CARROLLIA-71

Dic 2001

CARROLLIA

Nueva dirección en la web **www.mensa.es/carrollia**

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [**C**], es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.

Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

Josep M. Albaigès **Francesc Castanyer**
e-mail: jalbaiges@caminos.recol.es

SUMARIO

NUMEROLOGÍA CARROLLIANA: 71

El 71 no es para tomarlo a broma: es, dentro de la primera centena, el que cierra el tramo más largo sin omirps. ¿Que qué es un omirp? Un primo que, vuelto al revés, sigue siendo primo: aparte los de un dígito, 11, 13, 17, 31, 37, 71... Claro es que no pueden ser omirps los iniciados en cifra par ó 5. Por eso el tramo 37-71 es tan largo.

Pero además el 71 es titular de otras curiosas propiedades aritméticas:

- Es la mayor solución conocida del problema de Brocard: $71^2 = 7!+1$.
- $71^3 = 357911$, formado por los numeros impares 3 al 11 seguidos.
- Los números 5, 71 y 369119 son los únicos menores de 2.000.000 que dividen a la suma de los primos menores que ellos.

Figura en la fracción 221/71 = 3,1127..., aproximación pitagórica de π. Pitágoras situó este valor entre dicha fracción y 220/0 = 22/7 = 3,1428...

El Sanedrín constaba de 71 miembros, y se computaban en las antiguas escrituras un total de 71 pueblos, incluyendo Israel.

El loterías es llamado “el maestro de escuela”. Su forma inspira otros apelativos, como “martillo y clavo”, “martillo y terno”.

EL CORREO NO PARA

Estimados amigos:

¿Recordáis esas obras en mi casa que denuncié en el número pasado? Quizás este trampantojo os dé una idea aproximada de mi situación de ánimo ante las cosas fuera de su sitio. ¡Todavía no han terminado! José Luis Casaus, de Madrid, me consuela por mis apuros:

Abenjaldum (siglo XIV) sostiene que: "...en las repúblicas fundadas por nómadas, es indispensable el concurso de forasteros para todo lo que sea albañilería." En mi caso de más allá del Oder. Así comuniqué en el año 1997 mi cambio de domicilio.
Un amigo mío en el trance de unas obras en su domicilio entendió por fín a su abuela que reunía a los nietos para rezar el rosario y terminaban con un padrenuestro "para quien tenga albañiles en casa".
Una de las maldiciones mas terribles que pueden echarte en Aragón: "¡Ojalá tengas que obrar!"
En la Manchuria española el equivalente popular de defecar es obrar. Incluso el médico suele indagar en la consulta que "¿cuánto tiempo hace que no obra Vd.?".
¿Cómo llevaís el ajetreo de yeso, cemento, pintura y todo el polvo? ¿Y los últimos acontecimientos mundiales?

El Bombardero de Detroit.

Gracias por tus piadosas palabras, José Luis [para los jóvenes que no vean relación con la firma "El bombardero de Detroit": así es como apodaban en USA en los años 40 y 50 a Joe Louis, uno de los mejores boxeadores de todos los tiempos].

Escribe Robert L. Birch, de Falls Chruch, Virginia (USA):

Estimado don Josep:
¡Ojalá todo le vaya bien!
Espero que lo incluso sea de su utilidad [se refiere a documentación sobre mnemotecnia, que hallaréis en este número].
La palabra que inventé CHICKADEEEGGGOOOLOGIST tiene 3 E, 3 G y 3 O seguidas (Persona que estudia el huevo del pájaro chickadee formado en un "goo").

Robert es bien conocido por los miembros de [C] tanto pos sus piruetas eulogológicas como por su profundo estudio de los métodos mnemotécnicos basados en el convenio de Hérigond (asimilación de cada dígito con un sonido: 1 =T; 2 = N; 3 = M, etc.). Muchas gracias, Robert, y queda tu material para solaz e instrucción de carrollistas.

