Carrollia, número 65, junio 2000

CARROLLIA

Dirección en la web: **www.ciudadfutura.com/juegosmensa/carrollia.html**

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [**C**], es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.

Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

Josep M. Albaigès **Francesc Castanyer**
e-mail: jalbaiges@caminos.recol.es

El vencimiento de la subscripción corriente se indica en la etiqueta postal. Los que la hayan excedido razonablemente pasarán a la categoría carrolliana de “ Sonrisa de gato de Cheshire” (esto es, de recuerdo...).

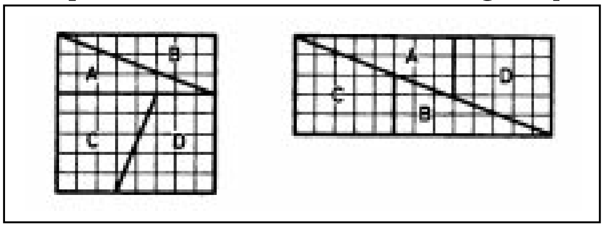
SUMARIO

65

7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23
4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20
21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12
18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9
15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1
7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23
4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20
21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12
18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9
15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1
7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23
4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20
21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12
18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9
15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1
7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23
4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20
21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12
18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9
15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1
7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23
4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20
21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12
18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9
15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1
7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23
4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20
21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12
18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9
15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1
7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23
4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20
21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12
18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9
15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1
7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23
4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20
21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12
18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9
15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1
7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23
4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20
21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12
18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9	18	2	11	25	9
15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1	15	24	8	17	1
7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23	7	16	5	14	23
4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20	4	13	22	6	20
21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12	21	10	19	3	12

18	**2**	**11**	**25**	**9**	**18**	**2**	**11**	**25**	**9**	**18**	**2**	**11**	**25**	**9**	**18**	**2**	**11**	**25**	**9**
15	**24**	**8**	**17**	**1**	**15**	**24**	**8**	**17**	**1**	**15**	**24**	**8**	**17**	**1**	**15**	**24**	**8**	**17**	**1**
7	**16**	**5**	**14**	**23**	**7**	**16**	**5**	**14**	**23**	**7**	**16**	**5**	**14**	**23**	**7**	**16**	**5**	**14**	**23**
4	**13**	**22**	**6**	**20**	**4**	**13**	**22**	**6**	**20**	**4**	**13**	**22**	**6**	**20**	**4**	**13**	**22**	**6**	**20**
21	**10**	**19**	**3**	**12**	**21**	**10**	**19**	**3**	**12**	**21**	**10**	**19**	**3**	**12**	**21**	**10**	**19**	**3**	**12**
18	**2**	**11**	**25**	**9**	**18**	**2**	**11**	**25**	**9**	**18**	**2**	**11**	**25**	**9**	**18**	**2**	**11**	**25**	**9**
15	**24**	**8**	**17**	**1**	**15**	**24**	**8**	**17**	**1**	**15**	**24**	**8**	**17**	**1**	**15**	**24**	**8**	**17**	**1**
7	**16**	**5**	**14**	**23**	**7**	**16**	**5**	**14**	**23**	**7**	**16**	**5**	**14**	**23**	**7**	**16**	**5**	**14**	**23**
4	**13**	**22**	**6**	**20**	**4**	**13**	**22**	**6**	**20**	**4**	**13**	**22**	**6**	**20**	**4**	**13**	**22**	**6**	**20**
21	**10**	**19**	**3**	**12**	**21**	**10**	**19**	**3**	**12**	**21**	**10**	**19**	**3**	**12**	**21**	**10**	**19**	**3**	**12**
18	**2**	**11**	**25**	**9**	**18**	**2**	**11**	**25**	**9**	**18**	**2**	**11**	**25**	**9**	**18**	**2**	**11**	**25**	**9**
15	**24**	**8**	**17**	**1**	**15**	**24**	**8**	**17**	**1**	**15**	**24**	**8**	**17**	**1**	**15**	**24**	**8**	**17**	**1**

El número 65 es el más indicado para publicar este cuadrado múltiplemente mágico de lado 20, pues Cada porción de 5x5 de este pavimentado es un cuadrado mágico que suma 65. Fue remitido por Antonio Cebrián, de Sagunt (València).



El producto 65 = 5·13 = 8^2 + 1, lo que lo convierte en el objetivo de numerosos juegos, como los del cuadrado que se convierte en un rectángulo de más área, cuya solución no doy por ser más que conocido.

Pero no acaban aquí las propiedades del número 65. Pues 65 es:

- La constante mágica en un cuadrado mágico de 5x5.
- Es el segundo holopotencial de 6º orden.
- El segundo número que es dos veces suma de dos cuadrados: $6^5 = 8^2 + 1^2 = 7^2 + 4^2$ (el primero es 50).El menor valor de la hipotenusa de un triángulo rectángulo de lados enteros con dos soluciones: $65^2 = 63^2 + 16^2 = 56^2 + 33^2$.
- El único número de dos cifras, en base decimal, tal que la diferencia entre su cuadrado y el de su simétrico es igual a un cuadrado: $65^2 - 56^2 = 33^2$. Para números de tres o más cifras, la propiedad se amplía:

$$\mathbf{65^2 - 56^2 = 33^2}$$
$$\mathbf{6565^2 - 5656^2 = 3333^2}$$
$$\mathbf{656565^2 - 565656^2 = 333333^2}$$

- Hay 65 números “convenientes” de Euler. Si el producto de dos números *a* y *b* es un número conveniente y si la forma cuadrática $ax^2 + by^2$ representa un número *q* de una sola manera, entonces q es primo. El menor número entero positivo que no es conveniente es el 11.
- Es el cabalístico de *Adonai*, ‘Dios’ (en hebreo ADNY).
- En la Biblia aparece varias veces: Mahaleel vivió 65 años (Gén 5,15); Henoch vivió 65 años (Gén 21); “dentro de 65 años será destruido Efraín” (Isa 7,8).
- ¿Será por eso que la edad habitual de jubilación suele ser fijada en 65 años?

