CARROLLIA

XV años. Nº 61. Jun 99

Dirección en la web: http://www.mensa.es/carrollia

La revista CARROLLIA, abreviada en [C], es el órgano trimestral de comunicación del CARROLLSIG de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll. Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

Josep M. Albaigès Francesc Castanyer
e-mail: jalbaiges@caminos.recol.es

Los meses de junio y diciembre se entrega, incluida en la subscripción, la revista BOFCI, órgano de la FCI (Facultad de Ciencias Inútiles), coordinada, dirigida, editada y remitida por los mismos editores.

SUMARIO

NUMEROLOGÍA CARROLLIANA: EL 61

Cada vez se dan menos curiosidades en el árido intervalo numérico en que nos hallamos. 61 es primo y es el quinto número hexagonal. Es el cabalístico de AIN, dios negativo. En las loterías es llamado, por su forma, "San José y la criatura". También "la pipa".

En el *Penguin Dictionary of Curious and Interesting Numbers*, de David Wells, se cita ésta:

$1318820881^2 = 1739288516161616$

Es un caso particular de una curiosa propiedad: si un cuadrado perfecto termina en xyxyxyxyxy, entonces xy es 21, o 61, o 84. (El ejemplo más pequeño es $508853989^2 = 258932382121212121$).

61 es el exponente del noveno primo de Mersenne.

XV Y CORREO

¿Bodas de cristal ya? Pues sí, hace nada menos que quince años que Carrollia sale a la calle... y la sección de correo sigue siendo la más apreciada por sus subscriptores.

Quince años que han visto transcurrir la casi totalidad de la historia de Mensa en España... y buena parte de la de la vida de los que forman ese espléndodo sub-club que es el GIE llamado CARROLLSIG. Ya en otros números "redondos" de [C] se ha aludido a su historia y desarrollo: no lo haremos ahora, esperando en todo caso a nuestro próximo múltiplo de 25. Nos limitamos hoy a decir: amigos, ¡gracias! Y esperamos seguir haciéndonos merecedores de vuestro generoso apoyo.

Y a lo nuestro. Dice el P. Ricardo Ysaguirre, *the Gryphon*, desde las lejanas tierras de Río Gallegos, en el Cono Sur americano:

Han pasado ya más de un par de meses desde que recibí los dos Carrollia aparecidos a fines de 1998; si bien le escribí para acusar y agradecer aquel envío, también le prometía entonces unas líneas para la publicación. Pero es evidente que el mero paso del tiempo no lo hace a uno inteligente ni brillante. De manera que me conformo con sugerirle un tema, acerca del bendito año 2000 (¡otra vez!). Resulta que he leído por ahí que el año próximo será "trisiesto", es decir, que febrero tendrá 30 días, de acuerdo con las disposiciones de la reforma gregoriana del calendario. ¿Es así? ¿Es verdad, además, que existen "bisiestos" milenarios que esperan más adelante, según los Cielos lo dispongan, en los que habrá que agregar tal vez otros días a los almanaques?

En la página 32 de este ejemplar hay un intento de respuesta a cierta pregunta que se ha cruzado en el correo de Mensa; aunque no tengo nada que ver con ésta (con Mensa), sí creo poder decir algo acerca de aquélla (la pregunta).

Cualquier hombre ubicado en la realidad (eclesiástica), aunque no forme parte de la Iglesia católica, sabe por experiencia propia que los "curas católicos", es decir, los presbíteros , diocesanos o religiosos, no se sienten demasiado atados hoy por hoy a las órdenes que en materia de arreglo personal e indumentaria haya podido emanar el Venerable Pío IX, el siglo casi ante-pasado.

Aunque el actual Derecho Canónico señala que los clérigos deben utilizar "traje eclesiástico digno" (canon 284) y abstenerse "por completo (canon 265.1) de todo aquello que desdiga de su estado" (entre lo cual parece más difícil listar los aditamentos pilosos de la faz masculina), debo perturbarle asegurándole que en la práctica encuentra uno ahora no pocos "curas católicos" que *llevan bigote*. Esto se ve especialmente en los Estados Unidos, y allá no sólo entre los indudablemente numerosos miembros del clero progresista. Por nuestra parte, en estas latitudes sudamericanas tan extensas también vemos de cuando en cuando bigotes en el Presbiterio. Los bigotes que yo mismo he visto en Roma sobre el labio superior de algunos sacerdotes católicos, ¿serían tal vez importados del siempre productivo Nuevo Continente?

Comentando en cierta ocasión con mi obispo (el Arzobispo de La Plata) este notable uso hodierno, el prelado expresaba su perplejidad ante las vueltas de las cosas, al recordar que en el pasado de las modas el bigote solía ser sinónimo de una actitud masculina seductora y mundana, y no particularmente entre católicos pudibundos. La milonga de un sainete ya olvidado avisaba a las muchachas en flor: "¡Cuidáte de esos bigotitos!"

La respuesta a la pregunta cruzada tiene, por tanto, más matices de lo que se suponía al empezar a contestarla. ¿No enmascararía la misma, inquiero, alguna actitud, la llamaría yo *defensiva*, ante el clero comprendido como un sólido frente común ("ellos"), diferente de un más familiar "nosotros" que haría con sus bigotes libremente cualquier cosa, como si no siguiéramos todos en algún momento los dictados de la costumbre?

Ya un cordial saludo, Nosotros, entrando al invierno más crudo y más oscuro, pero muy bien en todo.

Gracias de todos modos, apreciado P. Ricardo, por su mantenido interés, desde unas tierras donde la soledad y poco tiempo libre lo hacen más valioso. El tema de la bisextilidad es recurrente en todos los finales de siglo, y en efecto ha sido a tratado en anteriores ediciones de [C]. Para no repetirme en exceso, sólo recordaré ahora que de acuerdo con la reforma gregoriana de 1582 los años centenarios no múltiplos de 400 no son bisiestos (es decir, 1700, 1800, 1900, 2100, 2200, 2300, 2500...), y los demás siguen la regla ordinaria. Nunca ha habido años trisiestos, salvo 1712 en Suecia, cuando febrero tuvo 30 días como corrección de una serie de confusiones anteriores relacionadas con el retraso con que la reforma gregoriana fue aceptada en los países protestantes. El tema fue tratado en una edición anterior de [C].

Permítame también un comentario sobre el "Cuidáte". Es curioso que frente a la norma gramatical castellana de "Cuídate" (/*kwídate*/) se da la catalana "Cúidate" (/*kúydate*/) y la andaluza "Cuidaté". Todas las variantes posibles.

Por demás, encuentro muy interesantes las observaciones sobre el traje verdadero al que deben adaptarse los religiosos, y creo que calmará la curiosidad de más de uno al respecto, especialmente vista la falta de información fidedigna que hay sobre el tema. Me permito, con todo, hacer una observación que para mí es el nudo del problema. Independientemente de la redacción precisa de los correspondientes cánones del Derecho Canónico, ¿*debe el religioso reflejar unívocamente en su atuendo y/o aspecto su condición de religioso o no*? Yo sé decir que en nuestras latitudes es casi siempre imposible distinguir si alguien es o no religioso. No enjuicio este punto, me limito a dar fe de su existencia.

