CARROLLIA

No. 55, dic 1997

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [**C]** , es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.

La cuota anual para pertenecer al **CARROLLSIG** es de 2.000 Pta para residentes en España y de 2.500 Pta en otros países (o equivalente en moneda extranjera). Da derecho a la recepción del boletín y a la participación en todas las actividades del SIG. Número suelto de muestra: 500 Pta. Envíese el importe al primer editor por transferencia a su cuenta corriente, **SIN OLVIDAR ESPECIFICAR EL REMITENTE** en la nota que se rellena en el banco al efectuarla:

Nunca por giro postal.

Los períodos naturales de subscripción van del 1 de julio al 30 de junio del año siguiente. Las altas entre esas fechas se abonarán según la parte proporcional de tiempo pendiente.

Los residentes en el extranjero con dificultades para la remisión de fondos pueden suplirlos por libros u otro material análogo, a su buen criterio.

Las cartas y colaboraciones se remitirán al editor, siempre que sea posible, en DIN A4 y mecanografiadas con cintas de máquina en buen uso. Mejor todavía en diskette, formato WORD 6.0 ó ASCII. Las fechas tope para su inclusión son los últimos días de los meses de febrero, mayo, agosto y noviembre. El boletín aparece dentro del mes siguiente.

Los meses de junio y diciembre se entrega, incluida en la subscripción, la revista BOFCI, órgano de la FCI (Facultad de Ciencias Inútiles), coordinada, dirigida, editada y remitida por:

El vencimiento de la subscripción corriente se indica en la etiqueta postal. Los que la hayan excedido razonablemente pasarán a la categoría carrolliana de "Sonrisa de gato de Cheshire" (esto es, de recuerdo...).

Para más información o participar en [C] Escríbanos

NUMEROLOGIA CARROLLIANA: EL 55

El 55 es un número compuesto. Es:

- El décimo triangular (55 = 1 + 2 + 3 + … + 10). Con el 66 y el 666 son los únicos números de menos de 30 dígitos que son triangulares y formados por un solo dígito repetido.

- Es también el quinto número piramidal cuadrado, es decir, el correspondiente a esferas apiladas formado una pirámide de base cuadrada. La fórmula general para estos números es $P_n = n(n+1)(2n+1)/6$. O, lo que es lo mismo, es el quinto holopotencial de segundo orden: $55 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$.
- El décimo en la serie de Fibonacci ($u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$; u_i = { 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55…}). Los únicos números que son a la vez triangulares y de Fibonacci son el 1, el 3, el 21 y el 55.
- Es el tercer decatópico (suma de los tres primeros eneatópicos). Tras los números triangulares vienen los tetraédricos (suma de los n primeros triangulares), tetratópicos (suma de los n primeros tetraédricos)… y decatópìcos, suma de los primeros eneatópicos. Su fórmula general es

$$Dn = \binom{n+8}{\dots 9}$$

- Es el cuarto número de Kaprekar. Son números de Kaprekar los que una vez elevados al cuadrado, la suma de la mitad izquierda y la derecha de éste reproducen el número (v. gr., 297, pues $297^2 = 88209$, y 88 + 209 = 297. Los primeros números de Kaprekar son 1, 9, 45, 55, 297, 703…
- Es un cúbico con recurrencia digital invariante. Es decir:

$$5^3 + 5^3 = 250$$

$$2^3 + 5^3 + 0^3 = 133$$

$$1^3 + 3^3 + 3^3 = 55$$

- Cualquier número mayor de 55 es la suma de primos distintos de la forma 4n + 3.
- Existen sólo 55 conjuntos de enteros (a,b,c,d) para los que se verifica que cada uno es de la forma $ax^2 + by^2 + cz^2 + du^2$.
- Es uno de los protagonistas de la siguiente curiosidad aritmética:

$$8 - 3 = 5 \quad 8^2 - 3^2 = 55$$

$$78 - 23 = 55 \quad 78^2 - 23^2 = 555$$

$$778 - 223 = 555 \quad 778^2 - 223^2 = 5555$$

$$7778 - 2223 = 5555 \quad 7778^2 - 2223^2 = 55555$$

....

- Es también el número de cartas en una baraja del Tarot. El *Ras-Samra* alterna este número con el 77 refiriéndose al número de veces que habitan los dioses en su morada.

LAS CARTAS: LA SALSA DE CARROLLIA

Miguel Ángel Lerma, actualmente en Austin (Texas, USA) mandó en su habitual e-mail una consulta lingüística, que contesté lo mejor que supe. Pienso que quizás nuestros carrollistas podrían aportar nuevos puntos de vista sobre el tema.

