Carrollia

Segundo milenio. Número 68 (marzo 2001)

Dirección en la web: **www.ciudadfutura.com/juegosmensa/carrollia.html**

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [**C**], es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.

Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

Josep M. Albaigès
e-mail: jalbaiges@caminos.recol.es

SUMARIO

68

El número 68 es vulgar, empezando por su descomposición en factores primos: $68 = 2^2.17$. Es el segundo número (después de 62) del cual nada dicen ni David Wells (*The Penguin Dictionary of Curious and Interesting Numbers*) ni François Le Lionnais (*Les nombres remarquables*). Bien, 62 tenía al menos esa propiedad: ser el primer número “ no interesante” . El 68, ni eso.

Picoteemos. Está relacionado con campos tan diversos como los juegos (68 casillas comunes en el juego de parchís) y la religión (68 cuentas en el rosario, lo que le hace ser llamado así en las loterías).

Si pasamos a la gematría, 68 es el número de muchas palabras curiosamente relacionadas con la enfermedad, como *agenda*, *baobab, bella, caballa, cacao, cancerígeno, debilidad, decena, denario, eco, encía, endeblucho, falla, habilidad, migaja, nacer* y... *¡oh!.*

EL CORREO DE CARROLLIA

Bueno, pues ya estamos en 2001, ese año soñado por Clarke, y todavía los ordenadores no son capaces de rebelarse contra quienes los crearon. Menos mal; la ingratitud sigue siendo patrimonio de los humanos. La carta de Jorge Viaña, de La Plata (Argentina), sirvió para acusar recibo de otra mía anterior.

Te envío estas líneas para felicitarte a ti, y a través tuyo a los amigos del **Carrollsig,** y desearos a todos unas muy felices Fiestas y el mejor Año Nuevo, nueva década, la de los "años cero" o del siglo —XXI creo—, nuevo siglo, milenio, y lo que sea.

Jorge mandaba, además, unas fotografías de su familia con el también carrollista P. Ricardo Isaguirre, que no publicamos por ser repetición de la que ya apareció hace un par de años. Muchas gracias, Jorge. Tu carta me ha recordado que estos días se cumple el 75 aniversario del famoso vuelo del Plus Ultra, que unió por primera vez nuestros países por vía aérea. ¡Parece mentira, en plena era aeronáutica, que sólo hayan transcurrido esos años desde que la travesía atlántica imponía hacer testamento previo!

Dice José Antonio de Echagüe, de Madrid:

En el último número de [C], nuestro gran amigo A. Casao cita a **Alan Greenspan,** Presidente de la Reserva Federal de los EE.UU, señalando su afición a los problemas matemáticos. Te adjunto un recorte de Prensa reciente por el que verás que además es aficionado a las frases complicadas y paradójicas: tratando de "quitar hierro" a anteriores declaraciones suyas que provocaron una quizás excesiva y prematura elevación de cotizaciones bursátiles, y refiriéndose a los analistas que habían interpretado sus palabras se creyó en la necesidad de aclarar que:

> **"Sé que están convencidos de haber entendido lo que creen que he dicho, pero no estoy seguro de que se den cuenta de que lo que han oído no es lo que yo quería decir"**

Como bien señaló J.M. Keynes, los economistas compartimos con los adivinos el ser los máximos expertos en explicar por qué las cosas no sucedieron como habíamos previsto. El caso del ex clarinetista, reconvertido a economista y Presidente nada menos que de la Reserva Federal, es paradigmático. Empezó dirigiendo una firma de analistas financieros que alcanzó el más alto record imaginable de predicciones fallidas. Ahora además se ha hecho experto en explicar de forma muy clara y convincente que la culpa de ello la tienen los que al oírlas no entendieron que lo que él quería decir no era lo que debían entender que debían oír; o algo así. Más claro agua.

Por cierto, Alan Greenspan es, personalmente, lo que se dice un tío estupendo y divertido. ¿Le hemos invitado a C?.

Pues no, querido José Antonio; pero sería una buena idea. Si tuviera modo de contactar con él, le mandaría un ejemplar de [C]. ¿Alguien conoce la dirección de la Reserva Federal de USA?

Agustín Trujillo, de algún lugar de España, manda por email la siguiente carta:

Acabo de conocer la revista Carrollia y me ha parecido muy interesante.
Hojeando el problema de Alex y David no estoy de acuerdo con la solución que propones. Yo obtengo otra diferente.

A ---------(2/3)---------- x ----(1/3)----- D

Alex (A) recorrerá el doble de distancia que David (D), ya que corre el doble de rápido. En realidad, A habrá hecho (cuando se crucen) los 2/3 del trayecto, y D sólo 1/3. Por el reloj de D habrán transcurrido 31 minutos en hacer 1/3 de la distancia que separa sus casas.

Veamos ahora la segunda situación

A ---(1/3)----- x ----(2/3)---- D1(12:10) ---(1/9)--- D0(12:00)

D sale de su casa (D0). A los 10 minutos, (mientras A está aún parado), D habrá hecho 1/9 de la distancia (ya que antes tardó 30 min. en hacer 1/3). Quedan aún 8/9 entre ellos cuando A sale. Como A corre a la mitad de velocidad que D, D hará los 2/3 de la distancia que falta (8/9 del total) y A hará el 1/3 restante. Es decir, que cuando se crucen, D habrá recorrido 1/9+2/3*8/9 = 19/27 del trayecto.

Teniendo en cuenta que por el reloj de D transcurren 31 min. en hacer 1/3 del camino, por regla de tres obtenemos que en hacer 19/27 se tardaría (por el reloj de D) 19*31/9 = 65.4444 min. Es decir, que por el reloj de D sería la una y cinco de la tarde (y 26 segundos) cuando se cruce con A.

Un saludo, y a seguir con la revista. Gracias.

Tienen razón tanto Agustín como Javier García, que se manifestó en parecidos términos. El error mío fue de tipo mecánico, se produjo al despejar t en la ecuación ([C-67], pág. 24). El valor real es t=19/18, o sea que el reloj marca 12 h + 19/18 hora = 13 h 5 m 26 s 4/9.

Gracias por vuestro interés por la revista y por vuestras amables palabras. Me gustará que mandéis alguna vez comunicaciones.

Nuestro habitual colaborador, Mariano Nieto, de Madrid, manda una de sus entretenidas cartas:

Sigo aspirando a la cátedra de **Dasipología** de la **FCI**, dado mi gusto por la caza de gazapos. He aquí uno deslizado en tu breve artículo **¿Pasar un cubo por otro igual?**

Allí afirmas que, si observamos el cubo "de punta", veremos un hexágono regular cuyo lado es el del cubo... En realidad lo que se observa es un hexágono cuyo lado es la proyección de la arista del cubo sobre un plano perpendicular a la diagonal principal. Siendo el lado del cubo igual a la unidad, entonces, si mi cálculo no es erróneo, su proyección mide **0,816496** ya que forma un ángulo de **35,26º** con dicho plano. Más adelante dices que "AB será siempre mayor que el lado" lo que evidentemente no es cierto teniendo en cuenta la observación anterior. No obstante cuando BC mide 1, BA mide 1,055, es decir el cubo pasa por otro igual ¡aunque por los pelos!

En **Los peligros de la inducción intuitiva** das una bonita fórmula para obtener el número de regiones, con la que estoy totalmente de acuerdo. El número de cortes de las rectas vendría dado por *n sobre 4*, y el número de rectas sería *n sobre 2.* Pero esta fórmula no funciona cuando tres o más rectas se cortan en un mismo punto, por ejemplo en el caso de un hexágono regular en que tres rectas se cruzan en el centro de la circunferencia.

Hace unos días le mostré el último número de **Carrollia** a un amigo; le interesó y me dijo que se incorporaría a la lista de suscriptores. Espero que lo haga, se llama **Francisco Ayuso,** vive en Cartagena aunque es castellonense. Me dijo que, de paso, te enviaría un problema (que también me propuso a mí) sobre aparcamiento de coches en un garaje lineal. La solución que Ayuso le da es muy elegante.

