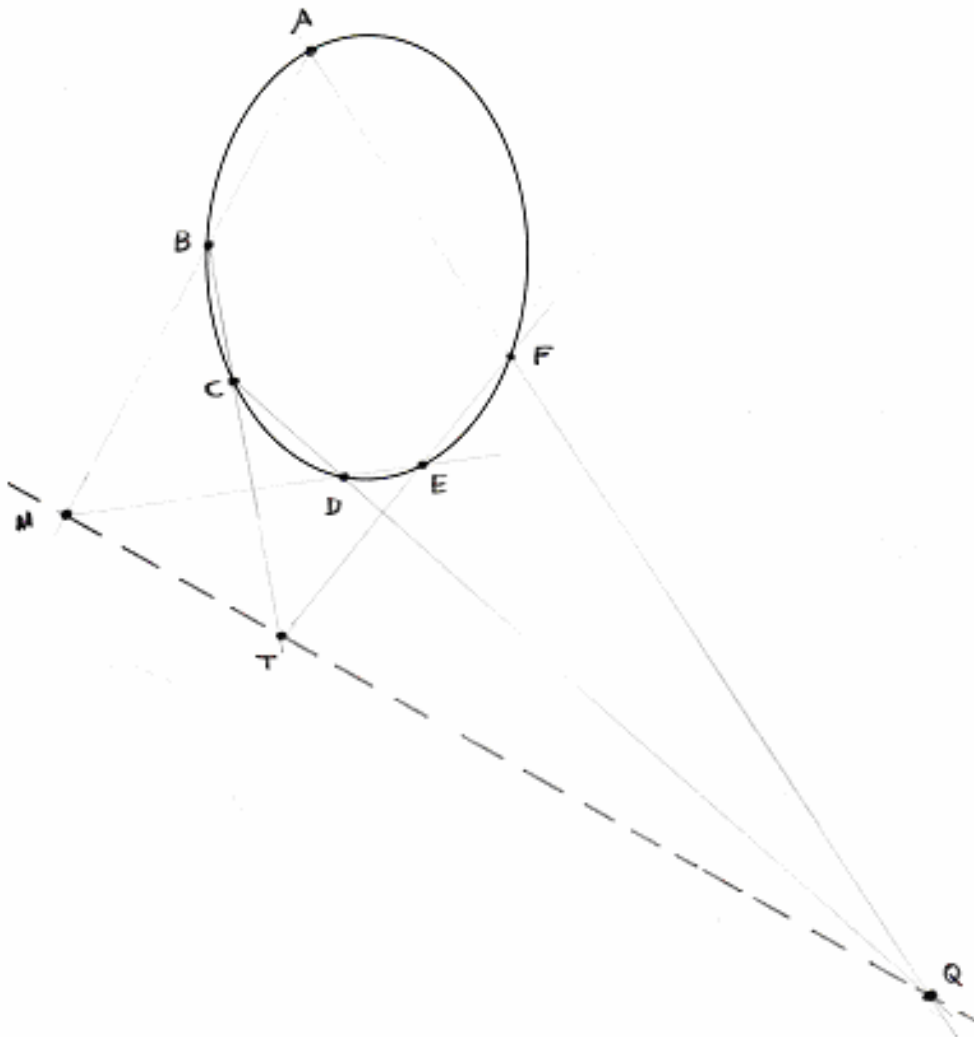
El Bombardero de Detroit.

No sabes cuánto celebro tener noticias tuyas, José Luis. Me ha hecho reír tu mensaje, aunque creo que sí cometes parcialidad. No llamando majadero al alcalde de marras, pero sí descerebrada a Agustina (pobre mujer, ella sólo disparó un cañonazo) y cretino al timbaler (era un simple tambor de su regimiento, y cumplía con su obligación). Pero, ¿son ciertas las hazañas que les atribuyen?

Por cierto, ni en lo de "Vivan las caenas" somos originales. La frase había nacido veinte años antes en la Vendée. Qué asco, siempre copiando...

Manuel Rodríguez Sánchez, de Barcelona, envió unos comentarios sobre las cónicas a propósito de una conversación habida sobre una de sus propiedades más conocidas:

Enunciemos primero el llamado Teorema de Pascal: Los lados opuestos de un hexágono inscrito en una cónica se cortan en tres puntos situados en l línea recta.



Se plantea el siguiente

### Problema

Dada una cónica definida por cinco puntos, trazar la tangente en uno de ellos.

### Solución

Establezcamos primero que el teorema sigue verificándose cuando dos vértices D y E consecutivos tienen a confundirse, sustituyendo el lado correspondiente por la tangente en que se trasforma.

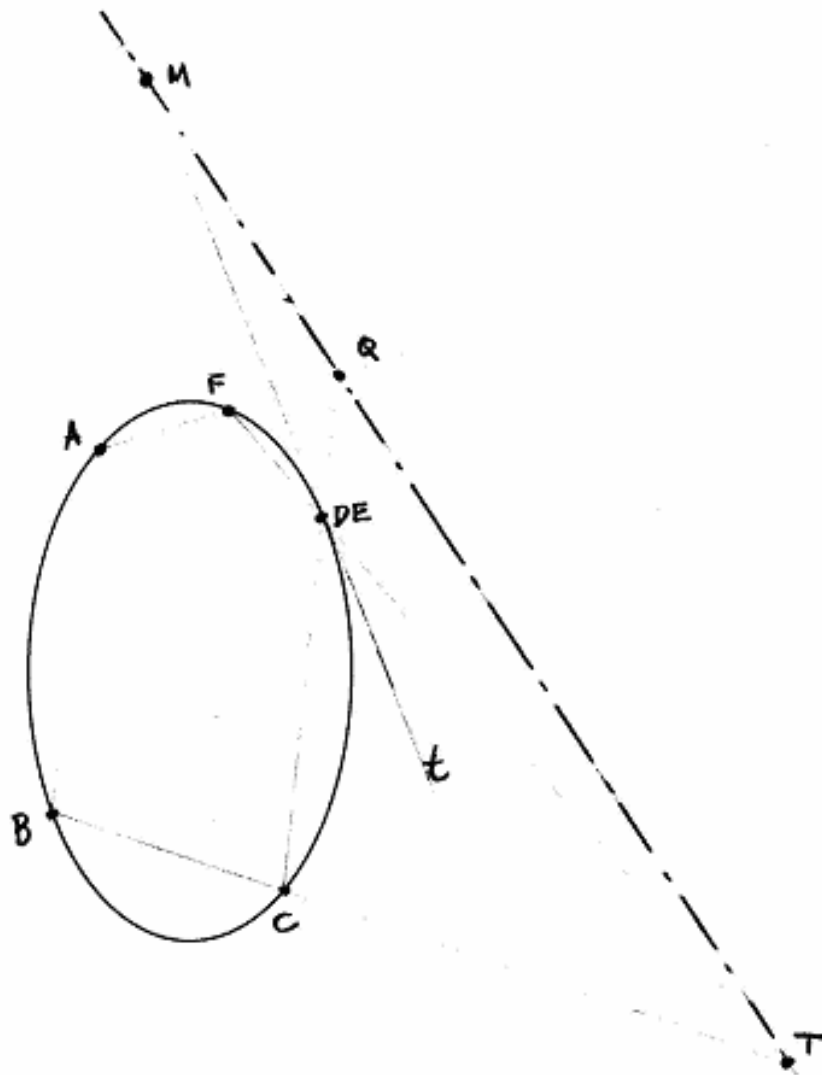
Establecido esto, sea ahora la cónica de la figura, definida por los puntos A, B, C, D y F. Vamos a trazar la tangente en el punto D.

Prolonguemos los lados BC y FD hasta su intersección en el punto T.

Hagamos lo mismo con los lados CD y AF hasta su intersección en Q.

Prolonguemos también el lado AB hasta su intersección con la recta de Pascal TQ en l punto M.

La solución es la recta MD, que es la tangente a la cónica en el punto D.



Miguel Ángel Lerma, actualmente en Evanston (Illinois, USA), hace tiempo que permanecía apartado de [C]. Siempre es una alegría recibir sus sapientísimos comentarios. Dice:

Acabo de recibir el número 95 de Carrollia, y me gustaría comentar el problema de la relación entre grados cuadrados y estereorradianes que Marcel Mañé estudia en las páginas 15-16.

El problema me interesa porque yo también lo estudié hace unos 30 años, y mis consideraciones se publicaron en una revista universitaria (que creo todavía conservo, pero tendría que buscar.)

Tras revisar los cálculos coincido en que el área de una esfera es  $360/\text{sen}(0,5 \pi/180)$  = 41253.484852846911503... veces mayor que la de un cuadrado esférico de lado igual a 1 grado sexagesimal como el que Marcel describe. Sin embargo, puesto que una esfera tiene  $4 \pi$  estereorradianes, el número de sus grados cuadrados en un estereoradián es:

$$360/\text{sen}(0,5 \pi/180) / 4 \pi = 3.282,8480170486082150\dots$$

en vez de los 518.406,57979727... que menciona (i.e., hay que dividir por  $4 \pi$  en vez de multiplicar)

Lo demás está bien, los 5 mil grados cuadrados representan en efecto alrededor de un 12,12% del total de la esfera celeste, etc.

Sin embargo una cuestión más delicada es la de la definición de "grado sexagesimal cuadrado". Marcel entiende por tal el ángulo sólido con vértice en el centro de la esfera y que abarca un cuadrado esférico de un grado de lado. Pero ¿es ésta una definición razonable?

El principal problema de su definición es que contradice el carácter multilineal del cálculo dimensional. Por ejemplo, si una magnitud es 'n' veces cierta unidad 'u', entonces el cuadrado de esa magnitud debe ser  $(n u)^2 = n^2 u^2$ . Por tanto, puesto que un grado sexagesimal es  $\pi/180$  rad, entonces un grado sexagesimal cuadrado tiene que ser  $(\pi/180 \text{ rad})^2 = (\pi/180)^2 \text{ rad}^2$ . Por otro lado un radián cuadrado es precisamente lo mismo que un estereoradián (¿por qué?), y como consecuencia el número de grados cuadrados en un estereoradián es

$$(180/\pi)^2 = 3282,8063500117437947\dots$$

cantidad ligeramente menor a la obtenida arriba.

El auténtico grado cuadrado es un poco mayor que su cuadrado esférico de un grado de lado, el cual mide en realidad unos 0.99998730765583784765614... grados sexagesimales cuadrados "de los de verdad" (ese pequeño defecto de "área angular" es una característica común de las geometrías elípticas).