Tengo algunas preguntas lingüísticas. Estoy trabajando por libre y a tiempo parcial para una empresa que está traduciendo unos libros de texto de matemáticas del inglés al español. Puesto que hay mucha gente trabajando en el proyecto han elaborado un glosario de términos que todo el mundo debe seguir, pero de vez en cuando encuentro cosas conflictivas en él. A ver qué opinas.

Considera las siguientes frases:

1. *Which number does not belong in: 2, 22, 222, 3333, 22222?*

2. *Which one of the numbers 9999, 3333, 7777, 2222, belongs in the list: 2, 22, 222, 22222?*

¿Cómo las traducirías? El glosario que nos ha entregado la empresa traduce *belong in* como "pertenece en", pero eso obviamente no es castellano correcto. La idea expresada por *belong in* no es exactamente la de "pertenecer" en el sentido de "ser miembro", sino más bien la de cumplir las propiedades de los miembros de la lista o conjunto. Los términos de la traducción deben elegirse teniendo en cuenta que los libros están destinados a niños pequeños de un nivel como EGB.

Aunque "pertenece a" es bien inteligible en castellano, quizá tratándose de EGB podría utilizarse una expresión como "forma parte". Redacciones matemáticas más precisas como "verifica las mismas condiciones que" serían a mi parecer excesivamente rebuscadas a ese nivel.

Otra pregunta relativa al uso de "de" y "que" para expresar ciertas relaciones entre cantidades. El mismo glosario que he mencionado traduce *more than X*, donde X es algún número o cantidad, como "más de X", lo cual es correcto en frases como "tengo más de cinco libros". Sin embargo algunos traductores están traduciendo *five is more than three* como "cinco es más de tres", que no es inaceptable, aunque en mi opinión no significa exactamente lo mismo que "cinco es más que tres". La cosa es mas problemática cuando traducen *five is two more than three* como "cinco es dos más de tres". Aquí estoy convencido de que la traducción correcta es "cinco es dos más que tres", con "que" en lugar de "de". Mi pregunta es qué diferencia hay entre "más que" y "más de". Yo tengo mi propia teoría al respecto.

Estoy de acuerdo en que no significa exactamente lo mismo, pero, siempre recordando el nivel en que nos movemos, tu sugerencia la veo correcta: "cinco es más que tres". Pero "cinco es dos más que tres" no me parece buen castellano, y quizás haya que redactar la frase de una forma algo distinta y mas perifrástica, como "cinco tiene dos unidades más que tres".

Una tercera pregunta: ¿Cómo traducirías *how many more books than magazines are there on the table?* Las posibilidades son:

a) "¿Cuántos más libros que revistas hay en la mesa?"

b) "¿Cuántos libros más que revistas hay en la mesa?"

Sin duda, la (b), aunque la traducción sigue transmitiendo un aire anglosajón inevitable.

La cuestión de si el adverbio "más" debe ir antes o después del nombre depende de la frase, por ejemplo en "necesito tres libros mas" va después, pero en "hay más libros que revistas" va antes. Cuando tengas una solución para la pregunta de arriba, decide cómo traducir *I have three more books than magazines*:

a) Tengo tres más libros que revistas.

b) Tengo tres libros más que revistas.

Otra vez me parece mejor la forma perifrástica: "El numero de libros que tengo excede al de revistas en tres". Se esta demostrando una superioridad aritmética del inglés, pero es que jugamos en su campo.

Cuarta cuestión. Cuál de las dos frases siguientes es correcta:

a) La mayoría de los invitados se marchó.

b) La mayoría de los invitados se marcharon.

Para mí, la b). La regla de la concordancia sujeto-verbo no es absoluta, y en ocasiones puede no ser la habitual (por ejemplo, cuando decimos "se venden botellas"). Los ingleses son muy absolutos con sus "sustantivos colectivos" (*people* y otros, que exigen el plural verbal), pero nosotros no tanto. En cada caso hay que recurrir a lo que el instinto y la lectura de los buenos autores indica.

Para averiguar si debemos usar el verbo en singular o en plural primero debemos determinar si "la mayoría de los invitados" representa un solo sujeto o varios. Supongo que eso depende de si el "peso" lo ponemos en "mayoría" o en "invitados". En una frase como "en democracia la mayoría decide" obviamente el verbo debe ir en singular. Sin embargo a la pregunta "¿Cómo reaccionaron los invitados?" no parece incorrecto contestar "La mayoría se marcharon".

Yo lo veo correcto, cuando se sobreentiende "La mayoría [de ellos] se marcharon". Pero también "La mayoría [la mayor parte del grupo] se marchó". Creo que en cada caso precisamente el uso del singular o el plural verbal indica donde estamos poniendo el énfasis.