Con motivo del año mundial de las matemáticas hay estos días en Madrid una exposición de libros antiguos de matemáticas en la **Biblioteca Histórica Marqués de Valdecilla** de la **Universidad Complutense**. Con este motivo han editado un cuidado catálogo que recoge las portadas y, en algún caso, el texto de alguna página de los libros allí expuestos que van desde **Euclides** hasta **d'Alembert**. Está reproducida la página de la **Aritmética** de **Diofanto** con el famoso comentario de **Fermat** conocido por "**Ultimo teorema**" del que Fermat afirmaba tener ciertamente (*sane*) una demostración maravillosa pero que no cabía en tan exiguo margen *(Hanc marginis exiguitas non caperet*).

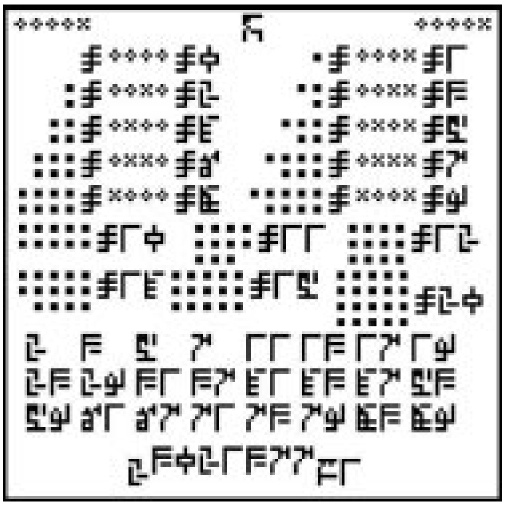
Mariano añadía más novedades sobre el problema del triángulo aleatorio, incluyendo el artículo *There Are Three Times as Many Obtuse-Angles Triangles as There Are Acute-Angles Ones*, por Richard K. Guy, que desgraciadamente no puedo publicar por su extensión. El autor derrocha enormes cantidades de erudición e ingenio, analizando exhaustivamente todos los enfoques que se han dado al clásico problema. Según ellos, llega a valores desde 1 hasta ¾, con algunos tan complejos como 0,7524, 0,7496, etc. Como curiosidad, y para cerrar el tema, incluyo en otro lugar de la revista el artículo de Mariano donde se comenta la solución de Lewis Carroll. No podíamos hacer menos en [C].

Y también (última hora) una deliciosa demostración del mismo Ayuso sobre el clásico problema de hallar el punto interior a un triángulo cuya suma de distancias a los vértices es mínima.

Dice Marc Moliné, de Terrassa (Barcelona):

He trobat un document que s'envia per radiotelescopi a les estrelles tot esperant que algú ho senti i ens faci cas. Està codificat, però és prou senzill per poder treure'n l'aigua clara. T'envio la primera pàgina, un senzill exercici per als carrollians, i un enllaç on pots trobar les 23 pàgines següents, un passatemps per a un cap de setmana de pluja.

URL: http://pages.infinit.net/lachapel/seti/page1.html



No doy la solución para desafiar a los carrollistas. ¿Podré publicarla en [C-69]?

El recién llegado Luis Manuel García Sánchez, de Madrid, hace una entrada triunfal en [C] con una deliciosa carta y dos apasionantes problemas:

Te mando un problema copiado de un libro de la editorial *Gedisa*. También voy a rebuscar entre algunas revistas que encontré el otro día y en las que creo que podré encontrar cosas muy interesantes. Son algunos números de la revista *Cacumen*, una publicación antigua de las mejores que he conocido.

Como comentario al número 67 de [C] y a los anteriores que conozco te diré que en algunas ocasiones el nivel matemático es algo alto para mi, de lo que no me quejo si no que por el contrario lo hace aún más interesante pues me obliga a recordar cosas que ya tenía olvidadas y rebuscar en algún texto.

Te mando el problema, sacado de un libro titulado “ juegos y problemas de ajedrez para Sherlock Holmes”, su autor es Raymond Smullyan el título del original inglés es “The Chess Mysteries of Sherlock Holmes“ y se publicó en 1979. En castellano lo publico la editorial Gedisa S.A. en 1986.

El título del problema es *UNA CUESTION DE SUPERVIVENCIA*, y aunque pueda parecer un problema de ajedrez te aseguro que no lo es. Otra puntualización es que se dice que se trata de una partida monocromática lo que quiere decir que cualquier pieza situada en una casilla de color blanco sólo ha movido a casillas de color blanco y las piezas situadas en casillas de color negro han hecho lo propio moviendo solo a casillas de color negro; para aclararlo un poco mas te diré que eso implica por ejemplo que en este tipo de partidas un caballo no podría mover.

Me gusta poner cara a los nombres, yo ya sé como eres por tu foto en el nº 66 de C, por tanto y para que estemos en igualdad de condiciones te mando una foto mía.

También he encontrado “El juego de la lógica” de Lewis Carroll, editado por Alianza Editorial, nunca he leído a Carroll como matemático, supongo que me gustará. Otro libro que he comprado es “Alicia en el país de las adivinanzas” de Raymond Smullyas, el mismo autor del que ya te mande un problema, el libro lo edita Cátedra en su colección teorema. Te mando uno de los acertijos esperando que te guste y si lo crees oportuno lo incluyas en C.

¿ES TRISTE ESTE ACERTIJO?

—¿Por qué era triste ese acertijo? – preguntó Alicia.
—¡Hay que ver lo que tenía que andar todas las mañanas!
—contestó la Tortuga Artificial.
—Seguramente le iba la mar de bien —dijo el Grifo—. Eso es lo que
pasa con los niños de ahora, ¡son unos vagos!
—Éste es otro acertijo triste —dijo la Tortuga —.
Un tratante de arte americano vendió un día dos cuadros
por novecientos noventa dólares cada uno.
Con uno sacó un beneficio de diez por ciento
y con el otro sufrió una perdida del diez por ciento.
“Eso significa que hoy me he quedado igual que estaba”, se dijo.
—¿Hay algo triste en este acertijo?

Sí, en cierto modo es un poco triste, porque el tratante no calculo bien: No se quedó como estaba; perdió 20 dólares ese día.

Veamos por qué: Consideremos primero el cuadro que vendió con un beneficio del 10%. Por el cuadro le dieron 990 dólares; ¿cuánto pago por él? El beneficio no es el 10% de 990 dólares, sino el 10% de lo que pagó. De modo que 990 dólares es el 110% - ó 11/10 – de lo que pagó. Esto significa que pago 10/11 de 990 dólares, es decir 900 dólares. Y esto cuadra, porque pagó 900 dólares, hizo el 10% de 900, que es 90 dólares y recibió 990 dólares. Por consiguiente sacó 90 dólares con el primer cuadro.

Consideremos ahora el segundo cuadro: Perdió el 10% de lo que pago por él, de modo que lo vendió por el 90% - que es 9/10 – de lo que pagó. Por tanto pagó 10/9 de 990 dólares, que es 1100 dólares. ¿Cuadra esto? Sí, porque pagó 1100 dólares, y el 10% de 1100 es 110, así que lo vendió por 1100 menos 110 dólares, que es 990 dólares.

Por consiguiente perdió 110 dólares con el segundo cuadro, y ganó sólo 90 con el primero. Su pérdida neta fue de 20 dólares.

Bueno, la solución me parece un poco larga pero por respeto al autor no la he acortado. He encontrado una manera de deshacer el problema que se me ocurrió, estarás conmigo en que a veces es un lujo poder deshacer lo hecho.

Luis Manuel manda más problemas, que reservo para el próximo número para dejar espacio a más colaboraciones. Muchas gracias por todo, Luisma

Y dejemos ya el tema, que los artículos están esperando. Hasta el verano, amigos. Y, para los que se perdieron el eclipse de 1999, recordad que este año hay otro solar, de más de 4 minutos de duración... en Sudáfrica y Madagascar. Pero nada hay imposible para el que lo desea.