El número de "auténticos" grados cuadrados en una esfera es  $4 \pi (180/\pi)^2 = 41252,961249419271030\dots$

Se puede encontrar más información sobre el concepto de grado cuadrado en varias paginas web:

[http://en.wikipedia.org/wiki/Square\\_degree](http://en.wikipedia.org/wiki/Square_degree)  
<http://www.answers.com/topic/square-degree?cat=technology>  
<http://www.unc.edu/~rowlett/units/dictS.html>

Por último, justificar que, en efecto,  $\text{sr} = \text{rad}^2$  (un estereoradián es un radián cuadrado).

Una manera de justificarlo es observar, en coordenadas esféricas  $(r, \varphi, \theta)$ , la diferencial de ángulo sólido subtendido por una porción de superficie esférica centrada en el origen:

$$dA = dS/r^2 \text{ estereorradianes}$$

donde  $dS$  = diferencial del área de esa misma superficie esférica:

$$dS = r^2 \sin(\varphi) d(\theta) d(\varphi)$$

Por tanto

$$dA = \sin(\varphi) d(\theta) d(\varphi)$$

Los ángulos  $\theta$  y  $\varphi$  se miden en radianes, por lo tanto su producto se mide en  $\text{rad}^2$ . Tras integrar obtenemos que el ángulo sólido subtendido por la superficie esférica completa es

$$A = 4 \pi \text{ radianes cuadrados}$$

Por definición de estereoradián también sabemos que

$$A = 4 \pi \text{ estereorradianes}$$

Luego un estereoradián = un radián cuadrado, Q.E.D.

Razonamiento impecable. El problema es en el fondo parecido al que me han planteado repetidamente en mi pueblo: "¿Qué es medio metro cuadrado? ¿Un cuadrado de  $50 \times 100$  cm o un cuadrado de  $50 \times 50$  cm?" Claro que llevado al límite.



Sylvia Tichauer, de Chile, manda como felicitación navideña unos bonitos versos de Bertolt Brecht:

HAY QUIENES LUCHAN UN DÍA Y SON BUENOS.  
 HAY OTROS QUE LUCHAN UN AÑO Y SON MEJORES.  
 HAY QUIENES LUCHAN MUCHOS AÑOS Y SON MUY BUENOS.  
 PERO HAY LOS QUE LUCHAN TODA LA VIDA:  
 ÉSOS SON LOS IMPRESCINDIBLES.

Gracias, Sylvia, y esperamos verte pronto en el Encuentro Palindrómico que se celebrará en Iguazú el 29 de marzo, en el que va a haber abundante participación internacional. Si algún carrollista amante de la eulogología y en particular de los palíndromos desea pasar un día agradable, está cordialmente invitado, no tiene más que decírmelo y le mandaré detalles sobre el programa.

Me dice Mariano Nieto, inquieto matemático y eficaz martillo de errateros, de Madrid:

He recibido de Bronchalo [se refiere a otro colega] un problema que titula **Patada de ciego**: Un cubo grande está formado por  $n \times n \times n$  cubitos. El cubo grande tiene sus 6 caras pintadas de rojo. Un ciego le da una patada y esparce por el suelo todos los cubitos. Se pregunta cual es la probabilidad de que el ciego lo reconstruya de manera que las caras sigan siendo rojas. He recibido una solución pero que no funciona para  $n = 2$ . Creo que para este caso de 8 cubitos (que cada uno tendrá sólo 3 caras pintadas) la solución es la mitad de 1 dividido por 8 elevado a 6. ¿Te parece correcta?

Durante la lectura de una novela de Pérez Reverte, por otra parte recomendable, he capturado los siguientes tres gazapillos:

- En el capítulo titulado “Exclusivas y patinazos” dice: “Yo llevaba una máquina de fotos, uno de aquellos aparatos mecánicos, fabricados en metal, pesados y complicados de manejar, que **sólo fotografiaban en blanco y negro**”. Parece, por la descripción, que se trataba de una máquina algo primitiva y tal vez para cargar las tintas sobre este aspecto dice que “solo fotografiaba en blanco y negro”, lo que resulta ser un tanto absurdo ya que el que una máquina haga fotos en color sólo depende del carrete que se le cargue, si se le pone el carrete adecuado, en color, cualquier máquina hará fotos en color.
- En un par de ocasiones, describiendo el ambiente escolar de su infancia, habla de los castigos y “los palmetazos en la mano **con la regla de cálculo...**”. Evidentemente Reverte no tiene una idea clara de lo que es en realidad una regla de cálculo, instrumento ingenieril que mediante una serie de escalas logarítmicas y cursores permite efectuar cálculos aproximados de manera rápida. No es verosímil que un profesor de primaria, ni siquiera de bachillerato acudiese a clase con ese artilugio y menos que lo usase para palmear a sus alumnos.
- Este tercer gazapo es de menor cuantía. Habla de un viaje en coche por un camino infernal “con temor de la rotura del **depósito del aceite**”. Los coches tienen depósito de gasolina, de agua, de líquido de frenos, etc. pero no de aceite, éste va dentro del motor en una zona llamada cárter.

Frases: “Una geisha es una mujer que está a medio camino entre la actriz, la madre y la profesora”. “A menudo la literatura debe cumplir la función de hacer verosímil la vida”.

Muy cierto. Sin duda Reverte oyó en algún momento “regla de cálculo” y lo metió sin más. En cuanto a lo de las cámaras que “fotografían en color” fue un método de propaganda subliminal destinado a personas poco versadas en el arte de la fotografía. Incluso recuerdo una

cámara, allá por los 70, que se llamaba "Werlisa Color", lo que daba pie a que los vendedores afirmaran que "podía hacer fotos en color".

Aunque... recuerdo a mi padre manejando en los años 50 una tosca cámara que usaba unos carretes enormes. Está claro que jamás los hubo de este tipo en color, porque el progreso tecnológico aplicó esta mejora a los de tipo 136, todavía usuales. Esto puede haber dejado un rastro en la memoria...

En cuanto al problema del cubo y el ciego, recuerdo haberlo resuelto en aquellos tiempos de estudiante; publicaré su solución en el próximo [C] (en éste no hay espacio), a ver si alguien más se anima a estudiarlo.

Y dice Pedro Crespo, nuestro coeditor, en Barcelona:

Por el apartado "El Señor Quijote" de C-94 (página 9) he tenido noticia de mi nombramiento como Caballero Don Quijote con el número Q-72. Como muestra de agradecimiento por tan grande honor quisiera dedicar otro de los artículos sobre números primos que surgieron a partir de la ya varias veces mencionada "Conjetura de Viaña". Aparte de la solución a dicha conjetura, el pequeño relato de matemática-ficción en el que visito a Fermat y el problema de probabilidades tratado en el artículo de título "La taquillera chiflada, un problema de colisiones", todos ellos publicados en C-90, el artículo que aquí presento sobre un método probabilista para estimar las "particiones de Goldbach", y que explica por otra parte la razón oculta bajo los patrones que exhiben los números de Goldbach, fue otro de los resultados de mis reflexiones sobre los números primos provocadas por el artículo original de Viaña. No sin cierta vergüenza confieso aquí que durante una quincena estuve intentando el asalto a la fortaleza conocida como Conjetura de Goldbach, sin otro resultado que el de comprobar que cada vía que se me antojaba prometedor terminaba siendo irremisiblemente un camino sin salida. Durante ese lapso mi vida fue una reproducción abreviada de la que atormentó al pobre Tío Petros, que con tanta profundidad psicológica retrató Apostolos Doxiadis en su novela "El tío Petros y la conjetura de Goldbach".

Otra cosa. Ayer improvisé un lamento por la muerte de Bobby Fisher. Me queda la duda acerca del título: ¿Cómo se dice? Elegía a la muerte de..., Elegía por la muerte de... Elegía por... ¿Te parece bien tal como está?

He estado leyendo las memorias de Neruda, y me estoy apuntando a la moda de poner solamente los signos finales de interrogación, exclamación, etc. Es una burrada? Es que por ordenador es mucho más cómodo.

[Pedro se refiere a su blog <http://poesopa.blogspot.com/>, cuya visita es altamente recomendable.] Muy buena tu elegía por BF. Yo también sentí su muerte. Era un hombre alocado, pero el mejor jugador de la historia, y luchó por lo que él creía justo, oponiéndose al sistema. Su sino, como el de los héroes, era sucumbir, pero lo que cuenta es la lucha. Por cierto, ¿por qué no escribes algo sobre él para [C]?

Sobre lo del signo de interrogación, en catalán seguimos una "moda intermedia": ponerlo (o el de exclamación) sólo al final, salvo cuando la pregunta es muy larga y/o no se "ve venir" desde el principio.

Què te'n sembla?

Oi que quan es veu venir com en aquest cas tampoc no cal?

¿La religió és realment l'opi del poble?

Os dejo meditando sobre esta trascendental pregunta hasta el próximo junio, en que habremos sobrepasado la diabólica cifra de 6.666.666.666 habitantes en este planeta.

JMAiO

## Adiós a un rey del tablero

Aunque la definición de genio se intuye vaga, pocos dudan de que ese apelativo se aplica bien a Robert (Bobby) Fischer, una de las figuras más deslumbrantes de la historia del ajedrez. Robert James Fischer, de nacionalidad islandesa, había nacido en Chicago en 1943. Cuando contaba dos años de edad sus padres se separaron, y cuatro años más tarde su madre se trasladó con él y su hermana —algo mayor que el niño— a Brooklyn, Nueva York, forja de muchos grandes ajedrecistas estadounidenses. A los seis años empezó a jugar, al comienzo casi únicamente consigo mismo. Más tarde su madre lo apuntó en el Brooklyn Chess Club. A los trece años se hizo miembro del Manhattan Chess Club, y a los quince años obtuvo el título de Gran Maestro.

A veces se oye decir que el cerebro de un genio alberga casi siempre un gramo de locura; es forzoso convenir en que algo hay de ello en el caso de Fischer. Tremendamente obsesivo, dedicó al ajedrez casi todo su tiempo. Desde muy pronto dio muestras de un carácter irritable y paranoico. Pero fueron precisamente sus exigencias en cuanto a la normativa de los campeonatos internacionales y en lo que se refiere a la cuantía de los premios las que dignificaron el juego, a la vez que las polémicas que rodearon sus intervenciones contribuyeron en gran manera a popularizarlo universalmente.