Continuando con construcciones paradójicas, fíjate en la frase "Más de uno se marchó". Si fue más de uno tuvieron que ser al menos dos, y al haber varios sujetos parece que el verbo debería ir en plural y sin embargo va en singular. Supongo que esto es así porque al decir "más de uno" estamos pensando en cada uno por separado.

O porque el "uno", por su proximidad, influye en el tiempo verbal que utilizamos. Si dijéramos "se marcharon más de dos", pasaríamos directamente al plural.

Todavía hablando sobre cantidades, siempre me ha fascinado que usemos el singular con una cantidad de 1, pero el plural con cualquier cantidad distinta, aunque sea menor que uno. Por ejemplo decimos "Puse 1 litro de gasolina en el coche", pero si en vez de 1 es 0,9, decimos "0,9 litros". El género de las fracciones también tiene sus paradojas, habitualmente usamos el masculino: 1/2 = un medio, 4/5 = cuatro quintos, 3/10 = tres décimos, pero si en vez de fracciones son decimales entonces usamos el femenino: 0,3 = tres décimas.

Creo que este es un caso en que la costumbre ha fosilizado unos usos gramaticales que en efecto no son siempre lógicos.

Por ultimo, una anécdota mas cómica que otra cosa: el glosario traduce correctamente *billion* como "mil millones" (nuestro "billón" = un millón de millones no es lo mismo que el *billion* inglés = mil millones). Por lo tanto, fieles al glosario, los traductores, cuyo nivel matemático no de debe de ser muy elevado, traducen *five billion fifteen million* (5 015 000 000) como "cinco mil millones quince millones".

Queda abierto el tema para futuras colaboraciones. Miguel Ángel mandó, en otra carta, un interesante problema:

Te envío ahora un problema que acabo de encontrar en Internet, en el grupo **sci.math**. Dice así: Hallar un conjunto infinito de números naturales tal que ningún subconjunto (no vacío) sume una potencia perfecta. Por "potencia perfecta" se entiende un cuadrado, un cubo, una cuarta potencia, o en general cualquier numero de la forma a^k con a,k > 1. Un par de ejemplos finitos serian {1,5,6,12,28}, y {1,2,10,11,44}. Sus conjuntos de sumas son respectivamente:

{1, 5, 6, 7, 11, 12, 13, 17, 18, 19, 23, 24, 28, 29, 33, 34, 35, 39, 40, 41, 45, 46, 47, 51, 52}

{1, 2, 3, 10, 11, 12, 13, 14, 21, 22, 23, 24, 44, 45, 46, 47, 54, 55, 56, 57, 58, 65, 66, 67, 68}

que como se ve, no contienen potencias perfectas.

Es fácil probar que tal conjunto infinito tiene que existir, porque es posible hallar intervalos arbitrariamente largos sin potencias. Algo mas difícil es describir un conjunto específico con esa propiedad.

Una solución sería $\{2^{2n+1}$: n=0,1,2,...} = {2,8,32,128,...}, es decir, 2 elevado a potencias impares consecutivas. Si tomamos un subconjunto no vacío cualquiera y ordenamos sus elementos de menor a mayor: 2^{2a+1}, 2^{2b+1},...,2^{2k+1}, la suma será:

$S = 2^{2a+1} + 2^{2b+1} + ... + 2^{2k+1} =$

$= 2^{2a+1} (1 + 2^{2b-2a} + ... + 2^{2k-2a})$

$= 2^{2a+1}$ multiplicado por un número impar.

Como el número de veces que aparece el 2 en la descomposición factorial de S es impar, S no puede ser un cuadrado perfecto.

La primera solución que se me ocurrió consistía en productos de cuadrados de números primos consecutivos por el siguiente primo sin cuadrar: 2, $2^2 \cdot 3$, $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$, etc. Luego alguien envió a **sci.math** la solución mas sencilla que te enseño arriba.

Lo que me atrae de este problema es su aspecto de "huevo de Colón", es decir, de problema sencillísimo... una vez que se conoce la solución.

Mariano Nieto, de Madrid, es un habitual colaborador de esta sección, con sus problemas siempre ingeniosos. Esta vez hizo unas consideraciones a mis comentarios sobre el problema del río trifontanal, visto en [C-54]. En la misma carta comentaba "Un problema para obtusos", que se publica en otro lugar de este [C-55], y otros dos no menos estimulantes:

El "Problema para obtusos" (reproducido en otro lugar de este [C]) se las trae, como todos los que manejan el concepto de probabilidad en el campo del continuo, pues hay que definir muy cuidadosamente lo que se entiende por "tres puntos elegidos al azar" (que es una de las posibles formas de definir "un triángulo al azar"). Entenderé que esto significa que cualquier valor para cualquiera de las dos coordenadas de cada punto, tanto $(10,\pi)$ como $(10^{23.600} + 23, -1000^{1.000.000})$, por ejemplo.