Hasta pronto,

El Editor

EL NÚMERO π EN LA NATURALEZA

En la última tertulia *Carpe Diem* se suscitó una cuestión fisicomatemática. Es bien sabido que el número π va ligado a todas las circunferencias, tan abundantes en la naturaleza. Donde haya una, habrá un diámetro, y la relación entre las longitudes de ambos determinará π. Pero, ¿aparece éste en otros campos físicos? Una reflexión permite hallar los siguientes:

1. **Péndulo**. El período de éste viene dado por la fórmula:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

2. **Problema de Buffon**. Si se arroja al azar una aguja sobre un pavimento marcado por rayas paralelas separadas en una longitud igual a la aguja, la probabilidad de que ésta intersecte una de aquéllas es:

$$p = \frac{2}{\pi} = 0{,}637\ldots$$

3. **Contracción de una vena líquida**. Cuando se practica un orificio circular en la pared de un depósito infinitamente grande lleno de un líquido, la vena líquida que de éste sale se contrae. En el límite, la razón entre el diámetro del chorro y el del agujero vale:

$$k = \frac{\pi}{\pi + 2} = 0{,}611\ldots$$

En principio, podría calcularse π empíricamente mediante cualquiera de estos principios. Esperamos más aportaciones.

Josep M. Albaigès, dic 00

EULER Y EL CÁLCULO DE π

El genio de Euler nunca dejará de sorprendernos. En un época (s. XVIII) en que estaba de moda la caza de decimales del famoso número π, el matemático suizo sorprendió a todos con una pirueta capaz de proporcionar de golpe centenares de ellos. No se sabe qué admirar más en ella, si su simplicidad o su elegancia.

Euler partió de la conocida fórmula del desarrollo en serie del seno de x:

$$sinx = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + ... \qquad (1)$$

Seguidamente dividió la fórmula por *x* para eliminar la solución $x = 0$ y realizó el cambio de variable $x^2 = y$, quedando:

$$1 - \frac{y}{3!} + \frac{y^2}{5!} - \frac{y^3}{7!} + ... = 0 \qquad (2)$$

Pero la ecuación de grado infinito (1) tiene como raíces 0, ±π, ±2π, ±3π..., por lo que las de (2) serán π^2, $(2\pi)^2$, $(3\pi)^2$... (la raíz cero ha sido elimionada). Por la teoría de ecuaciones, una rama del álgebra lineal a la que fuertemente contribuyó el mismo Euler, sabemos que el coeficiente del segundo término de (2), cambiado de signo, es igual a la suma de los recíprocos de las raíces, y por tanto:

$$\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{(4\pi)^2} + \frac{1}{(3\pi)^2} + ... = \frac{1}{3!}$$

De donde se obtenía inmediatamente un resultado en el que hasta aquel momento habían fracasado otros, averiguar la suma de los inversos de los cuadrados de los números enteros:

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + ... = \frac{\pi^2}{6}$$

Éste era ya de sí un buen método para el cálculo de π, pero Euler fue mucho más lejos aún generalizando la suma a los recíprocos de cualquier potencia mediante el uso de los números de Bernouilli:

$$\frac{1}{1^{2p}} + \frac{1}{2^{2p}} + \frac{1}{2^{2p}} + \frac{1}{4^{2p}} + ... = \frac{2^{2p-1}\pi^{2p}B_p}{(2p)!}$$

De la cual resultan evaluaciones infinitamente más eficaces de π. Por ejemplo,

$$1 + \frac{1}{2^{26}} + \frac{1}{3^{26}} + \frac{1}{4^{26}} + ... = \frac{2^{24} \cdot 76977927}{27!}\pi^{26}$$

Que permite el cálculo con una precisión que sólo sería superada ya con la ayuda de los modernos ordenadores.

Veamos las primeras 1000 cifras de π:

π = 3,

1415925335 8979323846 2643383279 5028841971 6939937510 5820974944 5923078164 0628620899 8628034825
3421170679 8214808651 3282306647 0938446095 5058223172 5359408128 4811174502 8410270193 8521105559
6446229489 5493038196 4428810975 6659334461 2847564823 3786783165 2712019091 4564856692 3460348610
4543266482 1339360726 0249141273 7245870066 0631558817 4881520920 9628292540 9171536436 7892590360
0113305305 4882046652 1384146951 9415116094 3305727036 5759591953 0921861173 8193261179 3105118548
0744623799 6274956735 1885752724 8912279381 8301194912 9833673362 4406566430 8602139494 6395224737
1907021798 6094370277 0539217176 2931767523 8467481846 7669405132 0005681271 4526356082 7785771342
7577896091 7363717872 1468440901 2249534301 4654958537 1050792279 6892589235 4201995611 2129021960
8640344181 5981362977 4771309960 5187072113 4999999837 2978049951 0597317328 1609631859 5024459455
3469083026 4252230825 3344685035 2619311881 7101000313 7838752886 5875332083 8142061717 7669147303
5982534904 2875546873 1159562863 8823537875 9375195778 1857780532 1712268066 1300192787 6611195909
2164201989

JMAiO, enero 2001

LOS FONDOS DE PENISONES Y EL TIMO DE LA ESTAMPITA

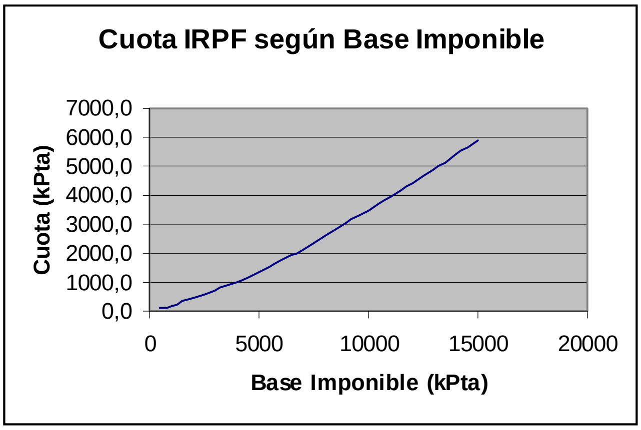
Cada año, con los fríos de diciembre llegan las repetidas recomendaciones desde la superioridad de que suscribamos un fondo de pensiones. A nadie un poco perspicaz se le escapa el sentido último de este consejo: próxima la bancarrota del Estado de bienestar, éste intenta al menos transferir a los propios interesados la responsabilidad que un día contrajo con ellos de hacerse cargo de sus jubilaciones. De hecho, esta maniobra lleva ya varios años en marcha mediante técnicas variadas, como la llamada “fórmula del sumatorio” (progresiva exigencia de años de cotización), el mantenimiento de los tipos tributarios pese a la inflación, etc.

Visto así, se comprendería, aunque no se aprobase, esta dejación del estado de sus responsabilidades. A fin de cuentas, no irá a reducirse el suculento tren de gastos de la administración para atender a unas minucias como el futuro de los que años y años han cotizado religiosamente. Pero hay algo en todo este tinglado que nos parece francamente deshonesto.