Tras toda una serie de peripecias y de un récord histórico de diecinueve victorias consecutivas, en 1972 Fischer disputó al ruso Boris Spassky el campeonato mundial de ajedrez en Reykiavik, Islandia. Este encuentro cobró una trascendencia que rebasó con mucho los habituales límites del mero deporte, pues se convirtió en un símbolo más de la guerra fría. Baste decir que para vencer las reticencias de Fischer hizo falta la aportación pecuniaria por parte de un millonario de los EEUU, así como la intervención del propio Henry Kissinger, a la sazón secretario de Estado de dicho país. Con un inicio que hacía presagiar lo peor para Fischer (perdió las primeras partidas al ausentarse tras advertir una cámara oculta), nuestro hombre se impuso finalmente al cabo de 21 partidas, con 7 ganadas, 11 tablas y 3 perdidas. Hasta la fecha es el único estadounidense coronado campeón mundial de ajedrez. En 1975 las exigencias de Fischer resultaron ya insoportables para la FIDE, y la corona pasó al aspirante Anatoly Karpov.

Desde entonces Fischer se retiró de las competiciones, hasta que aceptó acudir a Belgrado para un nuevo encuentro con Spassky, organizado para celebrar que se cumplían veinte años desde su famoso duelo por el título mundial. Fischer volvió a derrotar a Spassky, pero la cita lo convirtió en “traidor a la patria” (sic), pues los EEUU tenían a la ex-Yugoslavia bajo bloqueo a causa del conflicto de los Balcanes. Después de doce años sin que se conociera bien su paradero fue apresado en Tokio en virtud de la orden de busca y captura emitida por los Estados Unidos en 1972 en vigencia todavía.

Islandia, que no había olvidado que muchos conocen que ese país existe en los mapas gracias a Fischer, acudió en su rescate y consiguió sacarlo de la cárcel de Japón, concediéndole asilo y poco después la ciudadanía. Allí vivió casi en la penuria (sus cuentas estaban bloqueadas) junto a su pareja Miyoto Watai, que había sido presidenta de la Asociación Japonesa de Ajedrez. Ingresado en varias ocasiones por presentar serios síntomas de paranoia, Fischer falleció tras una enfermedad no bien aclarada el pasado día 17 de enero; tenía al morir tantos años como casillas tiene el tablero de ajedrez. Los Estados Unidos de Norteamérica no supieron reconocer su deuda con quien, al romper la hegemonía rusa en el ajedrez, otorgó a su país un motivo de orgullo en un momento delicado de la guerra fría. Un ejemplo más de miopía política.

*P. Crespo, marzo 2008*

### Lamento por un brujo

Ocho por ocho  
 sesenta y cuatro.  
 Porque no los contempla  
 la mirada del brujo,  
 sesenta y cuatro escaques  
 se han teñido de negro,  
 y ya no alternan  
 el claro y el oscuro,  
 porque no los contempla  
 la mirada del brujo.

Se apagó la luz en Islandia,  
 y la noche jugó al salto del caballo  
 de tablero en tablero  
 en lúgubre danza  
 hasta cubrir el orbe.

Por vez primera  
 abandonaron a un tiempo  
 negras y blancas.  
 ¿El rey negro? Tiró su corona negra.  
 ¿El rey blanco? Tiró su corona blanca.  
 Los alfiles siguen los caminos rectos,  
 se rompieron las almenas de las torres,  
 los caballos se negaron a brincar,  
 los peones, todos a una,  
 retrocedieron un paso,  
 la reina negra llora en su casilla negra,  
 la reina blanca llora en su casilla negra.

Cuando avance el tiempo  
 y los peones den pasos al frente  
 y los caballos vuelvan a saltar quebradamente  
 y los alfiles vengan otra vez  
 por sus oblicuos derroteros  
 y las torres recompongan su testa  
 y la dama negra enjuague sus lágrimas  
 y la dama blanca recupere su casilla blanca,  
 entonces, sólo entonces,  
 tornaré a sentarme ante el tablero,  
 y pensaré en ti, Bobby,  
 aunque ahora sé muy bien  
 que ya no habrá más juego.

*Pedro Crespo, 18 enero 2008*



## Presentación en sociedad de “La Enciclopedia de la vida”.

Acaba de nacer y ya está dando sus primeros pasos la

[Encyclopedia of Life](#) (Enciclopedia de la vida)

Llega con la intención de ser la "Wikipedia" de la diversidad biológica. El objetivo es elogiado, porque en la actualidad el conocimiento de la totalidad de las especies vivas, que se estima en unos 1,8 millones, se halla muy disperso, tanto en cuanto a su localización (en ocasiones hay referencias que solamente se encuentran en revistas especializadas de distintos países) como en lo que se refiere al idioma del catálogo (sí, justamente, el chino sin ir más cerca).

La *Enciclopedia de la vida* es una iniciativa de la Universidad de Harvard y el Instituto Smithsonian. Con las siglas en inglés EOL, el pasado 26 de febrero se llevó a cabo la presentación, en el foro anual de la TED Conference celebrado en Monterey (E.E.U.U.), de las primeras 30.000 páginas de este libro virtual dedicado a catalogar todas las formas que adopta la vida conocida.

Se espera que hacia 2017 se hallan catalogado finalmente la totalidad de especies, en un conjunto de unos dos millones de páginas, que estarán ilustradas con imágenes, vídeos, sonidos y secuencias genéticas.

En esta nueva empresa participa la Fundación Wikipedia, porque se trata de un desarrollo en colaboración, en el que se participarán tanto científicos como público aficionado en general. El lema, según el director ejecutivo de EOL, es que cada página vacía debe ser vista como una invitación a participar en este tan ambicioso empeño.

La mariposa de la ilustración al pie de esta nota es propia del sureste de Australia, y es conocida vulgarmente como la mariposa azul imperio (Imperial Blue Butterfly, *Jalmenus Evagoras*). La he capturado con mi cazamariposas directamente de la EOL ([www.eol.org](http://www.eol.org)).



# Mnemotecnia

Un método infalible para recordar números telefónicos y los beneficios catastróficos que ocasionan. El humorista ruso Arcadi Averchenko vivió entre los años 1881 y 1925, dirigiendo en su país la revista *Satirikon*. Su desternillante cuento fue publicado en la revista argentina *Humor y Juegos* (no 8).

Vací lentamente mi copita de licor, tomé la postura de un hombre fatigado por una comida copiosa y le pregunté al amigo con quien acababa de comer:

—Me telefonará usted mañana por la mañana, ¿eh?

—Desde luego. A propósito: ¿cuál es el número de su teléfono?

—Ha hecho bien en preguntármelo: mi teléfono no está aún inscrito en la Guía.

Apúntelo: 54-26.

Mi amigo se sonrió desdeñosamente y dijo:

—No vale la pena: tengo buena memoria. ¿Qué número ha dicho usted?

—54-26.

—54-26... 54-26. No es difícil de retener. 54-26.

—No se le olvide. ¿eh?

—¿Qué se me ha de olvidar! Es muy sencillo: 64 y 26.

—64, no: ¡54!

—¡Ah, sí! 54 y 26: la primera mitad es el doble de la segunda.

—¡No, hombre! 26 por 2 es 52, no 54.

—¡Tiene usted razón! La primera mitad equivale a la segunda multiplicada por dos, más dos. ¡Es muy sencillo!

—Sí; pero con esa sencillez—objeté— hay un defecto. Con arreglo a ese sistema, usted puede creerse que el número de mi teléfono es, por ejemplo, el 26-12.

—¿Por qué?

—Porque multiplicando la segunda mitad por dos y añadiéndole dos obtiene usted la primera mitad.

—¡Diablos, es verdad! Espere... ¿Qué número dice usted que es?

—El 54-26.

—Muy bien. Por de pronto, hay que grabar bien en la memoria la segunda mitad y servirse de ella como punto de partida. La segunda mitad es 34, ¿no?

—¡26!

—¡Ah, sí, 26! Se trata de grabarla bien en la memoria. Pero ¿cómo?

Mi amigo se sumergió en una honda meditación.

—26 es el número de dedos que tienen los monos y los hombres, más 6. Este sumando es el que no sé cómo recordar.

—Es muy fácil —dije—. El 6 es el 9 invertido.

—Sí; pero el 9 es también el 6 invertido. Y surge un nuevo problema; el de recordar si lo que hay que invertir es el 9 o el 6.

Yo también me sumergí en una honda meditación mnemotécnica y no tardé en encontrar una solución, que me apresuré a proponerle a mi amigo: apuntar el 6 en el carnet.

—¡Hombre, para eso apuntaría el número entero! No vale la pena. Lo importante es recordar la segunda mitad, el 26... Verá usted, verá usted... Supongamos que tengo un billete de 25 rublos y un rublo de plata.

—¡Eso es muy complicado! Lo mejor sería... ¿Cuántos años tiene usted?

—Treinta y dos.

—¿Treinta y dos? ¡Muy bien! 26 es el número de sus años menos 6. ¡Eureka!

—¡Qué eureka ni qué niño muerto! Surge otra vez el 6, que no hay modo de recordarlo.

—Alguno habrá. Por ejemplo..., los cinco dedos de la mano y un rublo en el bolsillo.

—¡Hombre, eso es absurdo! Treinta y dos años, cinco dedos y un rublo... ¡Me armaría un lío! Hay que inventar algo sencillo.

—Invéntelo usted —contesté herido en mi amor propio.

—Bueno; déjeme pensar un poco...

Mi amigo frunció las cejas y se atenazó la barbilla con el pulgar y el índice de la mano derecha, como un hombre de Estado que trata de resolver una grave cuestión internacional.

—¿Cuál ha dicho usted que es el número de su teléfono? —preguntó tras un largo silencio.

—El 54-26.

—Muy bien. Mi padre murió a los cincuenta y siete años, y mi hermana a los veintiuno. De modo que la primera mitad del número de su teléfono es la edad de mi difunto padre al morir, menos 3..., y la de mi hermana al exhalar el último suspiro, más...

—Deje usted en paz a los muertos. Se puede proceder de una manera más sencilla. Las dos primeras cifras del número de mi teléfono son 54, y las otras dos, 26. Cinco y cuatro suman nueve—, dos y seis suman ocho.

—Bien, ¿y qué?

—9 y 8 suman 17. El 1 y el 7 de 17 suman 8.

—No sé adonde va usted a parar.

La mirada severa que acompañó a estas palabras me turbó un poco.