"Exigir" que los religiosos "se distingan" es una convención hija de la costumbre, pero vinculada al indudable papel rector y por tanto diferenciado que llevaron en otros tiempos y que sigue hoy vigente en muchas latitudes.

Y volvamos a la península. Dice Javier G. Algarra, de Madrid refiriéndose a los alfabetos fonéticos:

Al ver los párrafos de [C-60] dedicados a la fonética se me han puesto los pelos de punta pensando en como quedarían los signos fonéticos en HTML. Me he llevado una agradable sorpresa al ver que han quedado bien.

El fenómeno de la *liaison* se conoce también en filología por la palabra sánskrita *sandhi*. Hace años me compré una gramática de sánskrito y supe que la escritura (llamada *devanagari*, la escritura de los dioses) es muy posterior a la fijación de los grandes textos de la literatura como el *Ramayana* o el *Panchatantra*. Estos textos se transmitieron durante siglos de forma oral (como los poemas homéricos) con una gran exactitud. Al ponerlos por escrito se recurrió a la transcripción fonética, el sandhi es la muestra más patente (en lugar de "la anterior" se escribe "lanterior").

Todos los grandes textos (la Biblia, los poemas homéricos, etc.) han solido pasar por una etapa oral previa. De lo que no estoy tan seguro es de que la transmisión fuera tan "exacta", al menos hasta el momento en que se instituyeron unas organizaciones oficiales destinadas a ello, para lo cual debía crearse un equipo funcionarial (ordinariamente, una casta religiosa) encargada de memorizar y enseñar los textos. Todavía hoy es una hazaña corriente en los monasterios indios conocerse de memoria el Mahabharata o el Ramayana, y en los países anglosajones mucha gente conoce la Biblia versículo por versículo. De hecho, la fijación de los evangelios no tuvo lugar hasta el siglo III, y para ello hubo que proscribir miles de variantes. La mayoría han desaparecido hoy, pero algunas siguen aunque sea sólo como curiosidad (los evangelios apócrifos, por ejemplo).

Mariano Nieto, de Madrid, habitual colaborador de CARROLLIA, estuvo en Barcelona, como quedó registrado en [C-60]. Decía en una carta suya posterior:

Pasé un buen rato en tu compañía y la de Castanyer. En el libro que menciono en mi articulillo [se refiere al de los epónimos, incluido en este [C]] leo las siguientes cosas interesantes: El **cólico** (de *kolíkos*, colon) **miserere** tiene algo que ver, por efecto de las traducciones, con el *Kyrie eleison* ("¡Señor, ten piedad! ") por medio de *eileós* (íleon del intestino delgado).

Las traducciones del griego al latín seguían, con cierta frecuencia, el camino **griego>siríaco>árabe>latín,** de manera que con tantos intermediarios surgían los errores: el número irracional en griego se llamaba *alogos, ilógico* ("desprovisto de razón"); su equivalente siríaco significa tanto "desprovisto de razón" como "desprovisto de palabra". Este segundo sentido ("sordomudo") fue el que se eligió para su versión al árabe y, posteriormente, Gerardo de Cremona lo trasladó al latín como *surdus* y Gundisalvo se refiere a la *sordera* del número en su traducción de la *Metafísica de* Avicena. El número sordo no oye, al no oír no comprende, y al no comprender no cabe duda de que es irracional. La cosa tiene su lógica.

Ahora una broma gramatical: Observa el espacio que ocupaba cierta palabra: " ". La pobre ha quedado así tras aplicarle primero una **aféresis** o pérdida de una parte de su inicio *(fago por bacteriófago),* luego una **síncopa** o pérdida de una parte de su interior *(fagolisis porfagocitolisis)* y finalmente un **apócope** o pérdida de una parte de su final *(eco por ecografia),* Este es un sistema casi infalible para hacer desaparecer palabras.

Una de las calles del barrio donde vive mi hijo Pablo se llama **"rue de la Gemmatrie";** élno sabia el significado de esta palabra y le conté lo que recordaba de tu escrito sobre este tema en Carrollia. Queriendo profundizar más, consultamos la enciclopedia **Larousse,** luego la **Encarta** y el **DRAE,** pero en ninguno de estos sitios encontramos la palabra gematría, lo cual me ha sorprendido bastante. Total que, de regreso a Madrid, he localizado el número de Carrollia donde aparece tu artículo (el 46, de septiembre del 95) hice una fotocopia y se la he mandado.

Desde Angers fuimos a la abadía del monte **San Michel,** en Normandia; no creo que nadie se arrepienta de haber viajado hasta allí, fue una suerte poder visitarla. Es increíble cómo el arcángel de cobre dorado, de más de dos metros de altura, con las alas desplegadas, anclado en la punta de la flecha a unos 150 m de altura sobre el mar, aguanta los embates del viento. **S. Malo,** en Bretaña, nos encantó, sobre todo la villa **"intra-muros".** Allí supe que las islas Malvinas se llaman así por los pescadores de esta ciudad **(malouins)** que anduvieron pescando por aquellas latitudes.

A propósito del eclipse visible desde **París** leo que la probabilidad de que el tiempo permita su observación desde esta ciudad es de sólo el 50%. Mejor sitio para verlo es **Bucarest** donde la probabilidad de buen tiempo será del 65%, y mejor aún en **Irán** con una probabilidad de cielo claro del 90 %. El diámetro aparente de la luna será más grande que el del sol lo que permitirá una buena observación de la corona solar. El próximo eclipse observable en esa zona no se producirá hasta el año **2081.**

Mariano sugería llamar topoepónimos a las palabras de uso común derivadas no de antropónimos sino de topónimos. Realmente no acabo de estar seguro de cuál sea el nombre más adecuado. En el diccionario de Nigel Vianey dedicado a ellas las llama simplemente así, *Toponyms*. El italiano Enzo la Stella T. los llama a todos (topónimos y epónimos) *deonomásticos,* única palabra que he hallado hasta el presente que podría ser adecuada.

En todo caso, tengo un diccionario escrito sobre este tema con unas 2000 y pico de entradas, que no encuentra editor. En él he recopilado los que citas, y también algunos falsos, como por ejemplo el de *cesárea* que procede en realidad del lat. *cissus,* "cortar", y para el que se inventó la leyenda *ad hoc* de Julio César. Otros más: *ágata, beodo, babieca, calahorra,* etc. etc.

Sobre los avatares de las palabras al pasar por distintas lenguas, quizás el más interesante sea el griego *logos*, "discurso", que fue traducido en la Vulgata como "verbo, palabra". Y desde entonces decimos que "En el principio fue la palabra" (Juan, 1,1), lo cual probablemente no se corresponde con la intención del evangelista. ¿Por qué el mismo san Jerónimo tradujo *Myriam* como "María", probablemente el nombre latino femenino de Mario? El caso es que gracias a ello este nombre ha cobrado una fama inusitada, al menos en España.

Me alegro que lo pasarais bien en Francia, pese a la comercialización de los castillos de la Loire. ¿Sabías que muchos se perdieron no por destrucción natural del tiempo sino por las "compañías negras", sociedades que por concesión estatal se formaron en el siglo pasado para desmontarlas y vender las piedras? Visto desde hoy, increíble. Lástima que no hubierais ido en agosto: veríais el eclipse. Por mi parte, ya tengo hechas las reservas de hotel para verlo en Châlons-sur-Marne, cerca de Reims (los hoteles de esta ciudad estaban completos). Por el momento vamos 6 amigos.