CORRESPONDENCIA

Pues señor, ya hemos cumplido otro aniversario de Carrollia, el decimosexto. Parece que ayer salía por primera vez, en ese 1984 tan catastróficamente pregonado por Orwell, que se quedó al final en agua de borrajas. También el año actual ha tenido sus profecías apocalíticias con lo del “efecto 2000”, pero de nuevo seguimos tan campantes. Y la mejor muestra son las cartas de nuestros lectores, más interesantes que nunca.

Marc Moliné, por ejemplo, continuó matizando mi comunicación sobre los estados/capitales heterolíteros.

Hola Josep Maria! Fa molt de temps que no ens veiem, pero segueixo llegint Carrollia de tant en tant i m'en recordo de vosaltres.

Vaig llegir l'article sobre capitals/països heterolíters, i em va sobtar que no n’hi haguessin més. Si veu fer una recerca fins al nivell de Palau, es que veu filar mooolt prim. Jo només he trobat un parell d'exemples gairebé demagógics.

- En castellà **Seychelles**–**Victoria**. Si acceptem que en castellà **'ch'** es una lletra diferent a **'c'** és vàlid! (el meu diccionari, una mica vell, així ho diu) ;-)
- (Republica de) **Nauru** - ??? No té capital!!! Tenen constitució, president i administració central, però no tenen capital. Exemple per analogia perfecte per explicar a la gent de lletres el concepte 1 dividit entre 0.
- Llàstima de la invasió de China, sino **Tibet -Lhasa** era un altre candidat.
- Per últim l'**Antàrtica**, com Nauru, tampoc no té capital.

Gracias por las comunicaciones, pero me temo que no puede aceptarse ninguna. Desde hace un par de años, la **ch** es un simple dígrafo (¡ya era hora!). En cuanto al Tibet, no goza de la consideración de estado independiente (esa comunidad internacional que tanto chilla por Chechenia, Chipre, Kuwait, Sahara ex-español, etc. etc., permanece calladísima por el diminuto estado tibetano).

Y sigue una de las amenas cartas de Mariano Nieto, de Madrid:

Te adjunto mi pequeña contribución para la próxima edición de [C] que titulo "**Un problema del Tartaja**", que espero pueda interesar a alguien. [V. artículo adjunto.]

¿Cómo le metió mano **Tartaglia** a esa larga ecuación que yo he resuelto con toda facilidad gracias al ordenador?

He leído algo sobre **Cardano** (unos escriben **Gerolamo** y otros **Girolamo** con esa frecuente confusión entre estos dos sonidos vocálicos) que debió ser un tipo realmente curioso. Adquirió fama en Europa como astrólogo —sus teorías médicas se basaban en parte en la astrología— y se dedicaba a hacer horóscopos (hizo uno sobre **Jesucristo** por lo que fue encarcelado por la Inquisición). Durante un viaje a Inglaterra realizó el del rey **Eduardo VI**, que andaba entonces por los 16 años, al que predijo larga vida, "mucho más larga que la edad media de sus contemporáneos". Recién llegado a Italia, Cardano se enteró de que Eduardo VI acababa de morir...

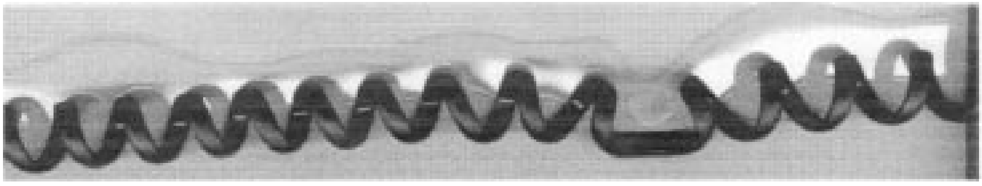
Bueno, cambiando de tema, acudo a ti como experto en nudos más o menos enredados al cuello. Tengo observado que, sin saber cómo, el cable de mi teléfono se enreda y aparece con la espiral cambiada de sentido tal como puedes ver en el escaneado adjunto. A este cambio del sentido de giro de la espiral del cable lo llamaré "***defecto***".

¿Cómo y por qué se produce ese ***defecto***?

¿Qué movimientos hay que hacer para eliminarlo?

Cuando intento corregir el ***defecto*** me veo obligado a trasladarlo espira a espira hasta llegar al extremo del cable. Pero es evidente que el ***defecto*** no se produjo por un procedimiento inverso; llego pues a la conclusión de que el ***defecto*** se debe producir lejos de los extremos del cable, mediante algún o algunos retorcimientos del mismo. ¿Qué movimiento hay que hacer para que se produzca?

Curiosamente en el último número de la revista ***Muy Interesante*** leo al respecto (página 106) el siguiente confuso comentario: "Alain Goriely y Michael Tabor han demostrado que el fenómeno es absolutamente físico: si tiramos demasiado del cable, éste se vuelve inestable, es decir, está predispuesto a cambiar de forma. Cuando luego se afloja la tensión, volverá a la configuración que requiere menos energía, esto es, dos espirales que giran en sentido opuesto y están unidas por una línea recta."



Como ves esta explicación no aclara nada. ¿Te animas a investigar el asunto?

Teníamos ya sacados los billetes para hacer un interesante viaje por Argentina (Iguazú, B. Aires, Bariloche y Patagonia) que al final no pudimos realizar. Tal vez más adelante en la primavera austral.

Hace un tiempo me ocupé yo también de Cardano en [C], en el artículo *Se puede morir de orgullo*, que concuerda con el retrato que tú das del personaje. Con respecto a sus problemas, en el del cubo veo un atajo que lo simplifica mucho; sin duda Cardano lo usó. La ecuación puede escribirse

$$\left(\frac{x-1}{x}\right)^6 = \frac{1}{2}$$

conque es inmediato que $(x-1)/x = \sqrt[6]{1/2}$. El resto, hasta tu resultado, sigue solo.