—Ocho —proseguí—, no lo olvide usted, 8...; es decir, 5 y 3, o si le parece a usted mejor, 4 y 4.

—¿Y qué?

—No me mire usted de ese modo... Me azora, me pone nervioso. Si no le gusta a usted este procedimiento, invente otro más ingenioso.

—Verá usted, verá usted... ¿En qué año estalló la guerra de Crimea?

—En 1854.

—Muy bien. 54 es la primera mitad del número de su teléfono. Cuántos años duró la guerra de los Treinta Años?

—Si no se me ha olvidado, treinta.

—Muy bien, 30 menos 4, 26: es decir, la segunda mitad del número que nos ocupa. 30 menos 4. El 4 es lo que no sé cómo recordar...

—Es muy sencillo. Los dedos de una mano o de un pie...

—¡Si son cinco!

—Los dedos de una mano o de un pie, tras la amputación del que juzgue usted menos necesario.

—¡Ah, se lo toma en broma!... Cuatro..., cuatro..., ¡las cuatro partes del mundo! Ya está todo arreglado: la guerra de Crimea y la guerra de los Treinta Años menos las cuatro partes del mundo. ¡No puede ser más sencillo!

Tres días después me encontré al mnemonista en el *foyer* del teatro.

—¿Por qué no me telefoneó usted anteayer?—le pregunté con aspereza—. Me pasé todo el día en casa esperando.

—¡Hombre, tiene gracia! —contestó de muy mal talante—. ¡Soy yo el descalabrado y usted se pone la venda!

—¿Que es usted el descalabrado?

—¡Claro! ¡Se burló usted de mí! En vez de decirme el número de su teléfono, me dijo usted el número de su querida.

—¿...?

—No se haga el sorprendido, no. Llamé, pedí comunicación con el número 54-2, y cuando pregunté por usted me contestó, furiosa, una voz masculina: "¡Váyase usted al diablo!, y dígame a Ilia Ivanovich que si vuelve a poner los pies en esta casa y no rompa sus relaciones criminales con mi mujer, le mato como a un perro".

El mnemonista me lanzó una mirada severa y añadió:

—Cuando se tienen relaciones amorosas con mujeres casadas hay que ser más prudente.

—¡Guárdese sus consejos —grité—, y explíqueme por qué razón pidió comunicación con el número 54-2, siendo el 54-26 el de mi teléfono!

—¿El 54-26? ¿Fue ése el número que me dijo usted?

—Sí; ¡el 54-26!, ¡¡el 54-26!!, ¡¡¡el 54-26!!!

—¡No puede ser!

—¿Cómo que no puede ser!

—Lo grabé muy bien en mi memoria...: La guerra de Crimea (1854)...

—¿Y qué más?

—La Guerra de los Siete Años...

—¡De los Treinta Años!

—¿De los Treinta?... ¡Ahora me lo explico todo! En vez de restar de 30 las cinco partes del mundo, las resté de 7.

—¿Las cinco partes del mundo? ¿No habíamos quedado en que eran cuatro?... Cuando se es tan desmemoriado se deben apuntar las cosas. Con su dichosa mnemónica me ha fastidiado usted.

—¿Yo?

—¡Claro! Por culpa de usted no podré volver a presentarme en la casa del teléfono 54-2.

En vez de lamentar su equivocación, mi amigo me dijo, mirándome con ojos catonianos:

—No sabía que era usted tan tenorio... En la primera casa con que se pone uno en comunicación telefónica se le descubre una querida. Aplicando la teoría de las probabilidades, y teniendo en cuenta que en la capital hay cerca de sesenta mil teléfonos...

—Muchos de esos teléfonos —repliqué modestamente— pertenecen a bancos, a oficinas, a casas de comercio.

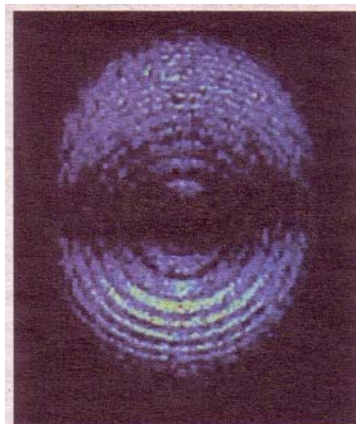
—En todos esos sitios hay empleados, y los amorfos son más fáciles en los establecimientos bancarios y comerciales que en el hogar doméstico.

La observación era atinadísima y, no encontrando ningún argumento de fuerza contra ella, callé.

Arcadi Averchenko

### Un equipo sueco saca la primera 'foto' a un electrón

Los electrones, que junto a protones y neutrones forman los átomos, se mueven tan deprisa que es imposible captar su imagen. Hacen falta impulsos brevísimos de luz láser. Justo lo que ha logrado un equipo de la Universidad de Lund (Suecia).- EL PAÍS, 23.02.08





## 6.666.666.666 personas

El *International Programs Center*, organismo del *U.S. Census Bureau*, ha hecho una proyección de la población total del planeta entre el 1 de julio de 2007 y el 1 de julio de 2008. Los valores respectivos, a las 12 horas HMG, son:

01-jul-07	6.602.274.812
01-ago-07	6.608.818.475
01-sep-07	6.615.362.139
01-oct-07	6.621.694.717
01-nov-07	6.628.238.381
01-dic-07	6.634.570.959
01-ene-08	6.641.114.623
01-feb-08	6.647.658.287
01-mar-08	6.653.779.780
01-abr-08	6.660.323.443
01-may-08	6.666.656.022
01-jun-08	6.673.199.685
01-jul-08	6.679.532.264

Esto supone un crecimiento constante de 211.086 personas/día = 146,58 personas/min = 2,443 personas/s. Por tanto, el día 1 de mayo de 2008, sobre las 13 h, se alcanzará una población de 6.666.666.666 personas.

Pueden consultarse los datos del crecimiento en <http://www.census.gov/ipc/www/popclockworld.html>, y en versión reducida (población instantánea) en <http://opr.princeton.edu/popclock/>.

Los datos de *International Development Research Centre* de Ottawa, Canadá (<http://www.tranquileye.com/clock/>) son ligeramente inferiores (unos 7 millones de personas menos), aunque el ritmo de crecimiento es el mismo. La cifra superdemoníaca no se alcanzaría hasta un mes más tarde.

JMAiO, BCN, 29.02.08

### ¿Cuál es su palabra favorita?

En 2002 el periódico barcelonés *La Vanguardia* convocó un concurso entre sus lectores para saber cuál era su palabra favorita. Como es costumbre en estos casos, había que mandarlas por teléfono móvil previo pago de 0,94 € Resultaron elegidas las siguientes:

Español	Català
albatros	encisador
luciérnaga	independència
azofaifa	Catalunya
perejil	caganiu
amor	tendresa
vanagloria	cigala
tiqueismiquis	xiuxiueig
efebo	atzavara
melancolía	pau
paz	llibertat

## CUADRADOS MÁGICOS PANDIGITALES

Este sorprendente cuadrado mágico, es debido a R. M. **Kurchan**, de Buenos Aires.

<b>1034728695</b>	<b>1035628794</b>	<b>1024739685</b>	<b>1025639784</b>
<b>1024639785</b>	<b>1025739684</b>	<b>1034628795</b>	<b>1035728694</b>
<b>1035629784</b>	<b>1034729685</b>	<b>1025638794</b>	<b>1024738695</b>
<b>1025738694</b>	<b>1024638795</b>	<b>1035729684</b>	<b>1034629785</b>

Al parecer es el cuadrado mágico no trivial 4 x 4 formado por números pandigitales distintos de nueve dígitos y que posee la menor suma mágica pandigital: **4120736958**.

Otro cuadrado análogo pero con suma mágica **4129607358** mayor que la anterior es este, también debido a **Kurchan**, quien afirma que no ha recurrido al ordenador para obtenerlos:

<b>1037956284</b>	<b>1036947285</b>	<b>1027856394</b>	<b>1026847395</b>
<b>1026857394</b>	<b>1027846395</b>	<b>1036957284</b>	<b>1037946285</b>
<b>1036847295</b>	<b>1037856294</b>	<b>1026947385</b>	<b>1027956384</b>
<b>1027946385</b>	<b>1026957384</b>	<b>1037846295</b>	<b>1036857294</b>

El siguiente cuadrado mágico de 3 x 3, debido a J.C. **Rosa**, está compuesto por números primos pandigitales de 12 dígitos, con número suma también pandigital aunque no primo.

<b>914052876349</b>	<b>106438267459</b>	<b>510267485239</b>
<b>106467485239</b>	<b>510252876349</b>	<b>914038267459</b>
<b>510238267459</b>	<b>914067485239</b>	<b>106452876349</b>

Suma mágica = **1530758629047**

**Aristogeronte.**  
Madrid oct. 05

## Sorprendente análisis Banzhaf de las elecciones al Congreso de 2008

Recordemos cómo era el análisis Banzhaf de unos resultados electorales. El llamado “Índice de Poder Banzhaf” (IPB) de un partido es el número de coaliciones de mayoría estricta en las cuales puede entrar. El IPB arroja a veces resultados sorprendentes, como por ejemplo que un tercer partido “bisagra” situado entre dos partidos poderosos puede tener tanto índice de poder como éstos.

(Un ejemplo: tres partidos A, B y C obtienen respectivamente 160, 150 y 40 escaños. El IPB es igual para los tres, pues las posibles coaliciones de dos cualesquiera de ellos proporciona la mayoría absoluta de 175 escaños;  $A+B = 310$ ;  $A+C = 200$ ;  $B+C = 190$ . El IPB es 2 para cada uno de ellos.)