Será inevitable aplicar algunos tecnicismos matemáticos. Según la normativa vigente, la cuota Q del impuesto se calcula, a partir de la Base liquidable (B), de acuerdo con la fórmula:

B, tramo (kPta)	**Q (kPta)**
0-600	Q = 0,18B
600-2100	Q= 108 + 0,24B
2100-4100	Q = 468 + 0,283B
4100-6600	Q = 1034 + 0,372B
6600-11000	Q = 1964 + 0,45B
>11000	Q = 3944 + 0,48B

Esta tabla genera una “curva impositiva” de la que se deduce una presión fiscal creciente entre un mínimo del 15 % y un máximo de 48 %. Para las rentas entre 3 y 5 millones de pesetas, las más habituales, la presión fiscal oscila entre el 25 % y el 30 %. Es fácil construir un programa informático que proporcione la gráfica de los impuestos:



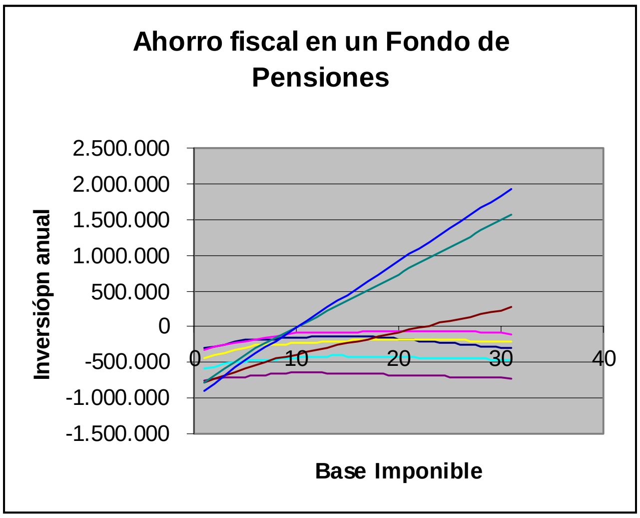
Si se realiza una aportación a un plan de pensiones, el importe destinado a éste queda deducido de la base liquidable, lo que reducirá lógicamente la cuota. Pero el importe desgravable viene limitado por dos condiciones muy severas:

- En ningún caso puede superar el importe de 1.100.000 Pta (hay algunas excepciones, que no tendremos en cuenta por poco frecuentes).
- Tampoco puede superar el 20 % de la base liquidable (en realidad, de las rentas generadas por el trabajo, pero prescindieremos de ese detalle para aproximarnos al caso de una persona que vive de su trabajo).

¿Qué ocurre al recuperar el importe del plan una vez alcanzada la jubilación? La antigua normativa al respecto, tan aireada en su día con ocasión de la aparición de los planes de pensiones, disponía que la renta del año en que se recuperara el plan de pensiones sería considerada como “rendimiento atípico”, con lo que el impuesto a devengar sería asimilable, por ejemplo, al de una explotación forestal cuyos beneficios re realizan por períodos muy superiores al año.

Pero esa normativa fue barrida unilateralmente y de un plumazo por el PP, sin que nadie dijera ni pío ante un cambio tan sustancial en las condiciones que se habían ido prometiendo, estableciéndose que desde la reforma el rendimiento retirado sería sumado a la renta del año correspondiente reducida en un 40 %. Por poner un ejemplo: una persona cuya base liquidable habitual fuera de 3 MPta y que a lo largo de los años hubiera ido constituyendo un fondo de 8 MPta, en el año de recuperación de éste debería tributar por una base liquidable $B = 3 + 0,6 \cdot 8 = 7,8$ MPta, lo que, vista la anterior progresividad del impuesto, supondrá una cuota impositiva que eliminará las ventajas que a lo largo de los años había ido acumulando el sufrido inversor.

Se intuye la carga de profundidad escondida en esa ley, y sorprende que nadie se haya ocupado de ella, ni siquiera el Defensor del Pueblo. Pero así están las cosas. A fin de llevar a cabo un análisis detallado de dichos efectos, hemos efectuado el cálculo de la “ventaja fiscal” que obtiene el poseedor de un plan de pensiones en los casos en que su renta sea desde 2 hasta 5,5 Mpta, por escalones de medio millón. En todos estos casos suponemos que la cantidad que destina al fondo es el 20 % de la renta, con el fin de obtener las máximas “ventajas” de éste. Y éstos son los resultados:



Es decir, en pocas palabras: el ahorro fiscal global conseguido es siempre negativo, salvo para bases imponibles superiores a unos 4.500.000 Pta aprovechadas al máximo y durante períodos de constitución del fondo del orden de veinte años para arriba. En la tabla de la página siguiente se detallan los resultados.

Huelga decir que en todos los casos no estudiados (bases liquidables superiores a 5,5 MPta, cantidades destinadas al fondo superiores o inferiores al 20 % de la base liquidable) las consecuencias son mucho peores. Y todavía más en casos en que aparecen rentas aparte de las del trabajo. Tampoco se han tenido en cuenta las pérdidas por depreciación de la moneda, por pérdida de valor del fondo como consecuencia de períodos negativos en la Bolsa (ése ha sido el caso en el año 2000, por ejemplo), etc., etc.

Este artículo será remitido al Defensor del Pueblo, para que éste tenga al menos constancia de los goles que continuamente propina al Administración al ciudadano. Dentro de unos años servirá para escribir la historia de nuestro siglo y quizá contribuya a explicar la revolución que algún día se producirá contra el Estado actual.

Josep M. Albaigès

AHORRO FISCAL EN UN FONDO DE INVERSIÓN

Base Imp.	2.000.000	2.500.000	3.000.000	3.500.000	4.000.000	4.500.000	5.000.000	5.500.000
Inv. Anual	400.000	500.000	600.000	700.000	800.000	900.000	1.000.000	1.100.000
Años: 5	-299.300	-319700	-445.400	-601500	-757.600	-782500	-778.500	-908000
6	-271.220	-285200	-409.520	-559640	-731.600	-735200	-685.400	-795800
7	-243.140	-259600	-373.640	-517780	-721.200	-687900	-592.300	-683600
8	-215.060	-234000	-337.760	-496200	-710.800	-640600	-499.200	-571400
9	-192.320	-208400	-301.880	-487100	-700.400	-593300	-406.100	-472400
10	-185.600	-182800	-266.000	-478000	-690.000	-546000	-313.000	-380000
11	-178.880	-157200	-258.200	-468900	-679.600	-498700	-237.900	-287600
12	-172.160	-131600	-250.400	-459800	-669.200	-451400	-162.800	-195200
13	-165.440	-106000	-242.600	-450700	-658.800	-419700	-87.700	-102800
14	-158.720	-88200	-234.800	-441600	-648.400	-388600	-12.600	-10400
15	-152.000	-86000	-227.000	-432500	-644.000	-357500	62.500	82000
16	-145.280	-83800	-219.200	-423400	-648.000	-326400	137.600	174400
17	-138.560	-81600	-211.400	-414300	-652.000	-295300	212.699	266800
18	-131.840	-79400	-203.600	-407000	-656.000	-264200	287.800	359200
19	-125.120	-77200	-195.800	-410500	-660.000	-233100	362.900	451600
20	-134.000	-75000	-188.000	-414000	-664.000	-202000	438.000	544000
21	-146.000	-72800	-180.200	-417500	-668.000	-170900	513.100	636400
22	-158.000	-70600	-172.400	-421000	-672.000	-139800	588.200	728800
23	-170.000	-68400	-173.000	-424500	-676.000	-108700	663.300	821200
24	-182.000	-66200	-176.000	-428000	-680.000	-77600	738.400	913600
25	-194.000	-64000	-179.000	-431500	-684.000	-46500	813.500	1006000
26	-206.000	-61800	-182.000	-435000	-688.000	-15400	888.600	1098400
27	-218.000	-59600	-185.000	-438500	-692.000	15700	963.700	1190800
28	-230.000	-57400	-188.000	-442000	-696.000	46800	1.038.800	1283199
29	-242.000	-61200	-191.000	-445500	-700.000	77900	1.113.899	1375599
30	-254.000	-68000	-194.000	-449000	-704.000	109000	1.189.000	1468000
31	-266.000	-74800	-197.000	-452500	-708.000	140100	1.264.100	1560400
32	-278.000	-81600	-200.000	-456000	-712.000	171200	1.339.200	1652800
33	-290.000	-88400	-203.000	-459500	-716.000	202300	1.414.300	1745199
34	-302.000	-95200	-206.000	-463000	-720.000	233399	1.489.399	1837599
35	-314.000	-102000	-209.000	-466500	-724.000	264500	1.564.500	1930000

MUNICIPIOS ESPAÑOLES CON NOMBRE TAUTOVOCÁLICOS

En otras ocasiones hemos publicado listas de municipios españoles o nombres de persona con las cinco vocales. Investigamos en este artículo los que tienen una sola, pero limitándonos a una cantidad apreciable de éstas, pues de otra forma la lista sería demasiado extensa.