El del segmento que hay que dividir en tres partes 'rectangulables' lo veo de poco interés: bastaría, por ejemplo, tomar los 3/12, 4/12 y 5/12 de él. Mayor dificultad, creo, tendría esta variante, de mi cosecha: "*Dado un segmento y un punto tomado al azar en su interior, hallar en él un segundo punto de forma que con los tres segmentos resultantes pueda construirse un triángulo rectángulo*".

Vamos a resolverlo analíticamente. Sea α el segmento mayor y β el menor. Podemos distinguir dos casos:

1. El segmento menor es un cateto. Si, como es costumbre, es a la hipotenusa y (b,c) los catetos, se plantearán las ecuaciones:

   a + b = α
   c = β

   De donde resulta, tras operar:

   $$a = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{2\alpha}$$

   $$b = \frac{\alpha^2 - \beta^2}{2\alpha}$$

   El sistema tiene solución única *siempre*.

2. Sea ahora el segmento menor, o sea β, la hipotenusa. Las ecuaciones son bastante distintas:

$$b + c = \alpha$$
$$b^2 + c^2 = \beta^2$$

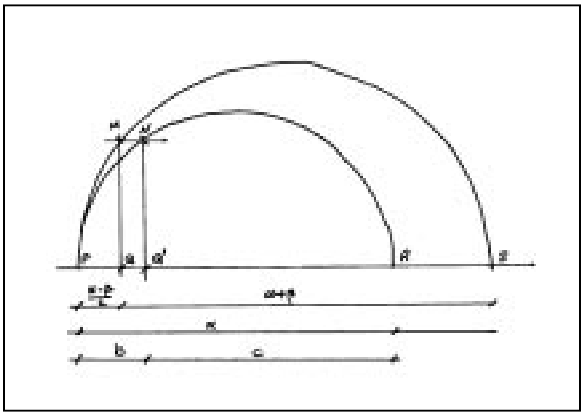
Cuya solución es ahora:

$$\begin{Bmatrix} b \\ c \end{Bmatrix} = \frac{\alpha \pm \sqrt{2\beta^2 - \alpha^2}}{2}$$

Este caso es más ingrato: para que tenga solución, debe ser $\alpha < 2\sqrt{\beta}$.

Sin embargo, interpreto que en el espíritu del problema está que *hay que resolverlo gráficamente* con los instrumentos habituales (regla y compás). En principio no presenta mayores dificultades la construcción de las medias proporcionales correspondientes, pero los procedimientos que he encontrado resultan tan artificiosos y faltos de elegancia que me resisto a creer que no los haya mejores. Por ejemplo, en el segundo caso, habría que hacer lo siguiente:

El problema, según la ecuación anterior, se reduce a hallar dos números (b,c) cuya suma es α y cuyo producto es $(\alpha^2 - \beta^2)/2$. Para construir la raíz cuadrada de este último valor, hallamos el círculo cuyo diámetro PS es la suma de $(\alpha - \beta)/2$ = PQ por una parte, y $\alpha + \beta$ = QS por otra. La semicuerda MQ será el valor $\sqrt{(\alpha^2 - \beta^2)/2}$. Construyendo ahora otro semicírculo de diámetro α según la figura, e interceptándolo con MN, paralelo a PS, la semicuerda NQ' paralela a la anterior semicuerda determinará el segmento Q', y los segmentos PQ' y Q'R serán los valores b y c pedidos.



Repito que soy el primer insatisfecho con esa construcción, y por ello pido quien pueda mejorarla. Y hacer la del primer caso, que es más fácil, aunque también muy tediosa.

Pasemos ahora a otros temas. La observación sobre el *defecto* del cable telefónico también a mí me intrigó muchas veces. Una vez aparecido, es posible reconstruir la espiral dando un giro especial a la "espira invertida". Es muy difícil explicarlo por escrito, pero voy a intentarlo: supuesto que la espiral se enrosca a derechas y hacia la derecha, toma las espiras contiguas al *defecto* con los dedos pulgar e índice de las respectivas manos, y gira la izquierda a izquierdas. Verás que se reconstruye la espira. Obviamente, el *defecto* se había formado por haber sido sometido el cable a una torsión análoga, y el fenómento sólo afectó una espira.

En mi opinión, es cierta (aunque un tanto esotérica) la explicación de *Muy Interesante*, quizá porque el transcriptor no ha entendido las explicaciones de Goriely y Tabor. De hecho, en muchas estructuras sometidas a tensiones se da una *indeterminación* en la posición de equilibrio final (el ejemplo más típico es el de una columna recta, que puede mantenerse así o pandear), y el paso de una a otra configuración puede venir inducido por un pequeño efecto local. Similarmente puede ocurrir, como vemos, con la espiral telefónica.

¡Qué gloria ese viaje al Cono Sur! Yo he intentado 'escalar los Andes' también en varias ocasiones, pero siempre se ha interpuesto algún problema. No desespero con todo de realizarlo algún día, y entonces me será muy útil tu experiencia.

Y hablando del Cono Sur, nuestro amigo Ricardo Isaguirre, hasta hace poco en las frías latitudes patagónicas, ha regresado a su Buenos Aires querido como diría el tango, y nos da cuenta de ello:

Estoy ya en La Plata, donde desempeño, en la Curia Arquidiocesana (vosotros diríais "Archidiocesana"), el oficio de Vicecanciller (a cargo pleno de la Cancillería, por ser el Canciller un sacerdote ya anciano y enfermo).

"Por sus frutos los conoceréis", también el valor de nuestros actos. Por el efecto nos es conocida la causa... La responsabilidad es ahora otra, y en otro terreno, pero el ánimo con que lo enfrento todo es el mismo. Yo no creo (seriamente lo afirmo) en las promociones en la carrera eclesiástica (en la que tampoco creo), de modo que aquí estoy, como estuve allá en el remoto y magnífico sur patagónico de la Argentina por un bienio casi entero.