Las elecciones de marzo de 2008 arroja, al ser sometidas al análisis Banzhaf, sorprendentes resultados. La distribución de escaños es la siguiente:

<b>Resultados electorales Congreso 2008</b>	
PSOE	169
PP	153
CiU	11
PNV	6
ERC	3
IU	2
BNG	2
CC	2
UPyD	1
NA-BAI	1
<b>Total</b>	<b>350</b>

Y las posibles coaliciones de mayoría estricta serían:

<b>Coaliciones posibles de mayoría estricta</b>	
PSOE+PP	322
PSOE+CiU	180
PSOE+PNV+ERC	178
PSOE+PNV+IU	177
PSOE+PNV+BNG	177
PSOE+PNV+CC	177
PSOE+PNV+UPyD	176
PSOE+PNV+NA-BAI	176
PSOE+ERC+IU+BNG	176
PSOE+ERC+IU+CC	176
PSOE+ERC+BNG+CC	176
PSOE+ERC+UPyD+NA-BAI	176
PSOE+IU+BNG+CC+UPyD	176
PSOE+IU+BNG+CC+NA-BAI	176
PP+CiU+PNV+ERC+IU+BNG	177
PP+CiU+PNV+ERC+IU+CC	177
PP+CiU+PNV+ERC+IU+UPyD	176
PP+CiU+PNV+ERC+IU+NA-BAI	176

Con lo cual los correspondientes IPB son:

Índice de poder Banzhaf	
PSOE	14
PP	5
CiU	5
PNV	10
ERC	9
IU	9
BNG	6
CC	6
UPyD	4
NA-BAI	4

El PSOE, como era de esperar, tiene un alto IPB al rozar la mayoría absoluta. Sin embargo, el tradicional papel “charnela” de CiU, pese a los buenos resultados de esta coalición, queda muy disminuido en esta ocasión al ser su IPB inferior al del PNV, que ha conseguido una representación mucho menor. Otros partidos con muy bajos resultados, como ERC, IU, BNG y CC, superan a CiU.

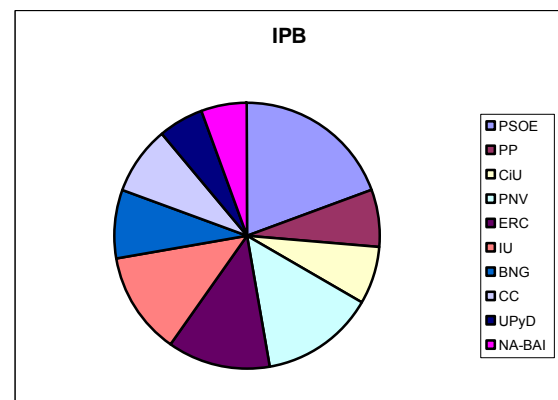
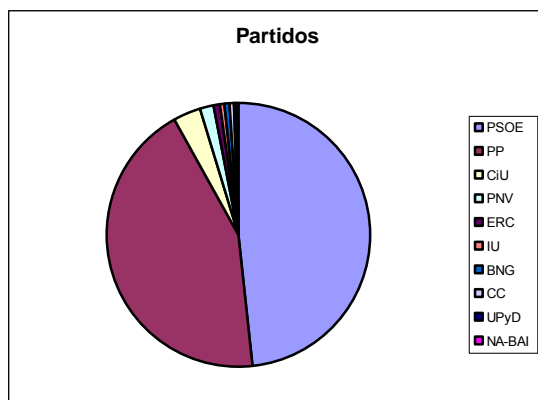
¿Cuál es la razón? Que CiU es tan poderosa (relativamente hablando) y se mueve en una “rendija” tan estrecha, que hay lugar para que actúen en ella nuevas “bisagras de las bisagras”, como son los partidos pequeños, cuyo poder se ha visto magnificado.

Es decir, que un factor que tradicionalmente había jugado a favor de partidos como CiU, esta vez se ha invertido.

En cuanto al partido perdedor, PP, tiene un IPB igual al de CiU y muy inferior al del PNV.

En definitiva: la fragmentación, cuando es excesiva, acaba pasándose factura a sí misma. Lo del voto útil, vamos...

(NB: El análisis anterior es teórico; claro es que muchas de las coaliciones son inimaginables en la práctica. El lector suprimirá éstas según su criterio, obteniendo el verdadero “mapa Banzhaf”, que, con todo, seguro que sigue dando sorpresas.)





## Las reformas del calendario

De puro acostumbrados a usarlo, no somos siempre conscientes de las desventajas de nuestro arcaico sistema de contar el tiempo. Meses de duración distinta, trufados de fiestas colocadas a voleo y aun variables (Semana Santa), que dificultan las programaciones y las estadísticas. Ciertamente, la reforma gregoriana de 1582 consiguió el gran triunfo de ajustar de forma casi perfecta la duración del año a la Astronomía, pero todavía queda mucho por hacer si queremos que nuestro calendario responda a las reales necesidades de nuestra sociedad.

Una primera reforma fue la propuesta por Auguste Comte. Partiendo del hecho de que 365 es un múltiplo de 7 más 1, ¿qué mejor reforma que instituir trece meses de igual duración, 28 días cada uno? El día sobrante (o los dos días, cada cuatro años,) serían días “blancos”, festivos naturalmente, y no tendrían lugar en el cómputo de la semana. De esta forma, todos los meses serían idénticos y sería un juego de niños el calendario y las programaciones en las agendas.

Sin embargo, lo cierto es que a nadie gusta este calendario. ¿Será por el mal fario del número 13? ¿O porque quedan con és destruidos los aniversarios? En todo caso, muchos países han declarado paladinamente no estar dispuestos a aceptarlo. Mal principio para una reforma a partir de un cómputo cronológico que, con toda su imperfección, se ha impuesto en todo el mundo.

Se ha pensado en otros calendarios. Y uno de los los más logrados es el que se ofrece a continuación:

<b>CALENDARIO UNIVERSAL</b>																																																																																																																									
<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr> <tr><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td></tr> <tr><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td></tr> <tr><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td></tr> <tr><td>29</td><td>30</td><td>31</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31					<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr> <tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr> <tr><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td></tr> <tr><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> <tr><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td></td><td></td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D				1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30			<table border="1" style="width: 100%; text-align: center; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr><th>L</th><th>M</th><th>X</th><th>J</th><th>V</th><th>S</th><th>D</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>8</td><td>9</td></tr> <tr><td>17</td><td>18</td><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td></tr> </tbody> </table>	L	M	X	J	V	S	D	3	4	5	6	7	1	2	10	11	12	13	14	8	9	17	18	19	20	21	15	16	24	25	26	27	28	29	30
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																			
1	2	3	4	5	6	7																																																																																																																			
8	9	10	11	12	13	14																																																																																																																			
15	16	17	18	19	20	21																																																																																																																			
22	23	24	25	26	27	28																																																																																																																			
29	30	31																																																																																																																							
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																			
			1	2	3	4																																																																																																																			
5	6	7	8	9	10	11																																																																																																																			
12	13	14	15	16	17	18																																																																																																																			
19	20	21	22	23	24	25																																																																																																																			
26	27	28	29	30																																																																																																																					
L	M	X	J	V	S	D																																																																																																																			
3	4	5	6	7	1	2																																																																																																																			
10	11	12	13	14	8	9																																																																																																																			
17	18	19	20	21	15	16																																																																																																																			
24	25	26	27	28	29	30																																																																																																																			
<b>Enero</b> <b>Abril</b> <b>Julio</b> <b>Octubre</b>	<b>Febrero</b> <b>Mayo</b> <b>Agosto</b> <b>Noviembre</b>	<b>Marzo</b> <b>Junio</b> <b>Septiembre</b> <b>Diciembre</b>																																																																																																																							

Tras el 30 de junio habría el “día bisiesto” cada cuatro años, y tras el 30 de diciembre el “día del año”.

Este calendario tendría varias ventajas. Los tres trimestres serían rigurosamente iguales, en realidad con un calendario trimestral bastaría. Los festivos y laborables estarían compensados. ¡Incluso el trásito desde el actual sería imperceptible! Bastaría iniciarlo en un año que empezara en lunes.

Sin embargo, ¿es práctico prescindir de este “hilo continuo” de la semana hasta los más remotos tiempos? A mayor abundamiento, los ordenadores han simplificado hoy mucho los cálculos. En todo caso el tema, tan manido hace un siglo, aparece hoy abandonado. ¿Se resucitará un día?

Pueden hallarse más detalles en *Le Calendrier*, de Paul Couderc.

## Estimación probabilista de las particiones de Goldbach

### Resumen

El número de particiones de Goldbach que corresponde a una secuencia de números pares exhibe un patrón en el cual se distinguen claramente períodos de longitud 3 (es decir, cada 3 números pares se repiten valores similares) para números altos y períodos de longitud 15 para números todavía mayores. Aunque no sean tan evidentes a primera vista, existen también muchas otras periodicidades, como se mostrará. Aquí describimos un método para evaluar el número de particiones de Goldbach para cualquier secuencia de números pares. Se obtiene un acuerdo razonablemente bueno entre los gráficos obtenidos con ayuda del ordenador y los que corresponden a valores reales. La naturaleza de nuestro método es principalmente de naturaleza estadística.

### 1.- Introducción

Sea  $N$  un número natural par mayor que 2 y designemos por  $(p, q)$ , con  $p$  y  $q$  números primos satisfaciendo  $N = p + q$ , una partición de Goldbach de  $N$  (Oliveira y Silva). A veces se añade la restricción  $p \leq q$ , que no se considerará sin embargo aquí, lo que significa que tanto  $(p, q)$  como  $(q, p)$  serán consideradas particiones válidas. El número total de particiones de Goldbach de  $N$  se llamará el número de Goldbach de  $N$ , o  $R(N)$ .

La figura 1 muestra los números de Goldbach para los primeros cuatro mil números pares, siendo 4 el primero. En este gráfico —generalmente conocido como Cometa Goldbach, debido a la imagen del objeto celeste que sugiere— vemos que los números de Goldbach están distribuidos en valores altos y bajos, alternando en su proximidad, con varios trayectos casi libres de puntos. También es evidente la suavidad del límite inferior de la distribución, comparada con una mayor dispersión de puntos en la zona de los valores altos.