En cuanto a las aes, la palma se la llevan CABAÑAS RARAS (León) y SANTA BÁRBARA (Tarragona). En la E, MECERREYES (Burgos). En la I, IBI, TIBI y TÍRIG (Alacant, Alacant y Castelló). En la O, LOGROÑO, LOS OLMOS Y LOS TOJOS (La Rioja, Teruel y Cantabria). Y en la U, URÚS (Girona).

AYUNTAMIENTO	PROVINCIA
Albatana	Albacete
Alcántara	Cáceres
Alfafar	Valencia
Alfafara	Alicante
Armañanzas	Navarra
Atalaya	Badajoz
Aznalcázar	Sevilla
Bohoyo	Ávila
Bozoó	Burgos
Cabañas Raras	León
Calabazas	Segovia
Calasparra	Murcia
Camarasa	Lleida
Cantabrana	Burgos
Carabaña	Madrid
Carratraca	Málaga
Casafranca	Salamanca
Casas Altas	Valencia
Casas Bajas	Valencia
Centelles	Barcelona
Cogollor	Guadalajara
Cogollos	Burgos
Congosto	León
Crecente	Pontevedra
Crémenes	León
Deltebre	Tarragona
Ejeme	Salamanca
El Vendrell	Tarragona
Estellenchs	Balears
Galapagar	Madrid
Garaballa	Cuenca
Godojos	Zaragoza
Ibi	Alacant
La Adrada	Ávila
La Algaba	Sevilla
La Almarcha	Cuenca
La Atalaya	Salamanca
La Campana	Sevilla

La Garganta	Cáceres
La Granada	Barcelona
La Malahá	Granada
La Sagrada	Salamanca
Las Majadas	Cuenca
Les Preses	Girona
Logroño	Logroño
Los Olmos	Teruel
Los Tojos	Cantabria
Massalfassar	Valencia
Massanassa	Valencia
Matallana	León
Mecerreyes	Burgos
Megeces	Valladolid
Monroy	Cáceres
Monroyo	Teruel
Montoro	Córdoba
Montroy	Valencia
O Bolo	Ourense
O Corgo	Lugo
Okondo	Araba
Oroso	A Coruña
Orozko	Bizkaia
Penelles	Lleida
Polop	Alacant
Polopos	Granada
Porto	Zamora
Pozohondo	Albacete
Pozondón	Teruel
Sajazarra	La Rioja
Salamanca	Salamanca
Salas	Guadalajara
Salas Altas	Huesca
Salas Bajas	Huesca
Santa Ana	Cáceres
Santa Bàrbara	Tarragona
Santa Marta	Badajoz
Santacara	Navarra
Santas Martas	León
Sartajada	Toledo
Sempere	Valencia
Sencelles	Balears
Socovos	Albacete
Sotodosos	Guadalajara
Talamanca	Barcelona
Tibi	Alacant
Tírig	Castelló
Trevélez	Granada
Urús	Girona
Valdarachas	Guadalajara
Zafarraya	Granada

NÚMEROS SUBPERFECTOS

Todos conocemos de sobra los números perfectos y sus propiedades. Se define el número perfecto como aquél cuya suma de submútiplos, excluido él mismo, da el número. Por ejemplo, 6 = 1+2+3; 28 = 1+2+4+7+14. La fórmula general de los números perfectos pares (no se sabe si existen impares) es $N_p = 2^{n-}1(2^n-1)$, siendo el interior del paréntesis un número primo.

Los números perfectos tienen un fuerte inconveniente: escasean mucho. Por ello no es raro que los matemáticos se hayan dedicado a la investigación sobre otras variedades similares. La primera de ellas es la de los números subperfectos: aquéllos cuya suma de divisores (excluido él mismo). Se llamarán subdobles, subtriples, etc., según que la suma sea igual a la mitad, a la tercer parte, etc., del número.

El más sencillo de todos ellos es el subdoble 120. En efecto, sus submúltiplos valen:

1+2+3+4+5+6+8+10+12+15+20+24+30+40+60 = 240, doble de 120.

Si la descomposición en factores primos de un número es $N = a^\alpha b^\beta c^{\gamma \cdots} l^\lambda$, la suma de sus divisores vale:

$$S = (1+a+a^2+\ldots+a^\alpha)(1+b+b^2+\ldots+b^\beta)(1+c+c^2+\ldots c^\gamma)\ldots(1+l+l^2+\ldots+l^\lambda)$$

Resulta inmediatamente que en los números perfectos $S = 2N$, en los subdobles, $S = 3N$, en lo subtriples, $S = 4N$, etc.

Fermat descubrió una curiosa fórmula para los subdobles, algo más compleja que la que da números perfectos:

$$N = 3p{\cdot}2m,$$

siendo $m > 1$ y p un número primo de la forma:

$$p = \frac{2^{m+1}-1}{2^{m-2}+1}$$

Con ella se hallan otros valores, como $\boldsymbol{N = 672}$. Lo bueno del caso es que otros matemáticos han descubierto otros subdobles, no comprendidos en la fórmula anterior. Así, André Jumeau, prior de Sainte-Croix, halló:

$$\boldsymbol{523776 = 2^9{\cdot}3{\cdot}11{\cdot}31}$$

Y Descartes:

$$\boldsymbol{1476304896 = 2^{13}{\cdot}3{\cdot}11{\cdot}43{\cdot}127}$$

No sabemos el estado en que se halla actualmente la investigación. ¿Alguien tiene noticias?

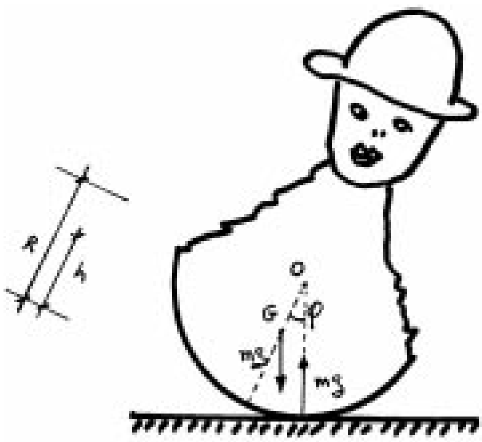
JMAiO, ago 00

TEORÍA DEL TENTETIESO

Un tentetieso es un objeto dotado de una base en forma de casquete esférico y con el centro de gravedad bajo, de manera que al ser apartado de su posición de equilibrio estable vuelve a ésta. La fantasía popular se ha manifestado en miles de objetos de ese estilo, haciendo posible una deliciosa exposición en el *Museu del Joguet* de Figueres, la muestra de la cual podemos ver en la portada.

Vamos a examinar el comportamiento del tentetieso desde el punto de vista dinámico. Sea O el centro de la superficie esférica y G el centro de gravedad. Definamos los siguientes valores:

- m: Masa del tentetieso.
- g: Aceleración de la gravedad.
- R: Radio del casquete esférico que forma la base.
- h: Distancia del c.d.g. del tentetieso a la periferia del casquete esférico.
- I: momento de inercia del tentetieso respecto a su c.d.g.



Al inclinarlo un pequeño ángulo φ, aparece el par de fuerzas mg formadas por el peso y la reacción, iguales pues suponemos que el rozamiento impide patinar al tentetieso. Ese par forma un momento de recuperación del vuelco:

$$M = mg(R-h)\operatorname{sen}\varphi \approx mg(R-h)\varphi$$

Este momento de vuelco producirá una aceleración angular:

$$M = -I\frac{d^2\varphi}{d\varphi^2}$$

Por tanto, el movimiento, para valores pequeños de φ, viene definido así:

$$\frac{d^2\varphi}{d\varphi^2} = -\frac{mg(R-h)}{I}\varphi = -\omega^2\varphi$$

Es decir, que la aceleración algular con que se mueve el tentetieso es aproximadamente proporcional al ángulo φ. De donde se deduce que su movimiento será aproximadamente vibratorio armónico, con una pulsación $\omega = \sqrt{\frac{mg(R-h)}{I}}$. Como es sabido, el período de un movimiento de este tipo es:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mg(R-h)}}$$

Esta fórmula, muy parecida a la del péndulo compuesto, muestra que las oscilaciones serán tanto más lentas (valores altos de T) cuando el momento de inercia sea muy grande (masa muy alejada del c.d.g.) y cuando estén muy próximos G y O. En el caso extremo en que ambos coinicidieran, el período sería infinito, o dicho de otra forma, el tentetieso no oscilaría, al encontrarse en equilibrio indiferente.