Antes de la despedida, una palabra aunque más no sea sobre tu artículo "Nuevos calendarios". En primer lugar, el calendario de la regularizacionistas (dispénsame el neologismo) me parece de un aburrimiento fenomenal. ¿Qué ventaja se extrae de anular la variedad de las fechas y cuadricular el tiempo de esa manera? Si la Humanidad durante siglos ha logrado hacer las correcciones necesarias en el cómputo del tiempo, ¿no estamos hoy más capacitados que nunca para ello, con tantas nuevas tecnologías? Como ves, se trata de una razón más estética que otra cosa, pero la belleza vale como argumento. En segundo lugar, me gustaría recordar que la semana de siete días no es sólo el "hilo continuo" que nos mantiene unidos al pasado y a las tradiciones, sino que su mantención surge para Occidente (y para Oriente cristiano lo mismo) de la fe en la Resurrección de Cristo, que el domingo testimonia y proclama visiblemente. Poniendo o sacando días aquí y allá no se soluciona nada, se confunde todo y se introduciría otro elemento más de dominio sobre la libertad que la pertenencia a la tradición garantiza.

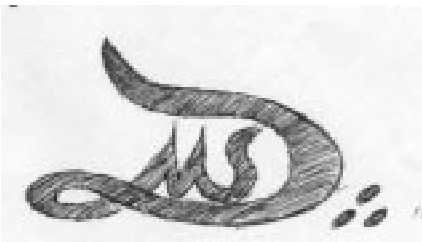
El tema de la transcripción al castellano de las voces griegas me ha interesado siempre. Por supuesto, escribir 'archidiocesano' tiene el peligro de que la gente acabe pronunciando 'artxidiocesano' en vez de 'arkhidiocesano', pero resolver esto escribiendo 'arquidiocesano', introduciendo una q espúrea (¡acompañada, para mayor inri, de una u muda!) me parece una forma fatal de resolver el problema. ¿Tanto costaría decidir que la ch debe ser pronunciada a veces como k (choro, archi, etc.)? Nuevamente la lengua es algo demasiado serio para dejarla en manos de los académicos.

En efecto, como decía Cervantes, "cada uno es hijo de sus obras". Y aunque sólo sea por esto, cada cargo exige obrar de acuerdo con los poderes y responsabilidades con los que en él se está investido, para hacerse digno del cargo y de las personas que dependen de sus decisiones. Te deseo visión y clarividencia en ellas.

Y bueno, no es que yo sea partidario de nuevo calendario alguno, y menos a estas alturas de la técnica, pues creo que los perjuicios que causaría serían superiores a los beneficios. Pero, si aceptamos como buena la división del día en 24 horas iguales (prescindiendo de las horas temporales, las babilónicas, etc., que eran de duración variable), ¿por qué no va a ser útil un sistema que simplifique los cálculos y las transacciones comerciales? Sólo te sé decir de las molestias que ha causado en el presente año escolar la irregular fragmentación del curso académico (en el hemisferio Norte) por culpa de esa Semana Santa tan retrasada.

En cuanto a la relación del 'hilo continuo' de la semana, pensando universalmente, no puede olvidarse que nuestro calendario es seguido por culturas muy diversas, las cuales no apreciarían en absoluto ese argumento. Ésta es una más de las dificultades que surgirían intentando modificar ese consenso al que, venturosamente, se ha llegado en todo el mundo (incluso las culturas que siguen otros calendarios, lo hacen paralelamente al nuestro).

David Moñivas, de Ávila, manda una simpática carta, junto con su sello personal, una foto y un programa para confeccionar cuadrados mágicos de dimensión hasta 22. Entre otras cosas dice:



Me leí *Alicia en el país de las maravillas* este invierno, en la edición que publicó *El Mundo* dentro de una colección de las 100 obras del milenio. (más bien las de libre difusión, pero en fin...). ¿Podrías referirme a una página 'güeb' (¡otro!) donde encontrar la lista de obras completas de LC?

Como en efecto la consulta es frecuente, publico seguidamente las webs de que dispongo sobre la obra de LC.

LC	http://www.students.uiuc.edu/~jbirenba/carroll.html
LC	http://www.lewiscarroll.org/carroll.html
LC	http://www.alicia.com
LC (català)	http://www.weblandia.com/alicia/
LC (web)	http://www.stg.brown.edu/projects/hypertext/landow/victorian/carroll/carrollov.html
LC a la Universitat	http://www.bib.uab.es/human/lewis1.htm
LC not Centenary	http://www.lunatus.com/alice.html
LC, fotos de Alicia	http://www.weblandia.com/alicia/fotos
LC-Alicia	http://www.tedebojos.com
LC-Alicia	http://www.megabrands.com/alice/indexx.html
LC-Jabberwocky	http://www.jabberwocky.com/carroll/jabber/
Quintana, Jordi	http://www.xtec.es/~jquintan
Viana, Amadeu	http://www.udl.es/usuaris/s2430206/pumby/carroll.htm

Y una vez más, a lo tonto, hemos acabado llegando al verano, que os deseo bien feliz.

Este editor que lo es.

EL ETERNO TEOREMA DEL MAPA DE LOS CUATRO COLORES

La correspondencia con Miguel Á. Lerma en el pasado mes de mayo de 2000 versó sobre el conocido teorema del mapa de los cuatro colores (posibilidad de colorear siempre un mapa usando como máxcimo cuatro colores sin que nunca haya dos regiones contiguas del mismo color). Resumiendo las cartas de Miguel Ángel:

En 1976 Appel y Haken demostraron mediante un intrincado análisis por ordenador que todos los mapas planos pueden colorearse con cuatro colores sin que dos regiones adyacentes reciban el mismo color (teorema de los cuatro colores). Sin embargo su argumento es fundamentalmente inductivo y se aplica sólo a mapas con un número finito de regiones. Tiene por tanto sentido plantearse si el teorema será también cierto para mapas infinitos. ¿Hay alguna manera de razonar que demuestre que también los mapas planos con un número infinito de regiones pueden colorearse con sólo cuatro colores?