Efectivamente, no es usual ver alusiones a la gematría, versión griega de la kábala. El libro que conozco que mejor la trata es CITY OF REVELATION, de John Michell (*Abacus*, Londres), donde se contiene un estudio increíblemente prolijo de estas curiosidades numéricas. En todo caso, en el número de BOFCI anexo a este [C] se trata el tema con cierta extensión.

Y poco después llegó una carta de Miguel A. Lerma, actualmente en Chicago, quien proponía una de sus habituales cuestiones logicomatemáticas:

Hace poco asistí a una conferencia sobre Lambda-Cálculo, y eso me ha inspirado para proponer un par de problemillas simples. Se trata de definir la función identidad y un bucle simple en la lógica combinatoria de Haskell Curry.

En un lenguaje imperativo la solución es simple. La identidad (es decir, la función f(x) = x) se puede definir mas o menos así:

FUNCTION F(X)

RETURN X

y un bucle simple (un programa que no para nunca) es

LABEL: GOTO LABEL

En el Lambda-Calculo de Church (el marco logico que ha inspirado el LISP y la programación funcional), las funciones son anónimas, es decir, no reciben nombres, sólo describen lo que hacen. Por ejemplo, la función que suma una unidad a su argumento se puede escribir (usando mi propia notación, que es distinta de la que usaba Church): x->x+1. El resultado de aplicarla, digamos, a 5, es (x->x+1)(5) = 5+1= 6. Como ves, la funcion está representada por una expresion que se limita a describir lo que hace. Con esta notacion, la identidad es simplemente x->x. Para escribir un bucle simple necesitamos la funcion "duplicadora", es decir, una funcion consistente en reescribir el argumento dos veces seguidas: x->xx. Por ejemplo (x->xx)(abc) = (abc)(abc). Si aplicamos esta funcion a sí misma, obtenemos un bucle: (x->xx)(x->xx) = (x->xx)(x->xx). Como ves, el resultado es otra vez la función duplicadora aplicada a sí misma, lo cual vuelve a dar la función duplicadora aplicada a sí misma, etc.

En una lambda-expresión como x->xyz, la variable que aparece a la izquierda de la flecha (en este caso, la x) se llama "ligada", y las otras (y,z) son "libres". Las variables ligadas tienden a dar problemas si no se manejan apropiadamente, por ello Haskell Curry propuso una forma de Lambda-Cálculo, llamada lógica combinatoria, en la que no aparecen variables ligadas. En lógica combinatoria, aparte de las variables (que serán siempre libres) se usan dos operadores K y S, que actúan de la siguiente manera: KPQ = P, SPQR = PR(QR). Nota que la ultima expresión no es lo mismo que PRQR, porque las expresiones se suponen asociadas de izquierda a derecha: PRQR = ((PR)Q)R. Por ejemplo, Kxyz = xz, Sx(abc)y = xy((abc)y).

El problema ahora es:

1. Identidad: hallar una expresión I tal que Ix = x para cualquier x.
2. Duplicación: hallar una expresion D tal que Dx = xx.
3. Bucle: hallar una expresión B tal que B = B, es decir, que se transforme en sí misma.

Nota que el signo "=" no representa "igualdad", sino mas bien el resultado de reescribir una expresion usando las reglas especificadas arriba.

Confieso que fui incapaz de resolver el problema. Valga en mi descargo que no tengo ninguna práctica en programación, salvo un poco en Basic. M. A. volvió rápido con la solución:

1. La funcion identidad se podria emular con la expresion SKQ, donde Q puede ser cualquier cosa. En efecto, si aplicamos esa expresion a x obtenemos SKQx = Kx(Qx) = x, con lo cual recuperamos x intacta.
2. La funcion duplicadora podria ser S(SKQ)(SKQ). Si la aplicamos a x obtenemos: S(SKQ)(SKQ)x = (SKQ)x((SKQ)x) = xx, puesto que SKQ es la identidad.
3. Finalmente obtenemos un bucle simple aplicando la funcion duplicadora a si misma: S(SKQ)(SKQ)(S(SKQ)(SKQ)).

Y ahora otro problema de M. A.:

Supongamos que ordenamos los numeros primos por orden alfabético. ¿Cuál será el primero de la lista?

Según el autor de la pagina de internet

http://hplyot.obspm.fr/~dl/primes.html

en inglés norteamericano es 8 000 000 851 (*eight billion eight hundred fifty one*), en inglés británico es 8 000 000 000 887 (*eight billion eight hundred eighty seven*), en francés normal es 105 105 000 105 167 (*cent cinq mille cent cinq milliards cent cinq mille cent soixante sept*), y en francés legal es 100 000 000 105 157 (*cent billion cent cinq mille cent cinquante sept*).

El autor sugiere que la solución para el francés podría ser tambien la del español, pero en eso se equivoca, porque por ejemplo el 14 000 000 100 049 (catorce billones cien mil cuarenta y nueve) se alfabetiza antes que el cien billones...

¿Hay algun primo anterior alfabéticamente al que indico arriba? Aparentemente en finlandés no hay un "primero de la lista", porque dado cualquier primo siempre es posible encontrar otro más grande cuyo nombre seria alfabéticamente anterior (biljoona biljoonaa biljoonaa...).

La ordenación alfabética de los números plantea curiosos interrogantes. A veces dos números son claramente consecutivos, y otras, entre dos hay una infinidad.

De todos modos, esto lleva a otra cuestión: ¿cómo definir un sistema de denominación válido para cualquier número, por alto que sea? después del millón, billón... vendrá finalmente el millillón (un 1 y seis millones de ceros, en notación europea), el billillón... y finalmente el millillillón (uno seguido de seis millillones de ceros). ¿Seguirá después el millillillillón? La verdad, no sé si hay definido un sistema tal. En todo caso, si esto fuera válido, ya vemos que anida infinitos números en la zona del millón, del billón, etc.

¿Existe un tal sistema gramatical? Los matemáticos tendemos a prescindir de él, atraídos por la facilidad de las potencias de diez... que con todo también tienen su límite.

He aquí la sorprendente respuesta de Miguel Ángel:

Haber, haylo. Primero escribamos los numeros en base "1", es decir:

1 = 1
2 = 11
3 = 111
4 = 1111
5 = 11111
etc.

Luego llamamos "ca" al 1, y pronunciamos cada numero "ca" repetido tantas veces como 1's tenga en base 1:

1 = "ca"
11 = "caca"
111 = "cacaca"
1111 = "cacacaca"
11111 = "cacacacaca"
etc.

Admito que el sistema no es muy práctico, pero ése es otro tema :-). De todos modos cualquier sistema tendra un límite práctico, porque es imposible nombrar un conjunto infinito de objetos con un conjunto de frases de longitud limitada usando un alfabeto finito.

Y con este chiste de Miguel Ángel terminamos por este trimestre. Saludos y feliz verano.