Una duda puede surgir: ¿Qué ocurre si la superficie de apoyo del tentetieso no es esférica? La ecuación intrínseca (definida a partir del radio de curvatura y el ángulo de giro) de la curva generatriz será del tipo $\rho = \rho(\varphi)$, y esta función, si admite desarrollo en serie, será del tipo $\rho = \rho_o + k_1\varphi + k_2\varphi^2 + ...$, es decir, que en primera aproximación, siempre puede suponerse ρ constante en un determinado entorno del punto de apoyo. Sólo dejará de ocurrir esto cuando $\rho_o = 0$, y estaremos en este caso en una curva del tipo $\rho = k_1\varphi + k_2\varphi^2 + ...$, aproximable mediante una recta. Es claro que en este caso se produciría un vuelco sin más del tentetieso.

En el caso, todavía más excepcional, en que también $k_1 = 0$, estaríamos ante una curva "casi horizontal", y las oscilaciones podrían obedecer a leyes dinámicas muy diversas. Incluso podrían definirse curvas de apoyo para las que el movimiento fuera el que se deseara. Por ejemplo, la ecuación intrínseca $(\rho - h)\ \varphi = constante$ define una línea de apoyo en que el tentetieso describiría un movimiento uniformemente acelerado.

El caso opuesto, en que $\rho_o = \infty$ (curvatura de la base nula) corresponde a una superficie de apoyo plana, y el equilibrio es estable: no podemos hablar de tentetieso.

Josep M. Albaigès
Barcelona, feb 01

TOPÓNIMOS-ECO

Aku-Aku, con que los naturales de la isla de Pascua designan la zona de sus monumentos macrocefálicos.
Anan, dos poblaciones japonesas en las islas de Shikoku, cercana a Tokushima, y de Honshu, cercana a Nagoya.
Baba, población ecuatoriana cercana a Guayaquil.
Baden-Baden, ciudad y balneario en Alemania, en el land de Baden-Württemberg.
Ban Ban, ciudad en Laos, cerca de la frontera con Vietnam.
Bebe, población congoleña cercana a Kinshasa.
Bío-Bío, río y provincia chilenos, unos 500 km. al S de Valparaíso. Fue escenario de una importante batalla en la época de la conquista, y marcó frontera de territorios.
Bobo, población en la isla de Buru (Indonesia).
Bora-Bora, isla montañosa de la Polinesia francesa, en el archipiélago de las Islas de la Sociedad.
Cabo **Caça** o Caccia, en Cerdeña.
Caçà (o Cassà) de la Selva y **Caçà** de Peiràs, poblaciones en la provincia de Girona.
Monti-**Carcar**, cordillera en Somalia.
Cárcar o **Karkar**, localidad en la provincia de Navarra (España).
Cayo **Coco**, en la costa N cubana.
Islas **Coco**, en la costa de Birmania, separadas por el **Coco** Channel, canal.
Río **Coco**, fronterizo entre Honduras y Nicaragua.
Cucha-Cucha, localidad argentina en la provincia de Buenos Aires, partido de Chacabuco.
Dum Dum, cerca de Madrás. Dio nombre a las balas explosivas dum dum.
Montes **Gugu**, en Etiopía, al S de Addis-Abeba.
Iloilo, ciudad en la isla de Panay (Filipinas).
Jaja, ciudad y río siberianos cercanos a Tomsk.
Kaka, ciudad sudanesa a orillas del Nilo Blanco.
Isla **Karkar**, junto a Nueva Guinea.
Koko, población nigeriana, cercana al río Níger.
Kuku Nor, lago chino cercano a Huangzhou.
Llao-Llao, parque y hotel de lujo en Bariloche (Argentina).
Lolo Pass, paso en las Montañas Rocosas, entre Idaho y Montana (USA).
LOLO, nombre que en una novela de *La Sombra* se daba a un punto del Atlántico situado a "longitud cero, latitud cero".
Lulu, población en Florida (USA), cercana a Jacksonville.
Río **Mimi**, en la isla de Kyushu (Japón). Desemboca cerca de Nobeoka.
Moromoro, ciudad boliviana cerca de Chuquisaca.
Río **Nana**, afluente del Namberé, en la República Centroafricana.
Río **Nene**, en Inglaterra, desemboca en The Wash, golfo del Mar del Norte.
lo-**Papa**, población en Ariège, Francia.
Pápa, población húngara cercana a Györ.
Pago-Pago, nombre de un puerto en Samoa.
Pao Pao, localidad en la isla de Moorea (Polinesia Francesa).
San-San, nombre que se está empezando a dar a la conurbación que va extendiéndose desde San Francisco hasta San Diego (California, USA).
Sasa, en Israel, cerca del lago de Tiberíades.
Sa'sa, en Siria, cerca de Damasco.
Sing-Sing, nombre dado a la prisión en la ciudad de Ossining, estado de New York (USA).
Sipe-Sipe, río boliviano, escenario de una batalla en la guerra de independencia argentina.

Sonsón, población colombiana, cerca de Medellín.
Tagua-Tagua, lago de la provincia de Río Negro (Argentina).
Tantan, en Marruecos, frente a las costas canarias.
Tata, al S de Marruecos, cerca de la frontera con Argelia.
Tiltil, ciudad entre Santiago y Valparaíso (Chile).
Tin Tin, población boliviana, entre Oruro y Chuquisaca.
Tingi Tingi, campo de refugiados ugandeses en Zaire, a 300 km de la frontera. Saltó a la actualidad en 1997, con motivo de la guerra con Uganda.
Topa-Topa, nombre de una calle de Bariloche (Argentina).
Ty Ty, en Georgia (USA), cerca de Albany.
Vilavila, población al SW de Bolivia, cerca del desierto de Antofagasta (Chile).
Vila Vila, población al SW de Bolivia, cerca de Cochabamba.
Wal-Wal, oasis en Eritrea, donde unos incidentes armados en 1934 justificaron la intervención italiana en Etiopía.
Walla Walla, ciudad en el estado de Washington (USA), cercana al río Snake.
Xai-Xai, localidad afectada por las inundaciones de Mozambique (febrero 2000).
Xianxian, ciudad china cerca de Tian Jin (Tientsin).

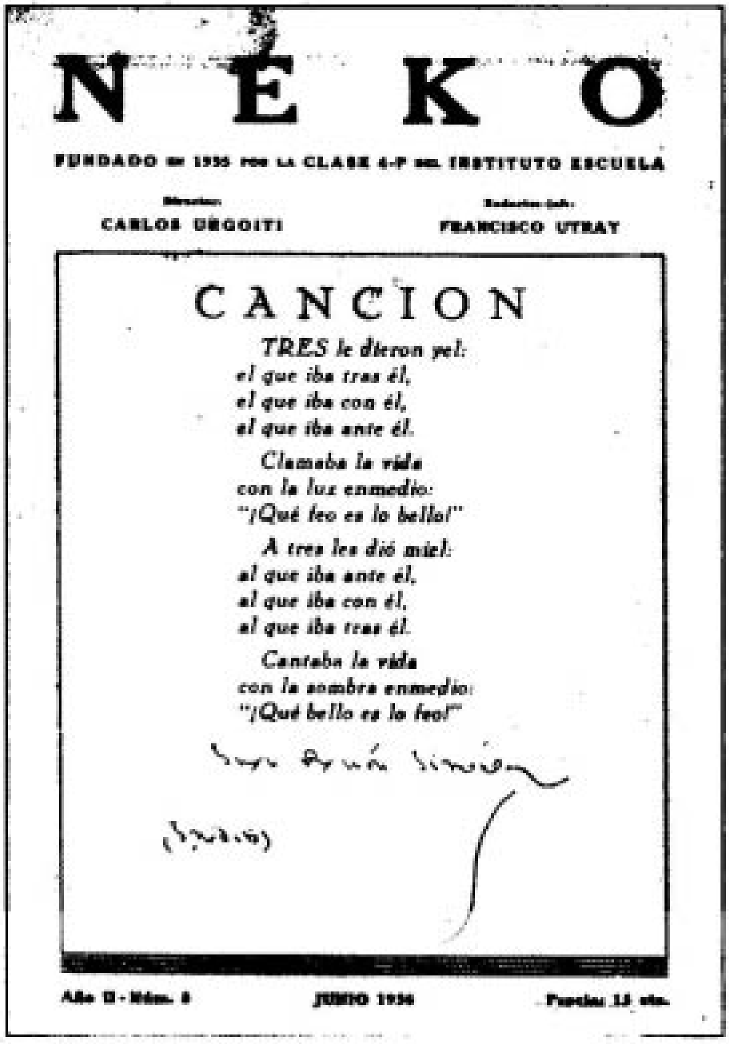
Quizá también podrían considerarse topónimos-eco la ciudad y provincia de **Treinta y Tres** (Uruguay).
Otros con mayor fantasía son **Tip Top**, **Titicaca**, **Hong Kong**, etc.