Por supuesto, dado un mapa infinito, cualquier porción finita del mismo, por grande que sea, se podrá colorear con cuatro colores, pero no está claro que una tal coloración se pueda extender a porciones mayores del mapa sin entrar en algun callejón sin salida que obligue a hacer cambios en partes previamente coloreadas. Para extender el resultado de Appel y Haken a mapas infinitos sería necesario probar que hay alguna manera de colorear cualquier región finita del mapa de manera tal que no necesite cambios a medida que se pasa a colorear regiones más amplias. El problema no es nuevo, de hecho está resuelto, y admite una solución bastante elegante.

Un problema similar pero con resultado negativo es el de la existencia de conjuntos de puntos en el plano todos ellos separados por distancias enteras. No es muy difícil probar que hay conjuntos finitos de puntos de tamaño arbitrariamente grande con dicha propiedad, pero no hay ningún conjunto infinito de puntos en el plano que tenga esa propiedad.

Un problema interesante sería dar algún tipo de criterio que permita extender automáticamente a conjuntos infinitos ciertas propiedades que han sido demostradas para conjuntos finitos arbitrariamente grandes. Por supuesto dicha extensión no es siempre posible (como demuestra el ejemplo de los puntos separados por distancias enteras), pero hay ciertas condiciones generales bajo las cuales sí que es posible (como en el teorema de los cuatro colores).

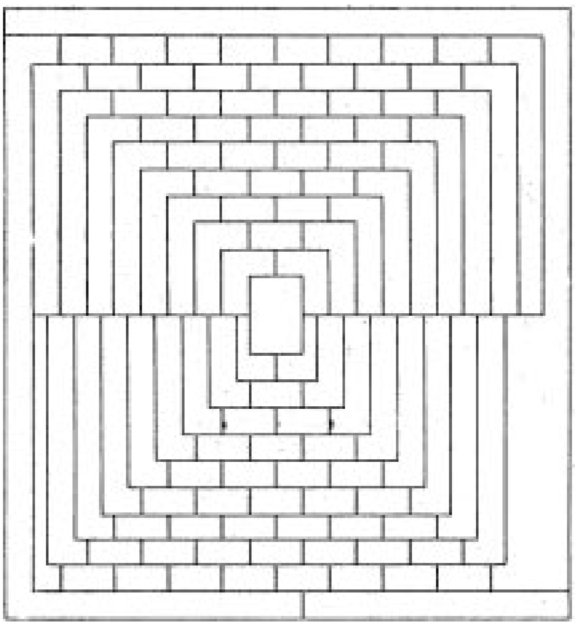
Se trata pues de probar que todo mapa plano M infinito (compuesto de una cantidad infinita de países) se puede colorear con cuatro colores. La idea es como sigue. Primero se toma una sucesión de submapas finitos de M, llamémoslos M1, M2, M3,..., cada uno contenido en el anterior y cuya unión nos dé el mapa infinito completo. Esto se puede conseguir digamos tomando M1 = un país P dado, M2 = P junto con todos los países adyacentes a P, M3 = M2 más todos los países adyacentes a países en M2, y así sucesivamente, añadiendo a cada paso todos los países adyacentes a países previamente considerados. Consideremos ahora el conjunto de todas las posibles coloraciones de los submapas M1, M2, M3, etc, con no más de cuatro colores y de modo que no haya dos países adyacentes con el mismo color. Una coloración C (de algún submapa finito) diremos que es una "extensión" de otra coloración C' (de otro submapa finito), si C colorea un submapa mayor que C' y las dos coinciden en el submapa más pequeño.

Consideremos ahora todas las posibles coloraciones de M1. Si M1 consta de un solo país, como indico arriba, entonces tendrá precisamente cuatro posibles coloraciones, una por cada color disponible para dicho país, pero podemos razonar en general suponiendo que M1 es cualquier conjunto finito inicial de países. Puesto que M1 está contenido en todos los mapas M2, M3, M4, etc., y todos ellos admiten alguna coloración con cuatro colores, hay infinitas extensiones de coloraciones de M1 a los mapas finitos subsiguientes, por tanto al menos una de las coloraciones de M1 admite infinitas extensiones a mapas más grandes. Sea C1 una de dichas coloraciones de M1 que admite infinitas extensiones, y eliminemos todas las coloraciones de M2, M3, M4,... que no sean extensiones de C1.

En el siguiente paso consideremos las coloraciones de M2 que son extensiones de C1. Razonando como antes vemos que al menos una de ellas, llamémosla C2, admite infinitas extensiones a los mapas subsiguientes. Reiterando el razonamiento obtendremos que existen coloraciones C3 de M3, C4 de M4, y así sucesivamente, cada una de las cuales es una extensión de las anteriores y admite infinitas extensiones a submapas más grandes.

Finalmente la sucesión de coloraciones C1, C2, C3,..., cada una de ellas extensión de la anterior, proporciona colores fijos y definitivos para todos y cada uno de los países del mapa infinito total, y el problema queda resuelto.

Miguel A. Lerma



Sin embargo, Martin Gardner publicó en su bien conocida sección *Mathematical Games* de la revista*Scientific American*, en abril de 1974, el mapa que no me resisto a transcribir. Según sus propias palabras:

"El más sensacional de los descubrimientos del año pasado en matemática pura fue seguramente el hallazgo de un contraejemplo de la conocida conjetura delos cuatro colores... La mayoría de los matemáticos han creído que el teorema delos cuatro colores es cierto y que eventualmente sería demostrado. Algunos sugirieron que podría ser indecidible en la forma Gödel. H. S. M. Coxeter, de la Universidad de Toronto, se quedó casi solo sosteniendo que la conjetura es falsa.
La intuición de Coxeter ha sido recientemente vindicada. El pasado mes de noviembre, William McGregor, un teórico en grafos de Wappingers Falls, N. Y., construyó un mapa de 110 regiones que no puede ser iluminado con menos de cinco colores. El informe de McGregor aparecerá en 1978 en el *Journal of Combinatorial Theory*, serie B."

Que yo sepa, nadie ha conseguido iluminar este mapa con cuatro colores, lo que arroja dudas sobre la supuesta "demostración" de Appel y Haken, que Miguel Á. Comenta. ¿Algún carrollista podrá colorearlo con cuatro, o ciertamente son necesarios cinco colores? Queda lanzado el guante.