Josep M. Albaigès & Francesc Castanyer

ESTUDIO DE LA MARTINGALA Y DE LA MARTINGALITA

Introducción según el cálculo de probabilidades

Llamamos *esperanza matemática* S de un premio a la cuantía de éste Z multiplicada por la probabilidad de alcanzarlo p, o sea S = pZ. La esperanza matemática representa la fracción del premio que *por término medio* se gana cada vez que se participa en el juego.

En todo juego de azar equilibrado (sin ventajas para nadie), las esperanzas matemáticas de los jugadores (incluida la banca) deben ser iguales a las respectivas puestas. La razón de esta ley es obvia: por término medio, el jugador ganará una fracción de veces igual a p, y perderá las restantes. Si la apuesta en cada una era A, a cambio de este valor que se entrega se adquiere, por término medio, la ganancia, S. Luego A = S = pZ.

En los juegos con banca organizada, la condición anterior no se cumple nunca. La esperanza es inferior a la apuesta para el jugador, S < A, y superior para la banca, $S_b > A_b$. Por tanto, en cada jugada, la ganancia media del jugador es S - A < 0, o sea pérdida.

Un caso típico es la ruleta. Jugando a un solo número, el premio son 36 veces la puesta. Pero, puesto que entre los posibles resultados existe el cero, la probabilidad del jugador es p = 1/37. La esperanza matemática es S = 36A/37 = 0,973A. El cociente S/A representa, pues, el "retorno medio" de la apuesta unidad.

Otros juegos son mucho más desequilibrados que la ruleta. En las carreras de galgos, S/A = 0,80, puesto que se reparte en premios el 80 % de la recaudación. En las quinielas y en la lotería nacional, S/A = 0,55. Y en muchas rifas este cociente alcanza unos valores tan bajos que ningún jugador mínimamente avisado debiera participar jamás en ellas.

La martingala

La llamada "martingala", supuesta fórmula para ganar siempre en los juegos de azar, consiste en ir aumentando la apuesta según un ritmo dado en caso de pérdida para compensar, con la futura ganancia, las cantidades perdidas hasta el momento. En una palabra, *en ir aumentando la cantidad que arriesgamos*.

Fijemos las ideas con un ejemplo. Sea el juego de azar más sencillo, a cara o cruz. Apostemos 1 Euro a la Cara. Si sale, hemos ganado 1 €Si no, apostaremos 2 €Perdemos otra vez: muy bien, no importa, apostemos 4 €Y si ciertamente estamos de mala suerte y volvemos a perder, apostemos 8 €Esta vez la suerte nos es favorable y sale C. Ganamos 8 €Como en las cuatro jugadas anteriores habíamos perdido 1 + 2 + 4 = 7 €todavía ganamos 1 €

Es decir: considerando dividido el juego en "rachas" terminadas por C, en cada "racha" ganamos 1 E. Por ejemplo, sea la sucesión: C++C+C+CC+++CC+C+C+C+C+++CC+CC+C C+CCC+C. Si la escribimos así: (C)(++C)(+C)(+C)(C)(+++C)(C)(+C)(+C)(+C)(+C)(+++C)(C)(+C)(C)(+C)(C)(+C)(C)(C)(+C), fácilmente vemos que se ganan 21 €uno por cada paréntesis.

Si este sistema es tan infalible, ¿cómo no se arruinan los casinos? En realidad, si nos presentamos en uno de ellos y jugamos según esta técnica, seremos tan bienvenidos como los restantes "incautos" clientes. ¿Por dónde falla la martingala?

Lo que ocurre es que nosotros jugamos con una banca limitada B, siempre inferior a la del casino. Si, para simplificar, convenimos en que $B = 2^N$, eso es tanto como decir que podemos resistir una "racha" negativa de longitud máxima N. Si v. gr. nuestra banca son 1024 E, una racha de 10 + seguidas nos produciría una pérdida igual a esta cantidad, y ya no podríamos apostar en la siguiente tirada.

Ciertamente, la probabilidad de que se presente esta racha es pequeña. Precisamente vale $p = 1/2^N$, es decir, que por término medio sólo se presentará una vez de cada 2^N. Pero observemos un hecho interesante: nuestra ganancia en cada "racha" ha sido 1 E. La vez en que se presenta la "racha fatídica" perdemos de un golpe todo lo atesorado pacientemente a lo largo de las rachas anteriores. Los 1024 E se esfumarán en un momento, destruyendo el trabajo de horas y horas.

En realidad, un teorema de alcance más general afirma que en cualquier juego de azar equilibrado, a la larga gana siempre el jugador que posee la mayor banca, o, mejor dicho, tiene una probabilidad mayor de arruinar al contrario (¡puede resistir rachas más largas!). Y si esto ocurre con los juegos equilibrados, ¿qué no será con la ruleta, que no lo es? En efecto, la existencia en ella del cero hace que la probabilidad de ganar en una apuesta a "rojo" o "negro" por ejemplo, no sea p = 0,50, sino p = 18/37 = 0,4865. Esta pequeña diferencia a favor del casino contribuirá a arruinarnos más rápidamente.

Para ilustrar mejor lo dicho, hemos efectuado con el ordenador un simulacro de partidas contra el "Casino Informático" (prueba de Monte-Carlo). Vamos a ver los resultados, en los siguientes supuestos:

- Llamaremos "noche" a una sesión seguida de apuestas en el casino.
- En cada noche empezamos con una banca de 1000 €
- Jugamos 1 €a Rojo, manteniendo fijo el valor si ganamos. Cada vez que perdemos doblamos la apuesta (salvo si nuestra banca en ese momento no alcanza, entonces apostamos el resto).

Realizaremos el estudio para un número variable de "rachas" cada noche, llamando "racha" a una serie (que puede ser nula) de negros coronada por un rojo. Nuestras ganancias/pérdidas dependerán, a igualdad de los restantes factores, del número de "rachas" que juguemos por noche.

NO. DE RACHAS POR NOCHE	NOCHES CON PÉRDIDA	NOCHES CON RUINA
100	6,1 %	3,5 %
200	9,8 %	7,4 %
500	21,1 %	15,4 %
1000	40,2 %	27,5 %
2000	49,3 %	47,3 %
5000	64,5 %	64,4 %

Es decir, que, por ejemplo, si jugamos 500 rachas por noche, en un 21,1 % de ellas acabaremos con pérdida. En ellas están comprendidas el 15,4 % del total en que nos arruinaremos totalmente.

Observemos que la técnica de la martingala, si es jugada unas pocas veces, casi nos garantiza una pequeña ganancia, pero a costa de exponer muy poco todo nuestro capital. La jugada sería comparable a apostar nuestra vivienda, que vale 100.000 €contra 10 €en un juego en el que nuestra probabilidad de ganar es p = 0,9999. Si jugamos unas pocas veces, podemos está prácticamente seguros de ganar unos euros, pero no dejaremos de haber expuesto toda nuestra vivienda. Más juegos similares: podemos imaginar que practicamos parapente (una pequeña probabilidad de perder nuestra vida contra el disfrute del deporte), etc. ¿Sale a cuenta? Cada cual debe decidir para sí.

En realidad, la martingala podría extenderse a juegos equilibrados con probabilidad distinta de ½. Por ejemplo, para el juego de dados, en que p = 1/6, podríamos multiplicar la puesta, en caso de pérdida, por un factor k, que deberíamos calcular en función del número de jugadas en que recuperaríamos las pérdidas. El cálculo en este caso bastante más complejo.