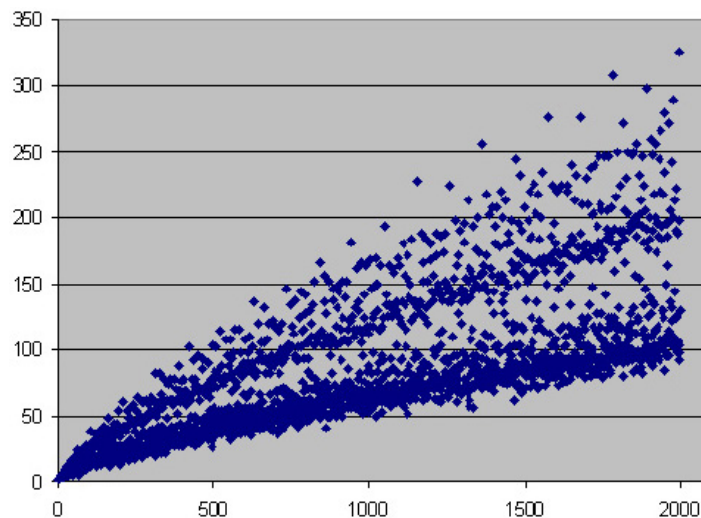


Figura 1:  $R(N)$  desde 4 hasta 4000

Se presentan dos nuevos gráficos con los valores numéricos de Goldbach para secuencias de cien números pares. Hemos explorado rangos de varias potencias de 10 hasta  $10^8$ , y hemos observado que para grandes valores de  $N$ , en la práctica a partir de  $10^3$ , el comportamiento de  $R(N)$  parece obedecer a un patrón aparentemente regular, mostrando las características comentadas en el resumen inicial. La figura 2 presenta los números de Goldbach para números pares desde

1000 hasta 1200 (gráfico superior) y también para números pares desde 100 000 hasta 100 000 200 (gráfico inferior). Podemos observar una similitud en la alternancia de valores que es independiente de la escala, rasgo que es una de las características típicas de los objetos fractales.

## 2.- Lema: el problema de las colisiones.

Nuestro procedimiento se basará en el problema de probabilidades que se presenta en esta sección. Puesto que lo hemos concebido y resuelto sin que nos conste si se trata de un problema conocido, como por otra parte suponemos que lo es, nos referiremos al mismo como **problema de colisiones**.

Sea un número  $a$  de plazas (capacidad, de ahora en adelante), y asignemos  $p$  (con  $p \leq a$ ) elementos de cualquier manera a dichas plazas, de modo que  $p$  plazas resultarán ocupadas. A continuación un número  $q$  de elementos ( $q \leq a$ ) se distribuyen al azar sobre el número total de plazas. A cada elemento nuevo se le asignará una plaza distinta, pero dicha plaza puede estar ya ocupada por alguno de los elementos del primer conjunto de  $p$  elementos. Cuando la misma plaza resulte ocupada por dos elementos, uno del primer conjunto y otro del segundo, diremos que se presenta una **colisión**.

Ahora, la probabilidad que corresponde a  $c$  colisiones, con  $c \leq m$ , siendo  $m$  el menor de los números  $p$  y  $q$ , y siendo por supuesto  $p$  y  $q$  menores que  $a$ , se expresará (ver *La taquillera chiflada: un problema de colisiones*, en Carrollia 90, página 32):

$$P(c) = \binom{q}{c} \frac{p}{a} \times \frac{p-1}{a-1} \times \frac{p-2}{a-2} \times \frac{p-3}{a-3} \times \dots \times \frac{p-c+1}{a-c+1} \times \frac{a-p}{a-c} \times \frac{a-p-1}{a-c-1} \times \dots \times \frac{a-p-q+c+1}{a-q+1} =$$

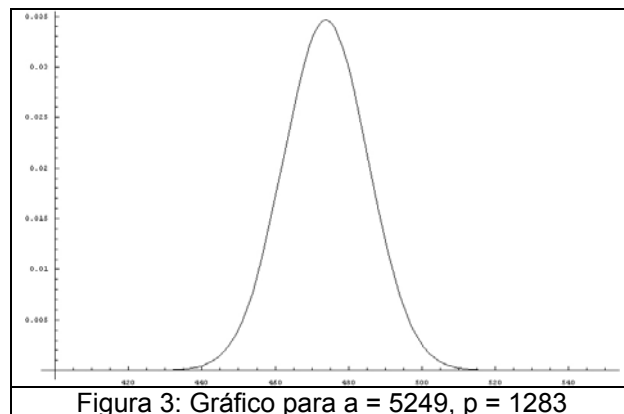
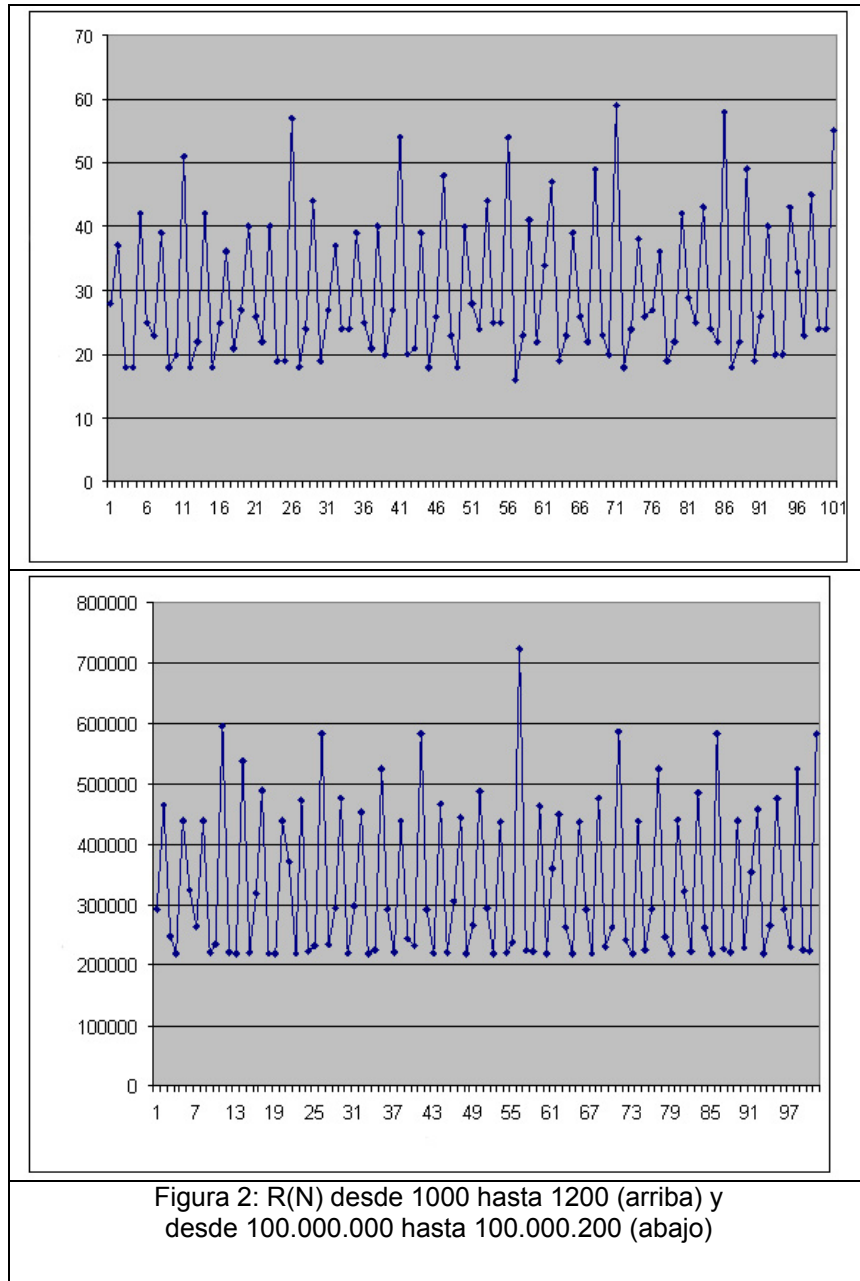
$$= \frac{q!}{(q-c)!c!} \times \frac{p!}{(p-c)!} \times \frac{(a-q)!}{a!} \times \frac{(a-p)!}{(a-p-q+c)!} \quad (1)$$

En nuestras estimaciones de números de Goldbach se tiene siempre  $p = q$ , de modo que la expresión (1) se reduce a la siguiente:

$$P(c) = \frac{(p!)^2}{(q-c)!c!} \times \frac{((a-p)!)^2}{a!(a-2p+c)!} \quad (2)$$

### 2.1.- Distribución del número de colisiones

El número de colisiones sigue una distribución gaussiana. La figura 3 muestra un gráfico de la función obtenida a partir de la ecuación (2) cuando  $c$  se considera como una variable continua  $x$  (la función Gamma de Euler toma el lugar de los factoriales), siendo los parámetros  $a = 5249$  y  $p = 1283$ .



La media  $m$  de la distribución se puede conocer obteniendo el valor máximo de la función. Con la ayuda del programa *Mathematica* hallamos  $m = 313.47$  para este ejemplo. Pero este procedimiento requiere mucho tiempo, de modo que hemos implementado un método de Monte-Carlo para calcular la media y la desviación estándar de la distribución. La precisión de los resultados es muy satisfactoria, incluso para un número de ensayos relativamente pequeño tal como  $10^3$ . Para el ejemplo actual se obtuvo  $m = 313$  empleando la simulación Monte-Carlo con  $10^3$  ensayos. Este es el sistema incorporado en nuestro algoritmo.

Para el procedimiento Monte-Carlo suponemos una distribución al azar de ambos conjuntos de  $p$  elementos sobre las  $a$  plazas. Como se verá, esta no es exactamente la situación para la cual se aplicará este procedimiento —dos series de números primos en orden inverso—, pero, como hemos comprobado, la introducción de factores de corrección que dependen de los períodos así como de la conjunción de dichos períodos proporciona ajustes notablemente buenos en relación con los valores reales.

### 3. - Evaluación de las particiones de Goldbach

Se presenta ahora una breve descripción de nuestro algoritmo para estimar las particiones de Goldbach y reproducir sus patrones. Las explicaciones se acompañan mediante ejemplos sencillos. Sea  $N$  el número par, y tomemos  $N = 62$  para nuestro primer ejemplo. Comenzamos escribiendo dos columnas (ver Tabla 1). En la primera, columna A, escribimos los números impares en orden ascendente, siendo 3 el primero y  $N - 3$  el último. En la columna siguiente, B, escribimos la misma secuencia en orden inverso.

Para tener ahora una partición de Goldbach de  $N$ , deben hallarse dos números primos en la misma fila, columnas A y B (lo que indicamos mediante una X en la columna C), y viceversa. Así pues, podemos suponer que, una vez escrita la columna A, se distribuyen al azar los números primos  $p \leq N - 3$  (el número 2 no se incluye) sobre la misma columna (o bien, si así se prefiere, podemos suponer que la distribución al azar se lleva a cabo en la columna B y que consideramos la presencia de dos números primos en las columnas A y B de la misma fila). Así expresado, este procedimiento puede relacionarse con nuestro antes examinado problema de colisiones. La corrección de este procedimiento descansa en la hipótesis de una distribución al azar de los números primos, lo cual no es exactamente cierto. En nuestro caso se tiene una correlación alta, puesto que en la columna A los números primos van desde una mayor densidad a una menor, y en la columna B tenemos una distribución opuesta. Como veremos, este método sigue siendo válido si se aplican los correspondientes factores de corrección, que dependen de los períodos y de las resonancias que examinaremos en breve.