JMAiO

CICLOS OPERACIONALES

El doctor Matrix, seudónimo de Martin Gardner (*Los mágicos números del doctor Matrix*) , nos informa de la siguiente curiosidad: Tomemos dos números cualesquiera, a_1, a_2 (por ejemplo, 4,1 y 23,45), y calculemos mediante ellos la siguiente sucesión:

- Sumamos 1 al segundo número y lo dividimos por el primero: 24,45/4,1 = 5,963415…
- Sumamos 1 al cociente y lo dividimos por el número anterior: 6,963415/23,45 = 0,296947…
- Reiteramos: 1,296947/5,963414 = 0,217484…

Podríamos pensar que al continuar el proceso seguiríamos obteniendo otros valores de un aspecto tan "aleatorio" como los anteriores, pero he aquí que la siguiente reiteración da:

- 1,217484/0,296947 = 4,1

¡Y a partir de ahí siguen apareciendo los mismos números! La cadena, según vemos, consiste en reiterar la operación:

$$a_n = \frac{a_n + 1}{a_{n-2}}$$

Unas simples operaciones algebraicas demuestran el carácter cíclico de la sucesión.

Existen otras operaciones del tipo de la anterior. La más simple es $a_n = 1/a_{n-1}$, cuyo período es 2. Con $a_n = 1(1-a_{n-1})$ se obtiene el período máximo de 3. Basta partir de cualquier número significativo, real o complejo, restarlo de 1, hallar la recíproca y repetir la operación dos veces más para volver al punto de partida.

El ciclo más largo que se conoce para tres variables es 8, dado por la función recursiva $a_n = (1+a_{n-1}+a_{n-2})/a_{n-3}$. Las letras representan, claro está, los últimos tres términos de la serie generada en forma recursiva. Así, si $a_1=1$, $a_2=2$, $a_3=3$, la serie es 1, 2, 3, 6, 5, 4, 5/3, 4/3, 1, 2, 3… El ciclo más largo con cuatro variables es 12. Se genera mediante $a_n = a_{n-1}a_{n-4}/(a_{n-1}a_{n-3}-b_{n-2})$, fórmula descubierta por Conway.

JMAiO, Salou, set 99

El origen del actual calendario

L. F. Teruel

El profesor y arqueólogo Francisco Burillo considera de gran importancia emprender una serie de excavaciones sistemáticas en Ségeda, entre otras razones por las repercusiones que, según dice, tuvo esta ciudad en la historia.

Para empezar, Ségeda fue el origen de todas las guerras celtibéricas que desencadenaron los romanos en el territorio de Hispania y que concluirían hacia el 133 antes de Cristo con la caída de Numancia.

El motivo que tuvo Roma para iniciar este conflicto bélico hay que buscarlo en el momento en el que los habitantes de la poderosa ciudad de Ségeda, poblada por la tribu celtíbera de los Belos, proponen a las ciudades más pequeñas vecinas agruparse a ella y construir para su defensa una gran muralla.

Como esta actuación suponía los incumplimientos de los pactos de Graco, Roma envió contra ellos al cónsul Nobilior al frente de 30.000 hombres.

Estos acontecimientos también determinaron el inicio del calendario el día 1 de enero, que perduraría luego hasta nuestros días, al iniciar Nobilior el consulado en esa fecha, y no el 15 de marzo como hasta entonces sucedía. Nobilior lo hizo así para tener más tiempo en la batalla, ya que el largo viaje a la Celtiberia le iba a suponer muchos meses.

Es igualmente destacable el hecho de que la primera derrota que infligieron los celtíberos a los romanos, bajo el mando del recién elegido caudillo Caro, se produjo el 23 de agosto, día en que éstos últimos celebraban la fiesta de Vulcano.

Por este motivo, a partir de entonces ningún general romano entabló por su propia voluntad una batalla en ese día, que se convirtió en una fecha aciaga.

(Remitido por Antonio Casao)

EL PROBLEMA DE DANI BUYÓ I GINÉ

Ramon Giné, nuestro conocido editor de SEMAGAMES, me envía este problema, que el día de los Inocentes (!) de 1999 le propuso su nieto Dani:

Un hotel dispone de 100 habitaciones y 100 camareros.

Los camareros tienen la costumbre siguiente, más bien simple:

Un primer camarero cierra las puertas de todas las habitaciones. Un segundo abre las puertas de las habitaciones pares. Un tercero cambia de posición todas las puertas que son múltiplos de 3. Un cuarto cambia todas las múltiplos de 4... Así hasta que ha pasado el último camarero.

¿Qué puertas quedarán CERRADAS al final?

SOLUCIÓN

Es obvio que sólo quedarán cerradas aquellas puertas por las que hayan pasado un número impar de camareros. Es decir, aquéllas que tengan un número impar de divisores, ya que cada paso de un camarero se corresponde con un submúltiplo de la puerta que éste abre o cierra.

Dad un número descompuesto en sus factores primos:

$$N = a^{\alpha} b^{\beta} c^{\gamma} \ldots l^{\lambda}$$

se demuestra que el número total de sus divisores (incluyendo 1 y el propio N) es:

$$Div(N) = (\alpha + 1)(\beta + 1)(\gamma + 1)\ldots(\lambda + 1)$$

Este valor sólo puede ser impar si lo son todos los términos entre paréntesis, o sea si α, β, γ,...λ son pares. *Es decir, si N es un cuadrado perfecto.* Por tanto, quedarán cerradas las puertas 1, 4, 9, 16,...

Josep M. Albaigès, marzo 2000

EL PROBLEMA DE LOS CONTENEDORES

Como resultado de una consulta sobre permutaciones, Miguel Á. Lerma mandó este soberbio artículo, que vale la pena reproducir.