JMAiO, mar 00

UN POEMA INÉDITO DE JRJ

Fernando Mejón, colega mío, que por cierto me dio clases en la Escuela de Ingenieros de Caminos en aquellos lejanos años de estudiante, publica en el número 15 del *Boletín de Información* de mi Colegio un poema inédito de Juan Ramón Jiménez.

Cuenta Fernando que cuando estudiaba segundo de bachillerato, allá por 1935, editó con otros compañeros una revista a la que llamaron NEKO. En ésta se publicó una entrevista



NEKO

FUNDADO EN 1935 POR LA CLASE 4-P DEL INSTITUTO ESCUELA

CARLOS URGOITI — FRANCISCO UTRAY

CANCION

TRES le dieron yel:
el que iba tras él,
el que iba con él,
el que iba ante él.

Clamaba la vida
con la luz enmedio:
"¡Qué feo es lo bello!"

A tres les dió miel:
al que iba ante él,
al que iba con él,
al que iba tras él.

Cantaba la vida
con la sombra enmedio:
"¡Qué bello es lo feo!"

Juan Ramón Jiménez

(Inédito)

Año II - Núm. 8 — JUNIO 1936 — Precio: 15 cts.

que él y otros compañeros realizaron a JRJ. Dice: "Tanto Juan Ramón como su esposa Zenobia, la traductora de Tagore, nos atendieron muy amablemente y Juan Ramón nos obsequió con un pequeño poema, cuya reproducción constituyó la portada del Octavo número de NEKO. No sé qué pasó con el original, tampoco recuerdo si estaba manuscrito o mecanografiado, pero fuera como fuera, estaba firmado por el poeta y con su propia letra certificaba que era 'Inédito'; en la reproducción de la portada del octavo número de NEKO se mantiene manuscrito por Juan Ramón Jiménez su nombre y que la poesía es inédita, como puede verse en las ilustraciones que la acompañan".

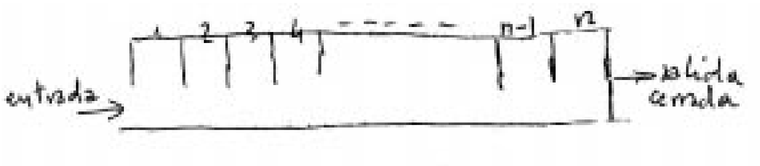
Creemos que la lectura del poema será agradable para los lectores de [C].

Josep M. Albaigès
Noviembre 2000

UN PROBLEMA DE GARAJES

Francisco Ayuso Selgas inaugura su pertenencia al CARROLLSIG con un bonito problema:

¿De cuántos modos pueden entrar n coches en n jaulas alineadas en un garaje? Con la condición de que no quede una jaula vacía entre alguna llena.



SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE LOS GARAJES

Supongamos que el primer coche entre en la plaza k-sima. Quedan a su izquierda *k-1* plazas, y a su derecha *n-k*. Cualquiera de los coches que entren a continuación hará uno de estos movimientos:

- Situarse correlativamente a la izquierda. Lo llamaremos “movimiento I”
- Situarse correlativamente a la derecha. Lo llamaremos “movimiento D”.

Cuando el garaje esté lleno se habrán realizado *k-1* movimientos I, y *n-k* movimientos D. Cada posible manera de realizar uno u otro dará lugar a una posible forma de llenado del garaje.

El problema es isomórfico con el de disponer *k-1* letras I, y *n-k* letras D. Por ejemplo: DDIDIIIID...IID. Esto se puede realizar de $\binom{n-1}{k-1}=\binom{n-1}{n-k}$ formas distintas.

Por tanto, ya que el primer coche puede ocupar cualquiera de las *n* posiciones, el número total de formas posibles vale:

$$N=\binom{n-1}{0}+\binom{n-1}{1}+\binom{n-1}{2}+\ldots+\binom{n-1}{n-1}$$

Observemos que esto no es más que el desarrollo de $(1+1)^n$ según la fórmula del binomio de Newton, por lo que el resultado final es:

$$N = 2^n.$$

Se puede razonart de una forma más simple aunque menos intuitiva: cada posible grupo DDIDIIIID...IID se corresponde biunívocamente con una posible forma de ordenar los coches (observemos que conocido el grupo, *a fortiori* aparece incluso la colocación del coche inicial). Es claro que el número total de posibles ordenaciones es $V_2^n = 2^n$.

Josep M. Albaigès, dic 00

UN SIGLO CON DOROTHY

Una revista como la nuestra no puede pasar por alto los cien años de la publicación de *The Wizard of Oz*, la obra de Frank Baum que tantas analogías guarda con nuestra *Alicia*.

Frank Baum (1856-1919) era un novelista que había probado, sin excesivo éxito, con la literatura llamada "seria" hasta que en 1900 tuvo el acierto de publicar la que sería la primera de una serie en torno a las aventuras

de Dorothy por la maravillosa tierra de Oz. Se inicia la primera con un formidable ciclón que arrastra por los aires la casita de Kansas donde la niña y su perrito Toto viven con sus tíos, con tanta fortuna que cae en el país de Oz sobre la Bruja Mala, librando a los Munchkins de su nefasta tiranía. En busca de un camino para volver a su casa, Dorothy y Toto acuden hacia la Ciudad Esmeralda, donde vive el Mago de Oz, de quien se espera que resuelva su problema. Por el camino se les van uniendo una serie de extraños personajes: el Espantapájaros, el Hombre de Hojalata y el León Cobarde, cada uno de ellos inteligentes metáforas de la búsqueda de la felicidad. El Espantapájaros lamenta no tener cerebro y busca adquirir uno gracias al Mago, el Hombre de Hojalata echa de menos un corazón, y el León Cobarde desea tener valor.

El camino de los cinco amigos está lleno de episodios que recuerdan los de Alicia. Empezando por la presencia del Hombre de Hojalata, réplica del Caballero Blanco. La travesía por el espeso bosque, el llanto de Dorothy, el paso por el campo de flores... Las dificultades que vencen los van transformando poco a poco.

El éxito de *The Wizard of Oz* indujo a Baum a una primera continuación, *The Marvellous Land of Oz*, y otras muchas más, escritas incluso después de su muerte, hasta un total de catorce. Tienen especial interés para nosotros, aficionados a las matemáticas, los relativas a a Ozma, una provincia que sirvió de motivo para la formulación de "Problema de Ozma": hallar un método par distinguir la derecha de la izquierda en nuestro universo, sobre la solución del cual se sigue discutiendo todavía.

JMAiO, jul 00

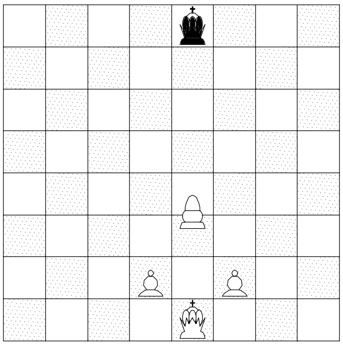
UNA CUESTIÓN DE SUPERVIVENCIA

El último problema que Holmes me mostró ese día fue otro monocromático.