Sentado este punto de partida, he aquí mi conclusión. Elijamos los tres puntos de forma no simultánea sino sucesiva (ello no restringe la generalidad del problema). Elegidos los dos primeros A y B, distantes **a**, sitúo un nuevo origen de coordenadas en su punto medio, con el eje X en la línea que los une. Las coordenadas de los puntos en el nuevo sistema serán:

A (-a/2, 0)

B (0, a/2)

A continuación elijo el tercer punto C. Para que el triángulo sea obtusángulo deberá cumplirse una de estas tres condiciones:

- Que C caiga en el semiplano definido por $x>a/2$ (ángulo B obtuso).
- Que C caiga en el semiplano definido por $x<-a/2$ (ángulo A obtuso).
- Que C caiga en el interior del círculo de diámetro AB (ángulo C obtuso).

La probabilidad será el límite del cociente entre las áreas de las zonas indicadas y la total del plano. Fácil es ver que este límite vale… *¡uno!*

Pero tampoco a mí me deja tranquilo esta solución. Pues en ella se ve que la probabilidad relativa al tercer ángulo es menor (de hecho, infinitamente menor) que la de los otros dos. ¡El orden de elección influye de alguna manera!

Pasemos ahora al problema de la cerveza y el disco de fieltro. Si entiendo bien el enunciado, el fieltro es otro círculo mayor que el dibujado por el pie de la botella de cerveza. Con ello el problema queda reducido a hallar el centro de un círculo (el fieltro) que se corta con otro dado (la huella húmeda de la botella de cerveza), disponiendo sólo de una regla (sin compás). El problema está estudiado en el libro de Hans Rademacher y Otto Toeplitz *Números y Figuras* (Alianza Editorial). Lo publicaré en el próximo [C] si los lectores están interesados en él.

Y sigamos con el tercero. Creo que falta algún dato en tu enunciado, pues es claro que para que se cumpla la condición que dices debe haber habido anteriormente un mínimo de 6 tiradas (en este caso la probabilidad sería $p = 6!/6^6 = 0{,}0164$, cociente entre el número total de tiradas favorables y el de las posibles).

El problema cobra interés a medida que aumenta el número de tiradas, e intuitivamente se ve que la probabilidad tenderá a uno al aumentar éstas. Para obtenerla razono así:

Llamo "jugada" al conjunto ordenado de valores obtenidos en *n* tiradas del dado. Según la fórmula del polinomio, cada jugada tiene una probabilidad:

$$p = \frac{n!}{6^n} \sum \frac{1}{a!\,b!\,c!\,d!\,e!\,f!}$$

Donde el sumatorio se extiende a todos los valores naturales (incluido el cero) posibles de (a,b,c,d,e,f) tales que $a+b+c+d+e+f = n$. Esto no es más que el desarrollo del polinomio $(1/6+1/6+1/6+1/6+1/6+1/6)^n$, que, claro está, vale 1, resumiendo las probabilidades de todas las jugadas posibles.

La condición impuesta equivale a restringir los valores de (a,b,c,d,e,f) a los mayores que cero. Por tanto la probabilidad pedida responde al mismo sumatorio pero tomado de forma que cada uno de los valores del denominador sea ≥ 1.

He confeccionado un pequeño programa en BASIC y éstos son los resultados:

n p	n p	n p
1 0	2 0	3 0
4 0	5 0	6 0,0154
7 0,0540	8 0,1140	9 0,1890
10 0,2718	11 0,3562	12 0,4378
13 0,5139	14 0,5828	15 0,6442
16 0,6980	17 0,7446	18 0,5847
19 0,8189	20 0,8480	21 0,8726
22 0,8933	23 0,9108	24 0,9255
25 0,9376	26 0,9479	27 0,9566
28 0,9639	29 0,9698	30 0,9747

Javier García Algarra, de Madrid, es un frecuente y sagaz contribuidor habitual de [C]. En uno de sus habituales, e-mails, me formulaba una sugerencia:

En otro orden de cosas ¿qué te parece la "estadística militar"?. Lo del sorteo del otro día es digno de ser comentado en Carrollia. Yo creo que la única forma de haber hecho equitativo el sorteo con bombos, dado que había unos 165.000 reclutas, hubiera sido incluir 100 bolas con el 0 y 65 con el 1 en las unidades de millar.

A propósito de militares y de este asunto me contaron ayer un chiste que tiene miga. En un cuartel, el capitán recibe la noticia de la muerte repentina de la madre de un recluta. El hombre no sabe muy bien cómo darle la mala nueva al chico y el sargento se ofrece voluntario.