Ese problema se puede formular en general de la siguiente forma: ¿de cuántas maneras distintas se pueden repartir n objetos en r contenedores? En realidad se trata de cuatro problemas en uno:

1. Si los contenedores y los objetos son distintos (o "distinguibles"), de modo que intercambiar dos objetos situados en contenedores diferentes da lugar a una repartición distinta, entonces el resultado es igual al número de lugares donde podemos colocar el primer objeto, multiplicado por el número de lugares donde podemos poner el segundo, etc. El resultado es igual a $r \cdot r \cdot r \ldots \cdot r = r^n$.

Si ningún contenedor debe quedar vacío, entonces el problema equivale a hallar el número de aplicaciones suprayectivas de un conjunto de n elementos a otro de r elementos. La solución es:

$$\sum_{k=0}^{n} (-1)^k \binom{r}{r-k} (r-k)^n = r! S_2(n,r)$$

donde $S_2(n,r)$ representa el número de Stirling de segunda especie con argumentos (n,r).

2. Si los objetos son idénticos (o "indistinguibles") pero los contenedores son distintos, entonces cada repartición se puede representar alineando los n objetos y separándolos de todas las formas posibles con r-1 marcas intercaladas entre ellos. El resultado es el número de permutaciones de n+r-1 items (objetos más marcas), donde hay n repetidos y otros r-1 repetidos. En total, $\binom{n+r-1}{n} = \frac{(n+r-1)!}{n!(r-1)!}$.

Si no deben quedar contenedores vacíos entonces ponemos un objeto en cada uno de los r contenedores y repartimos los n-r objetos restantes según el procedimiento anterior. Ahora la solución sería $\binom{n-1}{n-r}$.

3. Si los objetos son distintos pero los contenedores son idénticos no pudiendo quedar contenedores vacíos, entonces la solución se puede obtener dividiendo por r! la solución obtenida en la segunda parte del caso 1. El resultado es el número de Stirling de segunda especie:

$$S_2(n,r) = \frac{1}{r!}\sum_{k=0}^{r}(-1)^k \binom{r}{r-k}(r-k)^n$$

Si pueden quedar contenedores vacíos, entonces el resultado es $\sum_{k=1}^{r} S_2(n,k)$.

4. Si los objetos y los contenedores son idénticos, entonces cada repartición se llama una "partición" de n. No hay una fórmula explícita para el número de particiones de n, pero hay estimaciones asintóticas, como la proporcionada por la fórmula de Hardy-Ramanujan (1918):

$$p(n) = \left(\frac{1}{4n\sqrt{3}}\right)e^{\pi\sqrt{2n/3}}$$

El problema se puede abordar también con la teoría de funciones generatrices, en particular el número de particiones de n es igual al coeficiente de x^n en el desarrollo en serie de potencias de la función:

$$f(x) = \prod_{k=1}^{\infty}\frac{1}{1-x^k}$$

Si truncamos el producto en el factor $k=m$ entonces obtenemos la función generatriz del número de particiones de n con sumandos no mayores que m.

De todos modos, el cálculo de las particiones carece por el momento de fórmula explícita para el término *n*-simo. Lo más parecido a ella es la fórmula de Rademacher, serie infinita cuyo primer término es precisamente la fórmula asintótica de Hardy-Ramanujan. Eso sí, se puede calcular mediante fórmulas recurrentes, la más conocida de las cuales es la de Euler:

Para $n < 0$, $p(n) = 0$
Para $n = 0$, $p(0) = 1$
Para $n>0$:

$$p(n) = \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^{k+1}\{p[n-\omega(k)] + p[n-\omega(-k)]\}$$

Donde *ω(k)=k(3k-1)/2* es el *k*-simo número pentagonal. La suma antes indicada sólo contiene un número finito de términos no nulos.

Por ejemplo: p(12) = p(12-1) + p(12-2) - p(12-5) - p(12-7) + p(12-12) = p(11) + p(10) – p(7) – p(5) + p(0) = 56 + 42 – 15 – 7 + 1 = 77.

Éstos son los primeros términos de la sucesión:

n	p(n)
0	1
1	1
2	2
3	3
4	5
5	7
6	9

APÉNDICE

Los números de Stirling, que aparecen en la solución de los casos 1 y 3, verifican una propiedad que recuerda la de los números combinatorios:

$$S_1(n+1,r) = S_1(n,r-1) + nS_1(n,r)$$
$$S_2(n+1,r) = S_2(n,r-1) + rS_2(n,r)$$

Esa propiedad se puede aprovechar para calcular números de Stirling formando un triángulo similar al de Pascal:

NÚMEROS DE STIRLING DE PRIMERA ESPECIE									n!
k\n	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	
1	1								1
2	1	1							2
3	2	3	1						6
4	6	11	6	1					24
5	24	50	35	10	1				120
6	120	274	225	85	15	1			720
7	720	1764	1624	735	175	21	1		5040
8	5040	13068	13132	6769	1960	322	28	1	40320

NÚMEROS DE STIRLING DE SEGUNDA ESPECIE									n!
k\n	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	
1	1								1
2	1	1							2
3	1	3	1						5
4	1	7	6	1					15
5	1	15	25	10	1				52

6		1	31	90	65	15	1			203
7		1	63	301	350	140	21	1		877
8		1	127	966	1701	1050	266	28	1	4140

Puede observarse que, la suma de los elementos de la primera fila en los números de Stirling de primera especie es el factorial de n. Las sumas de las filas de los números de Stirling de segunda especie son los llamados números de Bell, que indican el número de particiones de un conjunto, o sea el número de formas en que éste puede descomponerse en subconjuntos no vacíos. Así, por ejemplo, las particiones del conjunto ABC son A+B+C, A+BC, B+AC, C+AB, ABC (5 en total, la suma de la tercera fila de los S_2), mientras que el número de particiones del número 4 son 1+1+1+1, 1+1+2, 1+3, 2+2, 4 (apartado **4**).

Miguel Ángel Lerma
Marzo 2000

INSCRIPCIONES POMPEYANAS

El grafito es una forma de expresión que combina por igual la voluntad de dejar una marca pública de presencia, una apropiación del espacio social y una manifestración transgresiva de las pautas de la sociedad, manifestada en todos sus detalles, desde el uso de escrituras no canónicas hasta, natrualmente, los textos transmitidos.