Como vemos, disponemos de los datos necesarios para aplicar el problema de colisiones. La capacidad  $a$  será el número de filas (números impares desde 3 hasta  $N - 3$ ), es decir

$$a = (N - 4)/2 \quad (3)$$

que es igual a 29 en nuestro ejemplo. Los elementos  $p$  de los dos conjuntos será el número de primos impares no mayores que  $N - 3$ , en nuestro ejemplo  $p = 16$ .

### 3.1 Capacidad efectiva. Períodos y “resonancias”.

Examinemos ahora un importante detalle que afecta la estimación de la capacidad efectiva obligándonos a corregirla. En lugar de  $N = 62$  sea ahora  $N = 60$  el total de números pares considerados. En este caso tenemos que  $N - 3$  es múltiplo de 3. Ahora sucede que todos los múltiplos de 3 de las columnas A y B están en las mismas filas, característica que llamaremos “resonancia”, a pesar de que este término sea más propio de la física. Este hecho conduce a una reducción de la cantidad de resonancias, en nuestro ejemplo 10 para el número 3. En general es igual a

$$N/6 \text{ o } (a + 2)/3, \text{ suponiendo } a \text{ calculado previamente.} \quad (4)$$

En este caso se tiene  $N - 5 =$  múltiplo de 5, de modo que también se hallan presentes resonancias de período 5. En la columna C (Tabla 2) las resonancias se indican por su período numérico. Naturalmente, cuando ambos períodos se hallan “en fase” (otro término tomado de la física por analogía), indicado en la columna C como 3, 5, esta coincidencia se repetirá cada  $3 \times 5 = 15$  filas.

El cálculo de la capacidad debe hacerse restando de su valor original (28 en nuestro ejemplo) el número de resonancias. Si hay resonancias de ciclo 3 la capacidad resultante será  $a - N/6$ , o  $a - (a + 2)/3$  (en nuestro ejemplo  $a = 28 - 60/6 = 28 - (28 + 2)/3 = 18$ ). Cuando se halla una segunda resonancia, debemos comenzar con el último valor calculado para la capacidad, con el fin de evitar contar dos veces las “resonancias de fase”. En general, para una resonancia 5 la nueva capacidad será igual a  $a - (a - 2)/5$ . En nuestro caso tendremos, al tomar en cuenta las resonancias de ciclo 5,  $a = 18 - (18 - 2)/5 = 14$ .

Para períodos mayores se aplica el mismo procedimiento. Como se comprende con facilidad, valores más grandes del período (en otras palabras, el número primo  $n$  es tal que  $N - n =$  múltiplo de  $n$ ) corresponde a un impacto relativamente menos importante sobre la reducción de la capacidad. En nuestros cálculos hemos tomado en cuenta ciclos hasta 19 (3, 5, 7, 11, 17, 19) así como todas sus combinaciones (“resonancias de fase” simultáneas).

En nuestro ejemplo resulta una capacidad de  $a = 4$ , y el número de números primos que intervienen es  $p = 13$ , puesto que 3 y 5 ya no están presentes, una vez eliminados con las filas de resonancia. Como vemos, las resonancias reducen la capacidad e incrementan el número probable de colisiones, de modo que fácilmente se intuye que estos casos corresponden a números de Goldbach con valores altos. Los gráficos superior e inferior de la figura 2 muestran claramente períodos de orden 3 (un valor alto seguido de dos menores) y aquellos casos en los que coinciden las resonancias de los ciclos 3 y 5, que se destacan al tener valores aún más altos separados por 15 ( $3 \times 5$ ) números pares.



Posición	A	B	C		A	B	C
1	3	59	X		3	57	3
2	5	57			5	55	5
3	7	55			7	53	
4	9	53			9	51	3
5	11	51			11	49	
6	13	49			13	47	
7	15	47			15	45	3,5
8	17	45			17	43	
9	19	43	X		19	41	
10	21	41			21	39	3
11	23	39			23	37	
12	25	37			25	35	5
13	27	35			27	33	3
14	29	33			29	31	
15	31	31	X		31	29	
16	33	29			33	27	3
17	35	27			35	25	5
18	37	25			37	23	
19	39	23			39	21	3
20	41	21			41	19	
21	43	19	X		43	17	
22	45	17			45	15	3,5
23	47	15			47	13	
24	49	13			49	11	
25	51	11			51	9	3
26	53	9			53	7	
27	55	7			55	5	5
28	57	5			57	3	3
29	59	3	X		A	B	C
Tabla 1: N = 62				Tabla 2: N = 60			

#### 4.- Factor de correlación entre primos.

Cuando no se presentan resonancias los números primos de la columna A no están distribuidos al azar sobre las plazas. En la columna B están colocados (de arriba abajo) en orden de densidad creciente, mientras que en la columna A están en orden de densidad decreciente. De acuerdo con una propiedad de los números primos conocida como *rarefacción*, relacionada estrechamente con el *Teorema de los números primos*, la densidad de los números primos decrece a medida que crecen los números. Como consecuencia de ello, el número promedio de colisiones calculado a partir de las fórmulas presentadas en la sección 2 debe reducirse por un factor bastante considerable, que hemos estimado en 0.661. Cuando existen resonancias, la supresión de las filas (o posiciones) resonantes conduce a una influencia menor del factor de correlación, puesto que los números primos restantes están ahora más cercanos entre sí. El factor de correlación debe pues adaptarse a la combinación de períodos. Hemos desarrollado un segundo módulo para realizar

automáticamente esta tarea, de modo que los factores correspondientes, una vez afinados, actúen como parámetros de entrada para el procedimiento principal.

## 5.- Procedimiento.

Para cada número impar  $N$  de una determinada secuencia se llevan a cabo las siguientes tareas:

1. Calcular el número de Goldbach de  $N$  verdadero.
2. Calcular  $p$ , es decir el número de números primos impares menores que  $N$ .
3. La capacidad  $a$  se conoce a partir de  $N$  ( $a = (N - 4)/2$ ). Ahora ambos números  $p$  y  $a$  se corrigen por las resonancias, como se explicó en la sección 3. Se obtienen así los valores finales de  $p$  y  $a$ .
4. Se calcula también la combinación de períodos de resonancia. El período exacto de la combinación está dado por un índice, inicialmente cero, al cual se añade una potencia distinta de 2 para cada primo distinto que resuena. Así, se añade 2 para el período 3, 4 para el período 5, 8 para el período 7, y así sucesivamente. Mediante este procedimiento el período exacto de la combinación se identifica específicamente (un índice de 42, por ejemplo, identifica la combinación de períodos 3, 7 y 13). Este paso es necesario para afinar adecuadamente el correspondiente factor de corrección de la correlación entre números primos (ver sección 4), específico para cada combinación de períodos del rango considerado.
5. Conocidos los valores correctos de  $a$  y  $p$ , el proceso calcula el promedio de la distribución del número de colisiones. Aunque no es necesario, calculamos también la desviación estándar de la distribución con el fin de conocer la dispersión esperada, que resulta ser relativamente pequeña. Este es el paso del proceso que consume más tiempo. Hemos utilizado un número relativamente pequeño de ensayos en la simulación Monte-Carlo,  $10^3$ , que a pesar de todo es suficiente para proporcionar resultados correctos.
6. Una vez terminado el paso anterior para una secuencia dada, un segundo paso calcula los factores de la correlación entre primos y los afina minimizando la suma de los cuadrados de las desviaciones.
7. Los factores sintonizados resultantes se incorporan entonces al módulo principal.
8. El módulo principal se ejecuta ahora para calcular los verdaderos números de Goldbach y los estimados para la secuencia de números elegida. Los valores ciertos y los estimados se pueden comparar numérica o gráficamente.

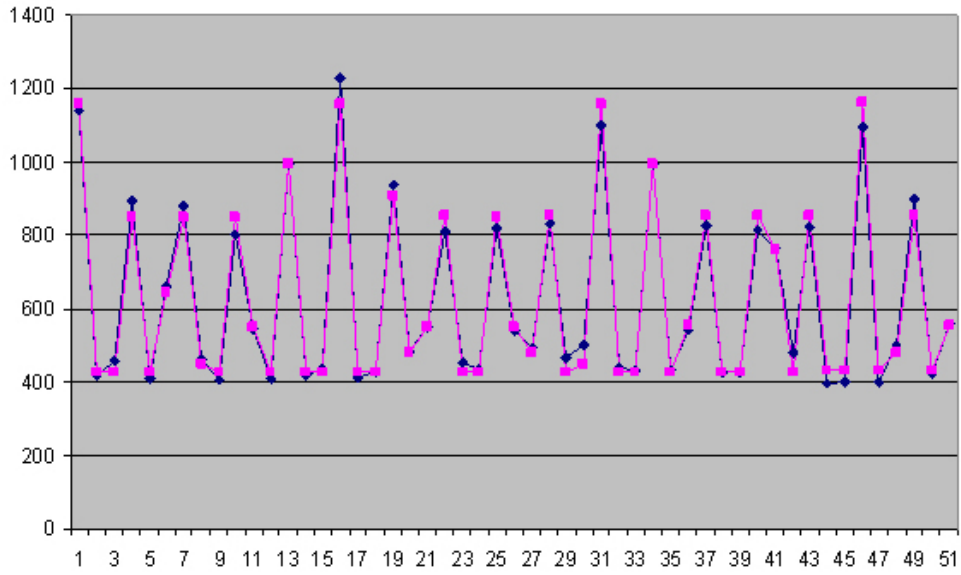


Figura 4: R(N) desde 26 100 hasta 26 200 (exacto: azul; estimado: rojo)