La Martingalita

Prontamente reconocida la peligrosidad de la martingala, el ingenio de los jugadores se ha centrado en disminuir el ritmo de crecimiento de las apuestas en caso de pérdida para no exponer tan fuertemente toda nuestra banca a la ruina. Naturalmente, esto se consigue a costa de alargar el "tiempo de recuperación". En todo caso, las leyes de probabilidades se mantienen férreamente, y el resultado, a la larga, es perder.

Una versión atenuada de la martingala, a la que llamaremos la *martingalita*, consiste en la siguiente estrategia de apuestas:

Elegimos una serie de números consecutivos y apostamos una cantidad igual a la suma del primero y el último.

- Si ganamos, tachamos esos números y apostamos otra vez la suma del último y el primero.
- Si perdemos, no tachamos ninguno, sino que añadimos el siguiente de la serie que quede y seguimos apostando la suma del primero y el último.

Veamos un ejemplo:

SERIE	**RESUL-TADO (G/P)**	**APUESTA**	**CAPITAL REMANENTE**
1-2-3-4-5-6-7-8	G	9	9
2-3-4-5-6-7	P	-9	0
2-3-4-5-6-7-8	P	-10	-10
2-3-4-5-6-7-8-9	G	11	1
3-4-5-6-7-8	G	11	12
4-5-6-7	P	-11	1
4-5-6-7-8	P	-12	-11
4-5-6-7-8-9	G	13	2
5-6-7-8	P	-13	-11
5-6-7-8-9	G	14	3

Más sencillamente: apostamos la cantidad k, y la mantenemos mientras ganamos. En cuanto perdemos, a la siguiente apuesta apostamos k+1. La progresión no es tan rápida, conque no somos tan vulnerables a una racha negativa, pero el proceso de ganancia es muy lento.

Veamos otro ejemplo de simulación mediante el método de Monte-Carlo. En este caso la apuesta inicial es 1 € y se aumenta 0,2 € cada vez que se pierde.

NO. DE RACHAS POR NOCHE	**NOCHES CON PÉRDIDA**	**NOCHES CON RUINA**
100	47,1 %	0,0 %
200	51,0 %	0,0 %
500	48,8 %	13,7 %
1000	64,2 %	57,7 %

Puede verse que el riesgo de ruina total es más reducido, pero en cambio aumenta el de pérdida a lo largo de la noche.

Existen numerosas variantes de la martingalita, siempre basadas en reducir el ritmo de aumento de apuestas en caso de pérdida. Por ejemplo, multiplicando la puesta por 1,5 o un factor k menor que 2. En todo los casos el resultado es el mismo: *a la larga, se pierde siempre, pues el jugador se enfrenta con una banca infinita*.

Josep M. Albaigès

Barcelona, dic 98

LA VENTAJA DE LAS GRANDES BANCAS

Cualquiera sabe que en todo juego de azar de probabilidades iguales para ambos jugadores las ganancias medias de éstos se equilibran a la larga. Un juego de apuestas de un euro a cara o cruz respectivamente para cada jugador, tras 1000 repeticiones, arrojará un resultado de unas 500 caras y otras tantas cruces, o sea 500 ganancias y otras tantas pérdidas para cada jugador.

Sin embargo, esa verdad lo es sólo a medias, porque el resultado anterior presupone implícitamente que cada jugador dispone de una banca indefinida, suficiente para permitirle soportar las oscilaciones que, a no dudar, se presentarán a lo largo de tal partida.

Atendamos solamente al resultado final. Aunque la media de caras aparecidas (y de cruces) es $m = pn$

= ½·1000 = 500 caras, la desviación típica de este valor es $\sigma = \sqrt{npq} = \sqrt{1000 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} = 15{,}81$. Según las tablas de distribución normales, la probabilidad de que el resultado final difiera del promedio es del 50 % para un valor de dicha desviación superior a 0,7σ , en este caso unas 11 caras o cruces, conque la mitad de las veces dicha "desviación" final será superior. Dicho de otra forma, cabe esperar, con un probabilidad del 50 %, que el resultado final sea superior a 511 caras o inferior a 489. Consiguientemente, si uno de los jugadores no tiene una banca superior a 11 unidades, resultará arruinado la mitad de las veces por lo menos.

Un cálculo algo más afinado muestra que la probabilidad de que se presente una racha de diez caras seguidas a lo largo de la partida es casi igual a la unidad ($p_{10} = 1/2^{10} \cong 0{,}001$). Si esa racha de pérdidas para uno de los jugadores no estuviera soportada por una banca suficiente (o por una racha de ganancias anterior), el resultado sería su ruina.

Examinemos el hecho para un caso sencillo. Supongamos que el primer jugador tiene una banca de 3 €y el segundo de 1 €Este último quedará arruinado solamente con que a la primera vez salga cara, mientras que el primero puede soportar una cruz inicial, y aun dos (aunque no tres). De hecho, las probabilidades de que cada jugador arruine al otro son, respectivamente, ¾ y ¼: ¡clara ventaja para el primero!

Lo dicho se aplica, naturalmente, también a juegos de probabilidad distinta de ½. Si ésta vale p (siguiendo la costumbre, llamaremos $q = 1 - p$ a la complementaria), los éxitos a lo largo de una partida de n intentos son $m = np$, pero también aquí entra el factor banca como limitador de la capacidad de resistencia de rachas. Es intuitivo que éstas serán tanto más frecuentes y peligrosas cuanto menores sea p y la banca.

Vamos a plantearnos el problema con algún rigor. Llamemos $\pi(i,j)$ a la probabilidad de que el jugador 1 arruine al 2 cuando las bancas respectivas de ambos son (i,j). En este punto, pueden ocurrir dos cosas:

a. Que gane el jugador 1, con lo que aumentará su banca en k_1 unidades y disminuirá en la misma cantidad la de 2. La probabilidad pasará pues a ser $\pi(i+k_1,j-k_2)$.
b. Que el jugador 1 pierda. Las bancas son ahora $i-k_2,j+k_2$, y la probabilidad pasa a ser $\pi(i-k_2,j+k_2)$.

Por tanto, la probabilidad $\pi(i,j)$ puede ser referida a sus vecinas:

$$\pi(i,j) = p\cdot\pi(i+k_1,j-k_2) + q\cdot\pi(i-k_2,j+k_2).$$

Estamos ante una fórmula recurrente para calcular los valores de las $\pi(i,j)$, cuya resolución es complicada, salvo en el caso en que (k_1,k_2) sean números enteros, pues entonces nos hallamos ante una sucesión del tipo de Fibonacci.

Notemos que en un juego equilibrado los valores (k_1,k_2) serían proporcionales a las probabilidades respectivas (p,q), pero esto no tiene por qué suceder en general. De hecho, en los juegos organizados por una banca, nunca sucede.

Estudiemos únicamente un caso sencillo. Supongamos que $k_1 = k_2 = 1$, lo que se corresponde con casos de juegos con igualdad de premios (aunque no necesariamente con probabilidades iguales para ambos jugadores). Un caso similar se dará en el juego de la ruleta al apostar a rojo o negro. La probabilidad de ganar para el jugador es p = 18/37 = 0,4865; q = 1 - p = 0,5135.