—Pero hágalo con delicadeza —le advierte el capitán

—A s'órdenes. A ver...¡¡¡que forme la tropa!!!

—Soldados, el que tenga madre que dé un paso al frente ... ¿Ande vas tú

idiota?

En este número hallarás un articulillo sobre el tema del sorteo del Ejército. Curiosamente, el sorteo podría ser correcto, aunque para ello debieron tomarse unas precauciones previas, como verás.

Tu chiste me ha recordado uno similar de Eugenio. Uno va de viaje y encarga a su amigo que cuide del gato. Al poco recibe un telegrama: "Tu gato, atropellado por un camión". A la vuelta le reprende, disgustado:

—Una noticia como ésta debes darla con más delicadeza. Por ejemplo, en un primer telegrama: "Tu gato se ha subido a un árbol". Un segundo: "El gato está grave". Y en un tercero, "El gato murió".

Al poco vuelve a partir de viaje y encarga al mismo amigo que cuide de la madre. Pocos días después llega un nuevo telegrama: "Tu madre se ha subido a un ciruelo".

En una reciente carta a Rafael León, de Málaga, incluí una consulta sobre un tema que relaciona la ortografía y las matemáticas: ¿Existe algún criterio académico sobre la adecuada colocación de las comillas y el punto final? ¿Cuál es lo correcto?:

Juan dijo: "Aquí estoy".

Juan dijo: "Aquí estoy."

"Hola (dijo Pedro), aquí estoy".

"Hola (dijo Pedro), aquí estoy."

Rafael satisfizo puntual y escrupulosamente mi petición:

Lo correcto es terminar con un punto lo que ha comenzado con una mayúscula (y terminar con unas comillas lo que ha empezado con unas comillas, cerrando en el orden opuesto al que se abrieron.

Juan dijo: "Aquí estoy".

"La suerte está echada."

Ven cuando quieras (me dijo).

"Vete de una vez (le repliqué)"

¿Vendrás mañana? [Aprovechando el punto de la interrogación o exclamación.]

"¿Estará en casa?"

Me lo has dicho, pero ¿estás seguro?

"Me lo has dicho (pero ¿estás seguro?)" [¡Ojo! En este caso algunos vuelven a escribir un punto, entendiendo (quizás con razón) que no pueden aprovechar el de los signos ! o ? al haber otro signo (en paréntesis en este caso) de por medio. Es decir, que escribirían *…seguro?)."*

Como sabes, los franceses dejan un espacio antes de escribir los signos de puntuación que constan de dos trazos (: ; ! ?) así como después del guión o del paréntesis que abre y antes del guión o del paréntesis que cierra. Los ingleses escriben un guión, con espacio antes y detrás, que suele traducirse como dos puntos o según lo exija el contexto. El signo < >, o antilambda (del que proceden las comillas españolas « », menos airosas que las inglesas, " ") suele reservarse para advertir, en las ediciones críticas, lo que ha sido preciso añadir a un texto para su correcto entendimiento, así como el corchete o paréntesis cuadrado para indicar lo que debe suprimirse.

Gracias, Rafael, por esos precisos comentarios, que coinciden con lo que yo presuponía, llevado de mi mente matemática, ciencia que exige cerrar en las fórmulas los paréntesis en orden inverso al que se abrieron, por ejemplo { [()] }. Sobre este tema había surgido alguna discusión con mi editorial, que argüía criterios distintos.

Nunca me fijé en la costumbre francesa que señalas, pero sí he reparado en que mucha gente separa los paréntesis del texto propiamente dicho (o sea, escribiendo así). Quizás esto se deba a alguna reminiscencia gala.

El signo al que llamas antilambda es llamado "menor que" o "mayor que" en matemáticas. Así se escribe, por ejemplo, 3 < 5 (tres es menor que cinco) o 4 > 2 (cuatro es mayor que dos).

Sigamos. Desde la ciudad de los califas Kira manda unos divertidos comentarios a unos no menos graciosos dibujos:

¡Hola gusarapito!:

En mis ahora escasos ratos libres estoy intentando enjaretar un artículo. Título provisional: "Como ser un hortera sin dejar de ser persona".

PREGUNTA: ¿Por qué las estatuas griegas estás siempre en la misma posición?

RESPUESTA (estúpida): Porque las estatuas no se mueven.

Kira también se ofreció finalmente a organizar la RAM de Mensa para 1998. ¡Enhorabuena! Esta vez no vamos a tener excusa para no visitar la tierra de María Santísima.