—Antes de abandonar estos monocromáticos, Watson —dijo— quiero que considere uno más. Es único en muchos aspectos. La solución no es nada “compleja”: de hecho, sólo oculta una idea simple. Pero no se llega a dicha idea mediante un complicado proceso de razonamiento; sólo puede comprenderse por intuición.

Lleno de curiosidad, observé a Holmes arreglar la siguiente posición:

Negras –1



Blancas-4

Había un alfil blanco ubicado entre las casillas e3 ó e4. Creyendo que se trataba de un descuido, estaba a punto de moverlo, cuando Holmes me detuvo:

—¡No, no, Watson! ¡Ese es precisamente el problema! ¿En qué casilla, e3 ó e4, está el alfil, dado que esta partida es monocromática?

Miré hacia el tablero con impotencia, mientras Holmes seguía hablando, evidentemente disfrutando sus propias palabras.

—Lo hermoso de este problema —dijo con éxtasis— es que es tan encantadoramente abstracto. ¡De hecho si esto puede ayudarlo de alguna manera, le diré que podría haber puesto un alfil negro en lugar de uno blanco. O podría haber usado un peón, una torre o una dama en lugar de un alfil; ¡no habría habido ninguna diferencia! Además —prosiguió, entusiasmándose cada vez más— en lugar de haber usado estas dos casillas en particular, podría haber usado las dos adyacentes. En realidad ni siquiera es necesario que sean adyacentes: ¡solo necesitan ser de diferentes colores! De hecho —agregó con sonrisa triunfante— hasta podría quitar el alfil del tablero y exponer el problema de la siguiente manera: En esta partida monocromática, existe una pieza en algún lugar del tablero. Dicha pieza, ¿está en una casilla blanca o en una negra?.

¡Lejos de ayudarme, esta información me confundió más que nunca!

—Le diré algo, Watson— continuó Holmes con un poco de malicia—, ¡le daré una pista! Cuando yo era niño, una vez alguien me contó el cuento del león y el oso. Un león y un oso luchaban con ferocidad y se estaban devorando el uno al otro. Por fin el uno se comió al otro, ¡y no quedó nada de ninguno de los dos!.

—¿ Eso es una pista?— pregunté, atónito.

Holmes, quien tal vez no me oyó, prosiguió:

—Aunque era muy joven en esa época, tuve el suficiente sentido común para entender la ley de conservación de la materia y darme cuenta de que la situación era absurda.

¿Y a eso le llama usted una pista? – repetí.

SOLUCIÓN A "UNA CUESTIÓN DE SUPERVIVENCIA"

—Pues sí, Watson, si observa con cuidado. ¿No se da cuenta —continuó Holmes, con inusual intensidad— de que si el alfil estuviera en el lugar equivocado, existiría exactamente la misma imposibilidad? Vea. Suponga que el alfil estuviera en una casilla blanca. Entonces ¿qué pieza en las casillas negras pudo haber comido la última pieza que estuvo en una casilla negra? Por supuesto ni el rey blanco ni los peones, ¡ya que nunca movieron! Piense en esto de la siguiente manera: un ejército de piezas negras en casillas negras contra un ejercito de piezas blancas en casillas negras"devorandose" unos a otros, por decirlo de alguna manera. ¡Tiene que haber por lo menos un superviviente!. ¿Y cuál podría ser dicho sobreviviente? ¡Sólo el alfil! Por ello está en una casilla negra.

Me quede mudo de admiración.

—¡En verdad, Holmes éste es el problema más extraordinario que jamás me haya enseñado! ¿Quién inventó esta obra de arte?

—Moriarty —fue la respuesta totalmente inesperada.

—¡Por Dios, no! —exclamé, atónito.

—¡Oh, sí, Watson! Y no es sorprendente, ya que este problema tiene la diabólica simplicidad que forma parte de la naturaleza de Moriarty.

Permanecimos sentados unos minutos en silencio.

Yo recordé los últimos días dramáticos que culminaron en la lucha a muerte entre Holmes y Morialty en el precipicio. Holmes, quien seguramente me leyó el pensamiento, dijo:

—Sí, Watson, de verdad parecía que el león y el oso se devorarían el uno al otro, y que no quedaría nada de ellos… A pesar de eso —agregó con una extraña sonrisa—, el león parece haber sobrevivido.

(Remitido por Luis Manuel García Sánchez)

VENTAJAS DEL MERCADO NO TRANSPARENTE

En diez establecimientos, qu enumeraremos 1 al 10, se vende el mismo artículo a precios respectivos distintos: 101, 102, 103,... 110 Pta. Su precio de coste era 100 Pta, conque los márgenes comerciales respectivos son 1, 2, 3,...10 Pta. Supongamos que cada comprador examina tres comercios al azar, y compra en el más barato. Se pregunta:

1. ¿Qué porcentaje de ventas sobre el total realizará cada establecimiento?
2. ¿Qué comercio obtiene el beneficio máximo?
3. Las mismas preguntas si el comprador examina cinco comercios.

RESPUESTAS

1. Si el comprador examina 3 comercios, la probabilidad de que compre en uno dado vendrá dado por el cociente entre favorables y posibles. El número total de grupos de 3 comercios que pueden ser visitados es:

$$N_p = \binom{10}{3}$$

En cuanto al de favorables para el comercio *k*, viene dado por las combinaciones posibles en las que entre dicho comercio y dos de los 10 – k que son más caros que él. Es decir:

$$N_F = \binom{10-k}{2}$$

Por tanto, la probabilidad pedida será:

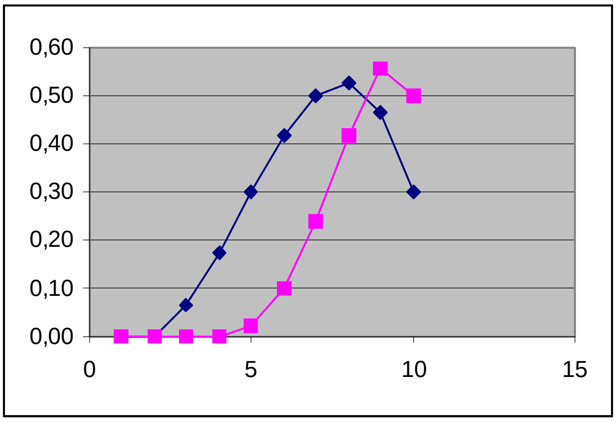
$$p = \frac{\binom{10-k}{2}}{\binom{10}{3}}$$

2. Si es m_k el margen comercial del comercio k, el beneficio respectivo, referido al total de ventas, será $p_k m_k$.

3. En el siguiente cuadro vemos los casos posibles para los valores v = 3 y v = 5, sinedo v el número de comercios visitados.

TIENDA	MARGEN	N_F v=3	% VENTAS v=3	N_F v=5	% VENTAS v=5	Beneficio para K=3	Beneficio para K=5
1	10	0	0,00%	0	0,00%	0,00	0,00
2	9	0	0,00%	0	0,00%	0,00	0,00
3	8	1	0,83%	0	0,00%	0,07	0,00
4	7	3	2,50%	0	0,00%	0,18	0,00
5	6	6	5,00%	1	0,40%	0,30	0,02
6	5	10	8,33%	5	1,98%	0,42	0,10
7	4	15	12,50%	15	5,95%	0,50	0,24
8	3	21	17,50%	35	13,89%	0,53	0,42
9	2	28	23,33%	70	27,78%	0,47	0,56
10	1	36	30,00%	126	50,00%	0,30	0,50

Para más claridad, el gráfico adjunto expresa la variación del beneficio según el número del



comercio. Como era de esperar, el mayor no lo obtiene el más barato, aunque se aproxima tanto más a él cuanto más tiendas examine el comprador, es decir, cuanto más transparente sea el mercado.

JMAiO, sep 00