Para hacer más fácil la resolución de la sucesión, numeraremos sus componentes con arreglo a otro criterio. En lugar del esquema:

π (1,1)	π (1,2)	π (1,3)	π (1,4)	π (1,5)
π (2,1)	π (2,2)	π (2,3)	π (2,4)	π (2,5)
π (3,1)	π (3,2)	π (3,3)	π (3,4)	π (3,5)
π (4,1)	π (4,2)	π (4,3)	π (4,4)	π (4,5)
π (5,1)	π (5,2)	π (5,3)	π (5,4)	π (5,5)

tomaremos como primer subíndice (entre paréntesis) el que expresa el número de la diagonal secundaria, mientras que el segundo será el que indica la fila. El esquema sería el siguiente:

$\pi_{(2)1}$	$\pi_{(3)1}$	$\pi_{(4)1}$	$\pi_{(5)1}$	$\pi_{(6)1}$
$\pi_{(3)2}$	$\pi_{(4)2}$	$\pi_{(5)2}$	$\pi_{(6)2}$	$\pi_{(7)2}$
$\pi_{(4)3}$	$\pi_{(5)3}$	$\pi_{(6)3}$	$\pi_{(7)3}$	$\pi_{(8)3}$
$\pi_{(5)4}$	$\pi_{(6)4}$	$\pi_{(7)4}$	$\pi_{(8)4}$	$\pi_{(9)4}$
$\pi_{(6)5}$	$\pi_{(7)5}$	$\pi_{(8)5}$	$\pi_{(9)5}$	$\pi_{(10)5}$

La relación entre los dos sistemas es obvia: $\pi\,(i.j)_{= \pi\,(i+j)i}$. Si atendemos ahora al conjunto de valores π con el mismo subíndice entre paréntesis, la relación que los liga es:

$$\pi_{(n)i} = p\pi_{(n)i-1} + q\pi_{(n)i+1}$$

Se trata de una sucesión de tipo Fibonacci, cuyo término genérico puede ser expresado así:

$\pi_{(n)}i = \alpha_{r1}{}^{i} + \beta_{r2}{}^{i}$

Donde r_1, r_2 son las raíces de la ecuación $pr^2 - r + q = 0$, formada con los mismos coeficientes de la relación recursiva. Claro es que además $\pi_0 = 1$; $\pi_n = 0$. Con todo ello, determinando los valores de α y β se llega tras simplificar a:

$$v_B = \frac{i}{n-i}$$

Para el caso en que p = q = ½, por paso al límite se halla que $\pi_{(n)i} = \frac{i}{n}$.

Estudiemos el caso concreto antes visto, en que p = 18/37 = 0,4865; q = 1 - p = 0,5135. El cuadro de probabilidades es entonces:

p:	**0.4865**									
q:	**0.5135**									
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
1	0.4865	0.3155	0.2301	0.1790	0.1450	0.1208	0.1027	0.0886	0.0775	0.0684
2	0.6485	0.4730	0.3679	0.2980	0.2482	0.2110	0.1822	0.1592	0.1405	0.1250
3	0.7294	0.5673	0.4595	0.3828	0.3254	0.2810	0.2455	0.2167	0.1928	0.1727
4	0.7778	0.6300	0.5248	0.4461	0.3852	0.3367	0.2971	0.2644	0.2368	0.2133
5	0.8100	0.6747	0.5736	0.4952	0.4328	0.3820	0.3399	0.3045	0.2743	0.2483
6	0.8330	0.7081	0.6114	0.5343	0.4716	0.4196	0.3759	0.3386	0.3065	0.2787
7	0.8501	0.7340	0.6415	0.5662	0.5037	0.4512	0.4065	0.3680	0.3345	0.3052
8	0.8634	0.7546	0.6660	0.5926	0.5308	0.4782	0.4329	0.3935	0.3591	0.3287
9	0.8740	0.7714	0.6863	0.6148	0.5538	0.5014	0.4558	0.4159	0.3807	0.3495
10	0.8826	0.7853	0.7034	0.6337	0.5736	0.5215	0.4758	0.4356	0.3999	0.3680

Los valores de la diagonal principal, que en el caso p = q = ½ serían siempre iguales a ½, van decreciendo paulatinamente por el efecto del mayor valor de q, pero los cercanos al borde superior decrecen velozmente. Así, por ejemplo, es π (3,10) = 0,1727, lo que significa que para una banca 3 del primer jugador, éste tiene solamente una probabilidad de un 17 % de ganar al segundo. En el límite, todos los valores de las zonas superiores tienden a 0, y los de las columnas primeras tienden a 1.

Podríamos preguntarnos qué ocurre para determinados valores, en que la menor probabilidad puede quedar compensada por una mayor banca. De hecho, vemos que el jugador 1 puede compensar su menor probabilidad cuando dispone una banca de 5 unidades, mientras que la del adversario es solamente 4 (el juego está entonces prácticamente equilibrado, pues $\pi_5 = \pi\,(4,5) = 0{,}4952$.

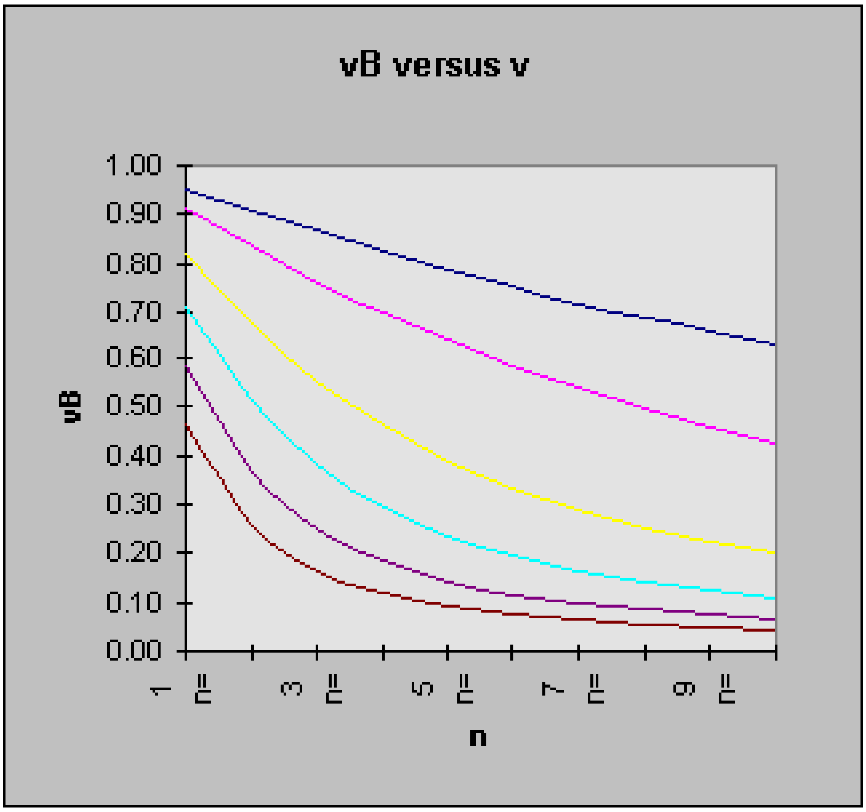
Parece natural llamar v (ventaja) al valor v = p/q. Un valor v>1 supone ventaja en el juego, y a la inversa. Un jugador con una ventaja v, podrá permitirse compensarla con una menor banca, $v_B = \frac{i}{j}$. De las fórmulas anteriores se deduce:

$$i = -\frac{\log\left[\frac{1}{2}\left(1 + v^{-n}\right)\right]}{\log v}$$

$$v_B = \frac{i}{n - i}$$

De todos modos, el valor v_B no es solamente función de v, sino también de n, por ejemplo. Podemos estudiar las correspondientes gráficas, resultando de este tipo:

	v=	1.1	1.2	1.5	2	3	5
n=	1	0.95	0.91	0.82	0.71	0.58	0.46
n=	2	0.91	0.83	0.67	0.51	0.37	0.25
n=	3	0.87	0.76	0.55	0.38	0.25	0.17
n=	4	0.83	0.70	0.46	0.30	0.18	0.12
n=	5	0.79	0.64	0.39	0.24	0.14	0.09
n=	6	0.75	0.59	0.33	0.19	0.12	0.08
n=	7	0.72	0.54	0.29	0.16	0.10	0.07
n=	8	0.69	0.50	0.25	0.14	0.09	0.06
n=	9	0.66	0.46	0.22	0.12	0.08	0.05
n=	10	0.63	0.42	0.20	0.11	0.07	0.05



Por ejemplo: una ventaja para el primer jugador de v = 1,2 puede ser compensada por el segundo, para n = 6, por v_B = 0,64, es decir, si la banca del primero es 0,64 veces la del segundo. En otras palabras, si la banca del primero es 1,95 y la del segundo es 3,05.

¿Qué ocurrirá en juegos de premios desiguales? Cada caso debe ser estudiado, y lo más sencillo es hacerlo por el método de Monte-Carlo.

Josep M. Albaigès

Barcelona, dic 98

LENGUAS ARTIFICIALES

Los intentos de inventar una lengua universal han sido muchos a lo largo de la historia y no todos parecen demasiado lógicos. Desde la época de Descartes hasta la actualidad se han inventado no menos de 700 idiomas artificiales. Por ejemplo, el escocés Dalgamo ingenió un idioma artificial compuesto por palabras formadas por agregación de distintas letras cuya presencia indicaba el significado; así, la n indicaba que la palabra se refería a seres vivos; si la n se combinaba con la griega eta, formaba el concepto "animal"; si se completaba con la k, se refería a cuadrúpedos, etcétera, etcétera.

El tutónico, que mezcla un inglés básico con un alemán básico, fue otro intento de lengua universal nacido a finales del siglo pasado y desaparecido en su misma infancia. Otra iniciativa fue la de una extraña mezcla de griego, latín y chino. 0 la propuesta de un grupo de estadounidenses que creó un inglés básico de 850 palabras.

En 1817, el francés François Sudre creó el *solresol,* idioma artificial basado en la escala musical. En él, por ejemplo, la nota do indicaba afirmación; re equivalía a la conjunción copulativa *y; mi,* equivalía a la conjunción disyuntiva o; mientras que la palabra *solasi* significaba "ir hacia arriba", puesto que se componía de tres tonos ascendentes. Lo que más entusiasmó a sus escasos seguidores es que este lenguaje podía ser cantado.

En el año 1879, el religioso alemán Johann Martin Schleyer (1831-1912) dio a conocer el *volapük*, que vino a significar un intento mucho más serio que todos los anteriores de crear un idioma universal. Semejante en estructura gramatical al turco y al magiar, obtuvo un cierto éxito inicial a finales del siglo XIX. Se llegaron a publicar hasta 316 libros de gramática distintos, traducidos a 26 idiomas; mientras se editaban 25 revistas y 283 clubes promocionaban esta lengua artificial. Sin embargo, su declive provino de un congreso internacional en el que el propio Schleyer bloqueó la introducción de algunos cambios en su gramática, bajo el argumento de que aquél era *su* idioma y nadie estaba autorizado para cambiarlo. Cortedad de miras ciertamente notable para el creador de un idioma pretendidamente universal.

Sólo uno de los muchos idiomas artificiales ha llegado a superar los cien años de vida con un relativo éxito: el *esperanto,* creado por el oftalmólogo rusopolaco Luis Lázaro Zamenhof (1859-1917) en 1887. Su base está formada por la síntesis de varias lenguas europeas y su gramática se resume en 16 reglas, lo que asegura su aprendizaje en un corto periodo de tiempo, hecho al que ayuda su pronunciación totalmente fonética. Se calcula que hoy en día es hablado por unos 5 millones de personas de todo el mundo, habiendo generado una incipiente literatura propia, además de haber visto traducidas a su vocabulario un gran número de obras de la literatura universal. A pesar del estancamiento de su difusión, cuando no de su declive, en la actualidad emisoras de radio lo utilizan en algunos programas y el sistema telegráfico internacional lo acepta como medio de comunicación junto al resto de las lenguas vivas y al latín.

Tomado de *El libro de los hechos insólitos,* por Gregorio Doval

---

REUNIÓN SNARKIANA

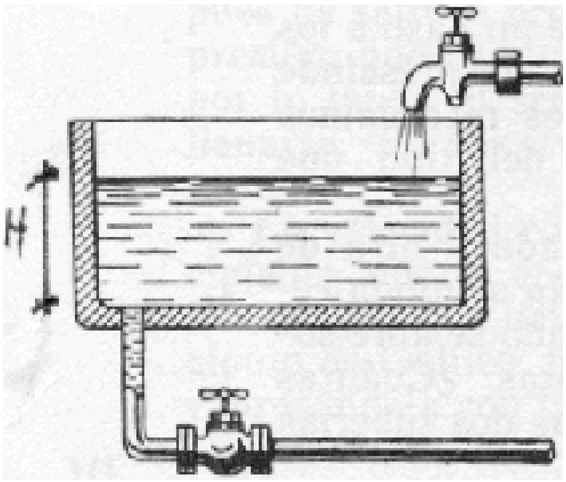
El pasado 27 de marzo se reunieron en una cafetería barcelonesa algunos seguidores catalanes de EL SNARK, la revista matemática que tantas analogías guarda con CARROLLIA. De izquierda a derecha aparecen Ferran Jordà, Joan Puig, iván Skvarka y vuestro editor, Josep M. Albaigès.

Para los que tofdavía no conozcan la web de El Snark, pueden visitarla a

http://forum.swarthmore.edu/epigone/snark

LOS PROBLEMAS DE DEPÓSITOS

Ya Herón, el célebre matemático alejandrino, planteó este tipo de problemas. Un enunciado típico podría ser éste:



Un depósito tiene tres espitas, dos para la entrada de agua y una de salida. La primera es capaz de llenar por sí sola el depósito en cinco horas, la segunda en cuatro y la tercera lo vaciaría en 2. ¿cuánto tiempo tardará en llenarse el depósito estando las tres abiertas?

La solución clásica se razona así: La primera espita llena cada hora 1/3 de depósito, la segunda ¼ y la tercera vacía ½. Por tanto, las tres a la vez llenan cada hora 1/3 + ¼ - ½ = 1/6. El conjunto de las tres abiertas llenará por tanto el depósito en seis horas.