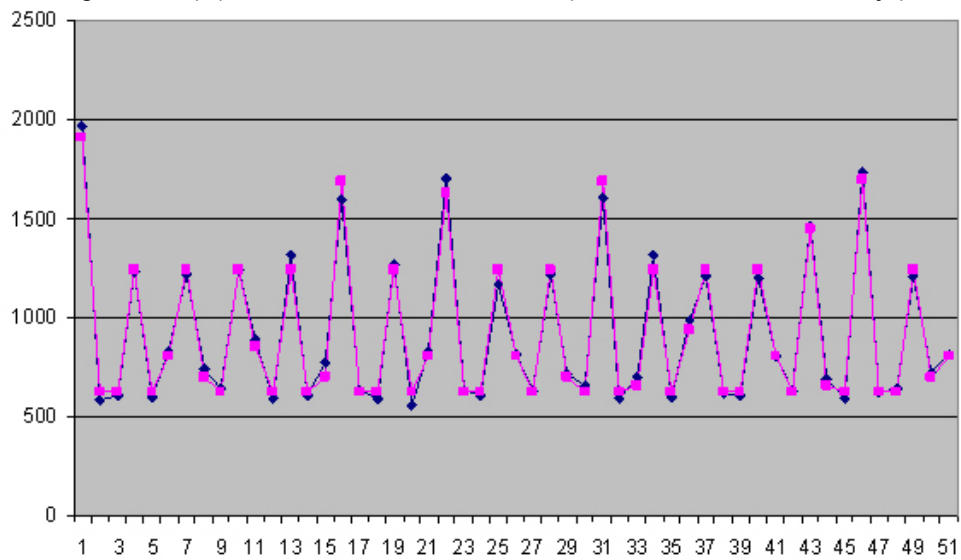


Figura 5: R(N) desde 42 000 hasta 42 100 (exacto: azul; estimado: rojo)

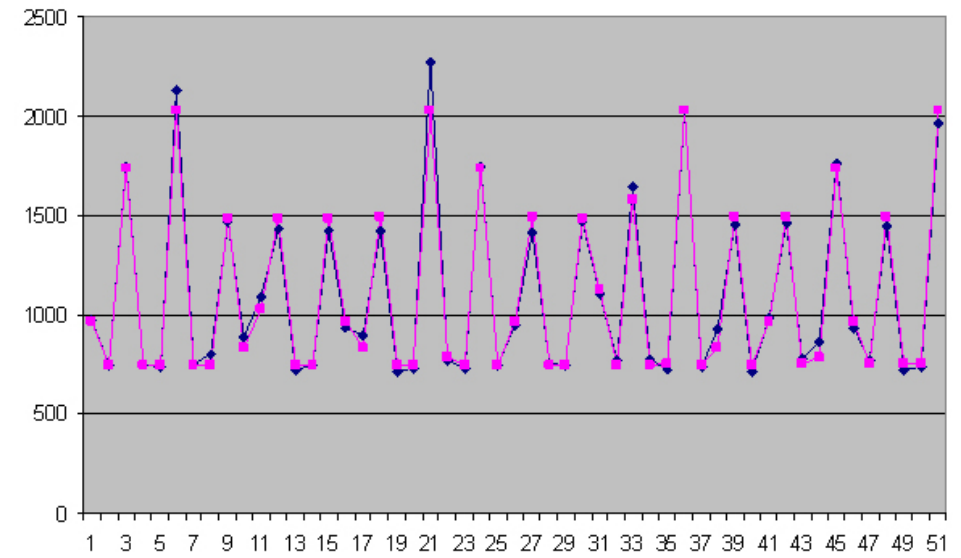


Figura 6: R(N) desde 53 000 hasta 53 100 (exacto: azul; estimado: rojo)

## 6. - Resultados

Las figuras 4 a 6 muestran los gráficos que comparan los valores exactos de los números de Goldbach con los estimados para secuencias de números pares desde 26 100 hasta 26 200, desde 42 000 hasta 42 100 y desde 53 000 hasta 53 100, elegidos al azar como ejemplos. EL color azul se asigna a los valores exactos y el color rojo corresponde a los estimados.

## 7.- Proceso cooperativo.

Este algoritmo requiere mucho tiempo, especialmente para valores altos de los números pares (unas 16 horas para la secuencia 20 000 a 40 000 en un PC AMD Sempron (TM), procesador 3000+, 1.81 GHz). Afortunadamente se adapta muy bien para un proceso en red de ordenadores, ya que se pueden procesar de modo independiente secuencias distintas de números pares. Suponiendo que tenemos una red de varios ordenadores las secuencias a procesar se pueden distribuir libremente sobre la misma, dependiendo del tiempo libre de CPU o de la velocidad del procesador de los nodos, con el fin de cubrir la secuencia completa en lapsos semejantes. También se podría disponer fácilmente un proceso “a petición” (“on demand”), con cada nodo reclamando una nueva parte del trabajo una vez terminada la tarea previamente asignada. Al final del proceso completo todos los fragmentos de datos obtenidos deberán intercalarse para ser procesados por el programa que encuentra y afina los factores de corrección de correlación. Los datos resultantes serán los parámetros del programa principal, y con esta nueva versión podemos explorar la calidad de los ajustes entre los valores exactos de los números de Goldbach y los estimados, para secuencias de números pares (no demasiados a la vez, claro, para evitar gráficos confusos) distribuidos sobre el rango completo explorado, así como fuera de dichos límites.

## 8.- Conclusiones

Creemos que el interés principal del enfoque presentado aquí para evaluar el número de las particiones de Goldbach para números pares es que muestra claramente el origen (el concepto de los períodos o resonancias) del patrón caprichoso que exhiben las secuencias de números pares en lo que se refiere a sus números de Goldbach.

La demanda de tiempo de cálculo y sobre todo las restricciones de memoria del lenguaje de programación utilizado han limitado nuestras secuencias de números pares a una cota superior de sesenta mil. Sin embargo, debido a la naturaleza estadística del proceso, para números mayores es de esperar una precisión mayor.

Para mejores ajustes de los valores estimados con los exactos se deberían tener en cuenta más períodos, lo que significa que habría que considerar más números primos de la secuencia inicial. Esto es especialmente importante cuando se procesan secuencias de números pares grandes.

### 9.- Otra verificación probabilística de la conjetura de Goldbach.

Este resultado deriva del problema de las colisiones. La probabilidad de no tener ninguna colisión está dada por la fórmula

$$P(0) = \frac{a-p}{a} \times \frac{a-p-1}{a-1} \times \frac{a-p-2}{a-2} \dots \times \frac{a-p-q+1}{a-q+1} = \frac{(a-p)!}{a!} \times \frac{(a-q)!}{(a-p-q)!} \quad (5)$$

Si  $p = q$  la fórmula (5) puede escribirse como

$$P(0) = \frac{a-p}{a} \times \frac{a-p-1}{a-1} \times \frac{a-p-2}{a-2} \dots \times \frac{a-2p+1}{a-p+1} = \frac{(a-p)!}{a!} \times \frac{(a-p)!}{(a-2p)!} \quad (6)$$

Ahora podemos expresar el segundo término de (6) en la forma

$$P(0) = (1 - p/a) \times (1 - p/(a-1)) \times (1 - p/(a-2)) \dots \times (1 - p/(a-p+1)) \quad (7)$$

Teniendo en cuenta que es siempre

$$(1 - p/a) > (1 - p/(a-m)) \quad (m > 0)$$

tendremos de (7)

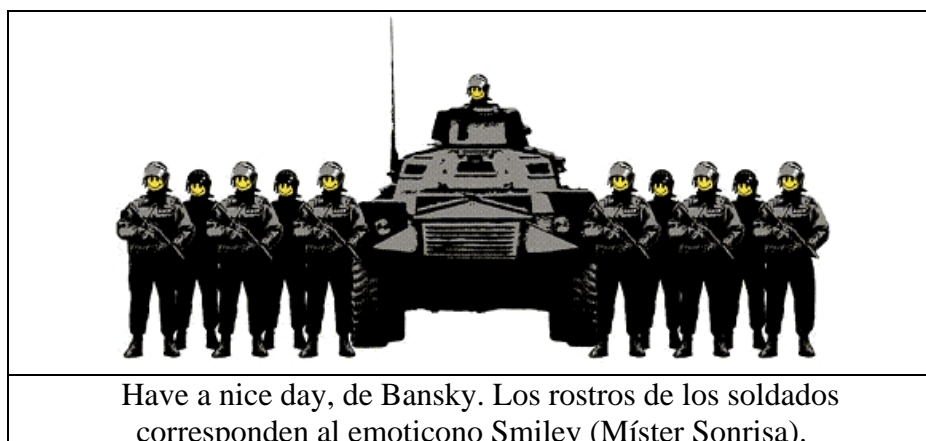
$$P(0) < (1 - p/a)^p \quad (8)$$

Para números pares grandes  $N$  tenemos  $a = (N - 4)/2 \approx N/2$ , y tenemos también que  $p$  (números primos impares menores que  $N$ ) puede aproximarse mediante  $N/\ln(N)$  según el teorema de los números primos, de modo que podemos escribir la ecuación

$$P(0) < (1 - 2/\ln(N))^{(N/\ln(N))} \quad (9)$$

La función representada por la ecuación (9) para  $N$  continuo tiene un máximo para  $N = 18,16$  y tiende muy rápidamente a cero. Para  $N = 10^5$  tenemos  $P(0) < 1,53E-720$ , y para  $N = 10^{11}$  es  $P(0) < 2E-141\,038\,120$ . Considerando que la conjetura de Goldbach ha sido comprobada hasta  $4 \times 10$  (Oliveira y Silva, junio 22006) podemos decir que de tratarse de un fenómeno físico en lugar de una cuestión matemática, sería posible considerarlo una ley sin excepciones en el terreno de la observación.

*Pedro Crespo, 20 de Octubre de 2006*





La rueda se inventó en Mesopotamia hace menos de seis mil años y el carro de compra en los E.E.U.U. en 1937, pero la galería de arte romano del Museo Británico en Londres tuvo expuesta durante varios días la piedra pintada representada en la foto y en el reverso de la cual podía leerse “Hombre primitivo, camino del supermercado”. Se suponía pintada en la prehistoria y representaba a un cavernícola empujando este artefacto propio de un supermercado.

No era la primera vez que Banksy, posiblemente el grafitero más famoso del mundo, cuelga en grandes museos obras suyas. El fraude fue puesto de relieve por el propio Banksy en su página web ([www.banksy.co.uk](http://www.banksy.co.uk)) revelado en su página de internet por el propio bromista. Los responsables del museo, alertados por este aviso, hallaron la pieza en la sala 41, reconociendo no saber cuánto tiempo podía llevar allí.

Según la prensa el así apodado Banksy es un tal Robert Banks, de unos 30 años y residente en Bristol, en el sur de Inglaterra, que se define a sí mismo como un artista del graffiti, y sobre el cual pesan varias órdenes de detención por fraude.



Uno de los graffitis más famosos de Banksy,  
*el tigre que escapa del código de barras*