Y eso es todo por este año de 1997. ¿Quién ofrecerà sugerencias para el centenario de LC? De momento, en mi *X'mas* hallaréis una traducción catalana del *Jabberwocky*. ¿Llegará esa prometida versión euskera?

Abrazos a todos. JMAiO

EL PROBLEMA DE ÓSCAR CHACALTANA

(Original de la lista *Snark*)

El e-mail de Javier García Algarra me hace llegar un problema propuesto por Óscar Chaltacana. ¡Animaos, carrollistas!

En cada casilla de un tablero cuadrado n x n, n>2, se escribe un entero no nulo. Dicho tablero se llama "tablero incaico" si para cada casilla (del tablero), el número escrito en ella es igual a la diferencia de los números escritos en dos de sus casillas vecinas.

Para qué valores de n se pueden obtener tableros incaicos?

LC, ✝ 14.01.1898

Hace unos años unos miembros de [C] realizamos una peregrinación a Inglaterra, con visitas a Oxford, Guildford y otros puntos relacionados con la vida de LC. Intentamos remar en el embarcadero de Folly Bridge, visitamos el cuarto de estar y el despacho de LC, nos asomamos al pozo de melaza y nos sacamos fotos frente a la casa donde falleció nuestro "patrón". En recuerdo de este evento quizá repetible, ofrecemos en las páginas 7, 8, 9 y 10 un pequeño reportaje fotográfico de estos lugares.

Claro está que la iniciativa de Jordi Quintana (que actualmente, con su compañero Adrià López Sala, son lectores de [C]) nos ha parecido de perlas, y hemos ofrecido nuestra colaboración, así como facilitar los ejemplares de la revista si se realiza alguna exposición. Desde aquí difundimos la idea para que los carrollistas aporten a ella sugerencias.

TODO EMPEZÓ EN EL FOLLY BRIDGE…

Surcando la tarde dorada
nos lleva, ociosos, el agua,
pues son diminutos los brazos
que empuñan los remos
pretendiendo en vano
con sus manecitas
guiar nuestro curso errante.

¡Ah! ¡Qué crueles las tres!
Ajenas al bálsamo de aquel día
y al ensueño de aquella hora
¡exigen un cuento a una voz cuyo hálito
ni una pluma puede mover!
Pero, ¿qué podría voz tan débil
contra el porfiar de las tres?

Prima, imperiosa, fulmina su edicto:
"¡Que empiece el cuento!"
Secunda, en tono más amable, exige
"que no sean tonterías".
Mientras que Tercia interrumpe
no más de una vez por minuto.

Impuesto al fin el silencio
la imaginación las lleva
en pos de esa niña soñada
por un nuevo mundo
de raras maravillas
en el que los pájaros y las bestias

recobran el habla,
¡y casi creen estar allí de veras!

Y cada vez que ese infeliz
intentaba, ya agotada
la fuente de su invención,
aplazar el relato hasta el siguiente día

("El resto queda para la próxima vez…"),
"Ya es la próxima vez!", a coro las tres clamaban.
Así fue surgiendo
el País de las Maravillas
poco a poco, y una a una
el cincelado
de sus extrañas peripecias…
Y ahora que el cuento toca a su fin,
también el timón nos guía
de vuelta al hogar;
alegre tripulación,
bajo el sol poniente.
¡Alicia! Recibe este cuento infantil
y depositalo con mano amable
en el lugar donde descansan
los sueños de la niñez
entrelazados
en mística guirnalda de la Memoria,
como las flores ya marchitas,
ofrenda de un peregrino
que las recogiera en una lejana tierra.

Alicia en el País de las Maravillas, Poema introductorio

Niña de pura y despejada frente
en cuyos ojos brilla el asombro de un sueño:
aunque el tiempo pase raudo y quiera
que media vida me separe de la tuya
tu tierna sonrisa acogerá con gozo
el regalo, lleno de amor, de un cuento.

No he visto tu cara radiante de luz
ni he oído la caricia de tu risa de plata;
la memoria de tu joven vida no guardará
luego de mí recuerdo alguno…
¡Básteme ahora que quieras escuchar
el cuento que voy a contarte!

Un historia que comenzó en días ya pasados
en el bochorno de una tarde de verano…
Una simple canción impulsaba
el ritmo de nuestro remar…
Sus ecos perviven aún en la memoria;
los años envidiosos
no lograrán hacérmelos olvidar.

¡Ven pronto y escucha, pues! Antes de que una voz
venga a anunciar la terrible nueva
¡y ordene acostarse a la melancólica joven
en ese lecho que tan poco desea!…
Amada: no somos más que niños grandes
que se agitan en vano cuando llega la hora de dormir.