¿Son los *graffiti* un fenómeno de hoy? La machacona repetición de los eslóganes de esa revolución palaciega que fue el mayo del 68 francés (“Prohibido prohibir” y otras lindezas, sin saber que estaba prohibido prohibir prohibir) puede hacer creer a la ligera que estamos ante un fenómeno moderno. En absoluto: las cenizas de Pompeya han sacado a la luz mensajes que fácilmente podrían creerse elaborados hoy.

Vamos a seleccionar unas muestras. Advertiremos previamente que algunos pueden herir sensibilidades. Pero la precisión histórica está antes que el decoro convencional.

Reuníos aquí todos los enamorados. Quiero romperle las costillas a Venus
a bastonazos, y dejarle la espalda molida.
Si ella puede atravesar mi tierno corazón,
¿por qué no iba yo a poder romperle la cabeza de un estacazo?

Si alguno no ha visto la Venus que pintó Apeles,
que mire mi niña: es tan bonita como ella.

¡Salud para quien ama! Muerte para el que no sepa amar!

¡Sabina, eres una chupapollas y esto no está bien!

¿Estás fláccido, nabo mío? La jodienda desloma a cualquiera.

Me he meado en la cama. Lo confieso, he cometido un pecado, pero si me preguntas, hostalero, la razón, te diré: no tenía orinal.

Si pretendes cagar aquí, alerta con el castigo. Y si no haces caso, que Júpiter se muestre iracundo contigo.

Al enamorado no le conviene usar el agua hirviente,
Porque ningún escaldado puede amar el fuego.

Si alguien se opone a Quincio, que sea sometido al asno (Grafito electoral).

Josep M. Albaigès, abr 00

INSCRIPCIONES POMPEYANAS

David alias *Deckard* manda una interesante dirección:

http://www.schulers.com/jpss/pascal/msm.htm

Donde puede conseguirse un programa para general cuadrados mágicos. David manda algunos, por ejemplo:

14	19	22	20	98	61	66	97	32	76
44	56	65	99	79	12	4	87	49	10
29	39	73	94	85	75	36	45	16	13
95	41	15	2	63	11	80	48	81	69
8	100	67	93	77	38	43	6	46	27
60	34	83	57	33	51	24	84	1	78
37	55	82	26	9	28	91	3	86	88
96	59	42	71	23	90	17	30	72	5
68	62	21	18	7	50	70	53	64	92
54	40	35	25	31	89	74	52	58	47

Y añade: “Los cuadrados magicos que se han obtenido (¿lo son? ¡confio tanto en mi ordenador que no lo he verificado!) son el resultado de 371.000 iteraciones, llevadas a cabo en poco mas de 30 segundos (¡en un 486/DX2!).

Tranquilo, amigo David. Son cuadrados mágicos reales. Muchas gracias.

JMAiO, abr 00

UN PROBLEMA DEL TARTAJA.

El largo período de esplendor de la matemática griega llega a su fin en el **s. VI** en el que el romano **Boecio**, considerado como el último matemático de la antigüedad, compone tratados elementales de aritmética y geometría usados como textos para la enseñanza del *quadrivium* durante los tiempos medievales.

Tras tres siglos de oscurantismo, se inicia el aporte matemático árabe en el **s. IX** con **Al-Khuwarizmi** (de donde procede la palabra *algoritmo*).

La matemática comienza a despertar en Occidente en el **s. XIII. Fibonacci** introduce el sistema de numeración decimal, con el cero indio, en su ***Liber abaci*** de 1202 y se inicia la pugna entre abacistas y algoristas. Los primeros, que pertenecían al gremio de los calculadores profesionales, defendían sus privilegios.

Entramos en el **s. XVI**, pleno Renacimiento. En 1494 **Luca Pacioli** escribe, cuarenta años después de que el taller de **Gutenberg** en **Maguncia** empezase a funcionar, su ***Summa***, ¡primera obra impresa de álgebra!

Pocos años después, **Tartaglia** (el tartaja), traductor de los ***Elementos*** de **Euclides**, halla una fórmula para resolver ecuaciones cúbicas trinomias y gana fama con sus victorias en los torneos matemáticos de la época. Su paisano **Girolamo Cardano**, que escribió ***Mi vida***, la primera autobiografía de la literatura occidental, era un personaje extravagante, médico, astrólogo, matemático e inventor (de la famosa junta). Cardano trata de conseguir la fórmula de Tartaglia utilizando ruegos, engaños, amenazas y adulaciones, finalmente lo consigue bajo promesa de secreto. Algún tiempo después Cardano publica su ***Ars Magna*** ¡con la fórmula de Tartaglia!

He aquí dos de los problemas propuestos por Tartaglia a su contrincante matemático **Del Fiore**.

"Cortar una recta de longitud dada en tres segmentos con los que se pueda construir un triángulo rectángulo"

"Un tonel está lleno de vino. Cada día se extrae de él un cubo que es reemplazado inmediatamente por otro de agua. Al cabo de seis días en el tonel hay la mitad de vino y la mitad de agua. ¿Qué capacidad, expresada en cubos, tiene el tonel?"

La solución a este segundo problema sería la siguiente:

Al cabo de seis días la cantidad de vino que queda en el tonel es $\mathbf{(x-1)^6/x^5}$ expresión que habrá que igualar a x/2, lo que da lugar a la ecuación:

$$\mathbf{x^6-12x^5+30x^4-40x^3+30x^2-12x+2=0}$$

Resolviendo esta ecuación obtenemos para el tonel una capacidad de **9,16** cubos.

¿Cómo consiguió "el tartamudo" este resultado?

Nota: Si el vino y el agua se igualan al cabo de **1, 2, 3, 4, 5** días, la capacidad del tonel resulta ser respectivamente **2; 3,4; 4,8; 6,28** y **7,7** cubos.

Aristogeronte.
Madrid, abril, 2000