Como comenta Y. Perelman en su *Física recreativa*, este tipo de problemas viene haciéndose desde hace dos mil años, *y en todo este tiempo viene haciéndose mal*. ¿Por qué? Vamos a examinarlo más de cerca.

Refirámonos a la figura, y llamemos:

- H: Profundidad máxima de agua en el depósito.
- S: Sección del depósito a la altura z (medida desde el fondo).
- s: Sección del conducto de salida.
- v: Velocidad de salida del agua cuando la altura de ésta es z.
- G: Aceleración de la gravedad.
- Q_e: Caudal entrante.
- T_l: Tiempo de llenado del depósito estando sólo abiertas las espitas de entrada.
- T_v: Tiempo de vaciado del depósito estando sólo abierta la espita de salida.

Ninguna dificultad ofrecen las espitas de entrada, que consideraremos como sólo una. Pero la de salida, colocada lógicamente en el fondo, no vacía el depósito de forma uniforme, ya que el caudal de salida disminuye al disminuir la altura de agua del depósito. En efecto, la velocidad de salida del agua es:

$v = (2gz)^{1/2}$

Por lo que el caudal de salida es q = vs, y por tanto la variación de altura en un instante dt vale:

$$dz = -\frac{q\,dt}{S} = -\frac{s\sqrt{2gz}\,dt}{S}$$

En el caso más sencillo, de depósito cilíndrico, en que S es constante, por integración resulta fácilmente la ecuación de la variación de la altura de agua con el tiempo:

$$\sqrt{z} = \sqrt{H} - \frac{s}{S}\sqrt{2g}\,t$$

Según la cual, el tiempo de vaciado total del depósito es

$$T_v = \frac{2S\sqrt{H}}{s\sqrt{2g}}$$

Observemos que este tiempo es el doble del que tardaría en vaciarse el depósito si se mantuviera en todo momento la velocidad inicial.

Lo dicho basta para hacernos sospechar que el clásico problema, en su caso más general, va a presentar mayores dificultades de las que ingenuamente preveíamos en principio. En efecto, extendiendo el razonamiento anterior, fácilmente concluimos que la ecuación diferencial del vaciado será en el caso general:

$$dz = \frac{Q_e dt}{S} - \frac{\sqrt{2gz}s}{S}dt$$

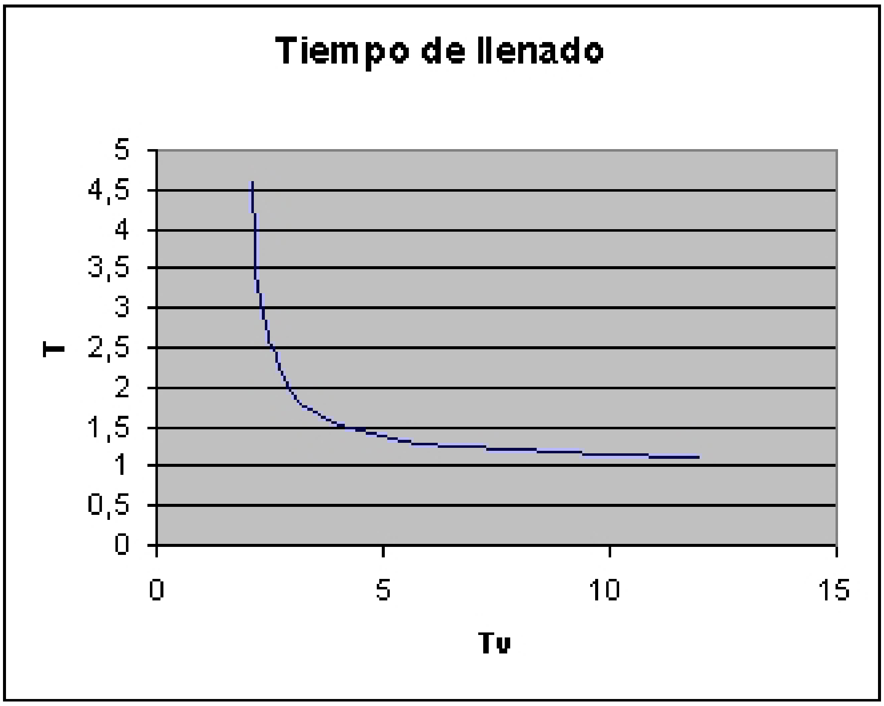
Haciendo uso de la obvia igualdad $Q_eT_1 = HS$, y recordando la anterior que da T_v, se tendrá:

$$\alpha = \frac{T_v\sqrt{H}}{2T_l}$$

Efectuada la integral y simplificando, se llega a:

$$T = -T_v\left[1 + \frac{T_v}{2T_l}\log\left(1 - \frac{2T_l}{T_v}\right)\right]$$

Puede comprobarse fácilmente que en la anterior expresión, $T \to T_l$ cuando $T_l/T_v \to 0$, es decir, cuando el tiempo de llenado es pequeño en comparación con el de vaciado. Pero cuando $T_v \leq 2T_l$ el depósito nunca llega a llenarse.



En el gráfico puede verse la evolución del tiempo de llenado total para distintos valores de Tv, en el supuesto de un tiempo de llenado T_l = 1 hora (espita de salida cerrada).

En el caso propuesto al principio, es $T_l = 12/7 = 1{,}71$ h, mientras que $T_v = 12$ h. Fácilmente se halla que T = 2,13 h, valor muy inferior al calculado.

Josep M. Albaigès

Barcelona, marzo 1999

RUMOROLOGÍA

En un estudio sobre el mecanismo de creación de los rumores, el investigador Jean-Noël Kapferer relata un famoso caso extremo ocurrido en la prensa europea durante la Primera Guerra Mundial. Todo comenzó al informar el periódico alemán *Kölnische Zeitung* de la toma de la ciudad belga de Amberes por el ejército alemán, con el siguiente titular: «Las campanas sonaron con la noticia de la caída de Amberes», entendiéndose que se refería a las campanas alemanas. Pues bien, basándose en esta noticia, el diario francés *Le Matin* informó como sigue: «Según el *Köilnische Zeitung,* los párrocos de Amberes se vieron obligados a tocar sus campanas una vez que las defensas habían caído». El tumo tocó entonces al londinense *The Times,* que daba su versión: «Según *Le Matin,* que reproduce una noticia de Colonia, los sacerdotes belgas que se negaron a hacer volar sus campanas después de la caída de Amberes han sido depuestos de sus funciones». La noticia se va complicando cuando la hace pública el italiano *Corriere de la Sera: «*Según *The Tímes,* que cita noticias de Colonia comentadas en París, los desafortunados sacerdotes que se negaron a hacer sonar sus campanas han sido condenados a trabajos forzados». Pero la cuestión queda rematada cuando de nuevo *Le Matin* informa sobre el suceso: «Según una información del *Corriere de la Sera,* vía Colonia y Londres, se ha confirmado que los bárbaros ocupantes de Amberes han castigado a los sacerdotes que heroicamente se negaron a repicar las campanas, colgándolos de ellas con la cabeza hacia abajo, como un badajo vivo».

Tomado de *El libro de los hechos insólitos*, por Gregorio Doval