Afuera, triunfan los hielos y azotan las nieves,
brama la locura desatada del vendaval…
Dentro, nos acoge el rescoldo del hogar
y el nido feliz de la niñez.
Quedarás prendada por las mágicas palabras:
dejará de atemorizarte el furor de la tormenta.
Y aunque la sombra de un suspiro
quizá lata a lo largo de esta historia,
añorando esos "alegres días de un estío de antaño"
y el recuerdo desvanecido de un verano ya pasado…
no ajará con su mísero aliento
la gracia encantada de nuestra fábula.

Alicia a través del espejo, Poema introductorio

EL MEMORABLE SORTEO DE LOS MOZOS DE 1997

¿Qué añadir a los comentarios sobre el sorteo de los quintos que no se haya dicho ya? Sólo nos cabe, puesto que [C] es una revista sobre matemáticas, analizarlo un poco más profundizadamente de lo que se ha hecho en la prensa.

Resumamos los hechos. De un total de 165.343 mozos (datos de la prensa, pero eso puede no ser cierto, como veremos), debían quedar exentos de prestar el servicio militar un total de 16.442. ¿Cómo hacerlo de la forma más rápida posible? Muy fácil para cualquiera: asignar a cada mozo un número aleatorio entre 0 y 165.342, y realizar seguidamente un sorteo entre ellos. La probabilidad de librarse un mozo de número *x* no dependería de éste, y valdría:

$$p(x) = \frac{16442}{165343} = 0{,}099442$$

Hacer la rifa por el sistema de la lotería de Navidad (es decir, extrayendo 16.442 bolas de un gran bombo que contuviera 165.343) hubiera sido tedioso, y el sorteo mediante ordenador provoca desconfianzas. Por todo ello se recurrió a un procedimiento simplificado. Se tomaron seis bombos, en el primero se colocaron cinco bolas marcadas con el número cero y cinco más con el uno, y en los restantes, diez bolas en cada uno, numeradas del 0 al 9. Seguidamente se procedió a lo que llamaremos "sorteo básico", realizando una extracción de cada bombo, con lo que se determinaron los dígitos de un "número básico", a partir del cual se inició el conteo del intervalo que quedaba exento, que comprendía este número y los 16.441 siguientes, empezando otra vez a contar desde 0 si hiciera falta.

En el sorteo básico resultó agraciado el número 155.611, por lo que contando desde éste salieron los que faltaban hasta el final, y los restantes hasta los 16.442 exentos fueron situados al principio de la lista.

Advirtamos previamente algo: *el célebre sorteo pudo haber sido justo, después de todo*. Bastaría con haber advertido previamente que en caso de resultar agraciado un número superior al 165.342, se repetiría todo, *incluyendo la extracción del famoso bombo primero*. Con ello las probabilidades de cada quinto quedaban igualadas.

La ausencia de dicho condicionante previo ha hecho nacer las críticas. Y es que, en su ausencia, para que este sistema simplificado hubiera sido justo era necesario, por razones obvias a un lector de [C], que el primer bombo hubiera contenido, por ejemplo, 20 bolas con el 0 y otras 13 con el 1 (aun así, habría un pequeñísimo error). Pero, de la forma seguida, el número 0 y el 1 eran equiprobables en el primer bombo, con lo que es obvio que los números entre el 0 y el 99.999 tienen la misma probabilidad global de ser agraciados en el sorteo básico que los situados entre el 100.000 y el 165.343. Si llamamos π_0 y π_1 a las respectivas probabilidades individuales de que el "número agraciado" *n* caiga en la primera o en la segunda centena de millar, respectivamente, éstas valen:

$$\pi_0 = \frac{0,5}{100000} = 5 \cdot 10^{-6}$$

$$\pi_1 = \frac{0,5}{65343} = 7,6519 \cdot 10^{-6}$$

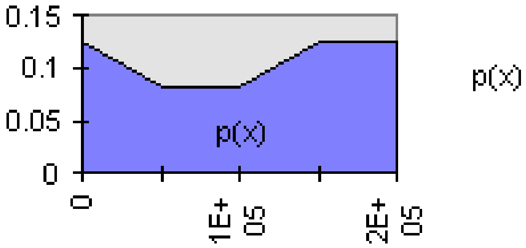
Para que un mozo de número *x* se libre, el sorteo básico deberá salir agraciado un número n situado en el intervalo [x - 16441,*x*], entendiéndose que para $x < 16441$, se tomará $x' = x + 16441$. Como este intervalo, que llamaremos "recorrido de n", puede quedar a caballo entre la primera y la segunda centenas de millar, esto originará varios intervalos con distintas probabilidades $p(x)$.

a. $16442 \leq x < 100000$. El recorrido de n queda enteramente en la primera centena de millar, por lo que es $p(x) = 16442\pi_0 = 0,0822$.
b. $100000 \leq x < 116441$. El recorrido de n queda ahora a caballo entre las dos centenas de millar. En la primera tiene $n - 99999$ números, y en la segunda el resto, o sea $83557 - n$. La probabilidad $p(x)$ será la correspondiente media ponderada, o sea $p(x) = [(n - 99999)\pi_0 + (83557 - n)\pi_1]/16442$. Esta función de *x* aumenta linealmente desde π_0 a π_1.

c. $116441 \leq x < 165342$. El recorrido de n queda ahora entero dentro de la segunda centena de millar, por lo que es $p(x) = 16442\pi_1 = 0{,}1258$.

d. $x < 16441$. Ahora el recorrido de n queda a caballo entre el final de la segunda centena de millar y el principio de la primera. Razonando como en *b)*, se obtiene que $p(x) = [n\pi_0 + (165342-n)\pi_1]/16442$. La probabilidad disminuye linealmente desde π_1 a π_0.

En resumen, las condiciones más ventajosas se han dado para las mozos situados en el intervalo *c*, mientras que los más desgraciados han sido los del *a*. La relación entre las probabilidades de uno y otro intervalo han sido 0,1252/0,0822 = 1,52.



Coda final. Esta historia tiene un curioso añadido,. Poco después del sorteo, la prensa informó sobre un mozo a quien le había sido asignado el número 0, y que, rodeado de exentos, tendrá que hacer la mili al haberse saltado injustamente este número. ¡Pobre muchacho! De paso, esto nos suscita otra duda: puesto que había un cero, ¿no serían 165.344 los mozos y 165.343 las bolas? A lo mejor, no es ya que el Ejército no sepa sortear: ¡ni siquiera sabe contar!

No merece mayor comentario el chulesco aserto de que "no se repetirá el sorteo", o la ridícula declaración, de que "en la práctica el error se compensó porque antes se había asignado a cada persona un número aleatorio". Queda todo ello como material jocoso para los historiadores del siglo XXI.

SIETE PRIMOS EQUIDISTANTES

Cualquiera sabe que en toda sucesión del tipo a + kb (a primo con b; k=1,2,3,…) se hallan infinitos primos. Pero, claro, la mayoría de los términos de la sucesión son compuestos. Se nos ocurre preguntar si existirán largas series de primos consecutivos correspondientes a valores consecutivos de

k. En otras palabras, primos consecutivos situados en progresión aritmética.

Para valores bajos la respuesta es obvia. Por ejemplo, una primera serie para k = (1,2,3) es 3,5,7. Los tres son primos. Para k=(1,2,3,4,5) aparece a primera vista otra sucesión próxima: 5,11,17,23,29, pero éstos no son primos consecutivos.

Las series van escaseando a medida que aumenta k. Hasta hace poco el récord estaba en k=(1,2,3,4,5,6) y fue hallada por Lander y Parkin. Recientemente Harvey Dubner ha hallado una mamotrética sucesión para k=(1,2,3,4,5,6,7). Los detalles del hallazgo pueden verse en la dirección electrónica **http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk/~history/HistTopics/Mathematical_games.html**.

Es fácil probar que la diferencia menor posible es 210. El problema realmente se descompone en otros dos:

- Hallar 7 primos con la diferencia común 210.
- Hallar 1254 números entre el primero y el último primo tales que sean todos compuestos excepto los indicados situados en el intervalo.

La primera condición permitiría buscar entre números pequeños, pero la segunda nos indica que la solución debe ser un número alto. En realidad, la búsqueda llevó 52 días de trabajo a un conjunto de siete ordenadores de alta velocidad trabajando con técnicas especiales de investigación de números primos y según procedimientos matemáticos especiales (resolución de ecuaciones modulares). El primer paso consistió en computar m, el producto de los 48 primeros primos:

m = 367009731827331916465034565
550136732339800312955331782619
462457039988073311157667212930

A continuación hubo que hallar la solución de 48 ecuaciones modulares, de la que resultó:

x = 118930613432425504731600916
625360539894173228870159415462
976014056809082107560202605690

Seguidamente hubo que buscar entre la sucesión $P_i = x + Nm + 1$, esperando que aparecieran 7 primos consecutivos en ella. El primer éxito se dio para:

N= 2968677222

De donde resultó el primer primo de la sucesión:

P_1 = 1089533431247
059310875780378922957732908O
3649299313819538521310556174
2150447308967213141717486151

Los restantes, claro, son $P_2 = P_1 + 210$; $P_3 = P_2 + 210$;… $P_7 = P_6 + 210$.

¡Una muestra más de matemáticas inútiles, pero bellas!

JMAiO

Volver a CARROLLIA