Nunca falta material del otro lado del charco. Ricardo Isaguirre, de Buenos Aires, continúa comentando el viaje tras San Pablo y temas relacionados en una de sus cartas, tan sabias como interesantes:

Gracias por el ejemplar de Carrollia *Nº 70 que con desprendimiento me has destinado y agradezco mucho. Encuentro en la edición una menor cantidad de material matemático —que no comprendo— y varios artículos instructivos y discretos, sin mencionar el suplemento sobre la casualidad y las coincidencias, que pasaré a nuestro Arzobispo emérito, lector incansable de muchísimos temas y siempre buscador de curiosidades intelectuales. Ya le había mandado el suplemento BOFCI anterior, en que pusiste a trabajar el ordenador para encontrar palabras más extrañamente configuradas o relacionadas de modos raros entre sí; por cierto le llamó la atención su lectura.*

Tú sabes que bien poco puedo aportar a lo que te acumulan por vía postal o electrónica para cada número de tu revista tantos corresponsales que, a diferencia de este oscuro sacerdote argentino, poseen un nivel de alta intelectualidad o conocimiento científicos y académicos. No obstante me entretengo siempre gratamente con las prolijas páginas de la revistilla, en cuyo último número hasta creo encontrar una mayor calidad de *impresión. Quizá mi misma existencia hubiera sido una de las cosas en que Lewis Carroll se hubiera interesado alguna tarde dorada de Oxford.*

Es verdad lo que dices de la predicación de San Pablo; aunque estrictamente ignoramos su lengua materna --la familia era farisea observantísima, pero radicada (¿desde cuándo?) en Tarso, lejos de Judea--, el Apóstol era al menos parcialmente por su formación greco-parlante; seguramente dominaba el hebreo y el arameo desde la infancia y lo habrá cultivado en la escuela del Rabino Gamaliel en la que se formó luego (cf. Hechos de los Apóstoles 22, 3); esos idiomas ha de haber utilizado, como tú lo afirmas, en su residencia en Palestina antes y después de su conversión. Es probable que hablara también el latín, y al menos quizá lo haya empleado en sus cautividades romanas. No sabemos si poseía otras lenguas orientales o bárbaras, pero podemos suponerlo a causa de su estadía en "Arabia" (Gálatas 1, 17), término de referencia geográfica muy amplia, como tú sabes, en la antigüedad clásica. Las epístolas paulinas nos han llegado todas en su original redacción griega; el nivel de la lengua que emplea Pablo para dictarlas es bueno sin pretensiones estilísticas y con tendencia al anacoluto que manifiesta la oralidad preexistente y la viveza del pensamiento; hasta evoca cuando quiere a los poetas y filósofos helénicos. Habiendo estado sin duda bien informado acerca de los temas principales de lo que ha venido a conocerse precisamente como helenismo *en la historia de la cultura, se ha señalado su proximidad con las doctrinas estoicas, que han de haber constituido parte de sus lecturas fuera de la Torah. Con todo, las cartas contienen hebraísmos y más particularmente arameísmos que quizá salpicaban sus prédicas y que conservan un eco poderoso de la predicación oral del mismo Jesús de Nazaret, recibida de los Apóstoles a quienes visitó en Jerusalén y de otros discípulos del grupo original de seguidores de Cristo a quienes pudo haber tratado en diversas períodos de su vida adulta.*

Y aquí termina el correo por este trimestre. Para justificar su escasez, indico que este [C] está siendo excepcionalmente confeccionado a primeros de noviembre, un mes antes de lo habitual, al coincidir un largo viaje que voy a emprender dentro de unos días y el tráfago del correo navideño. ¿Podré compensaros en marzo? Sólo de vosotros depende.

¡Felices Navidades a todos!

El editor

BOLAS DE NIEVE

Son conocidas de antiguo, y habitualmente consideradas como un mero ejercicio de habilidad. Inútil describirlas: el lector se aprecibirá de su estructura nada más leerlas.

E id con vida larga, castos esposos, amándoos cariñosos, ayudándoos, queriéndoos, amorosamente identificados, recíprocamente interconectados, indisolublemente interrelacionados, consustancialmente, indestructiblemente metatranscoordinados.

A
la
vez
sean
niños,
viejos,
mujeres,
enfermos,
inválidos,
embarcados
rápidamente.
Catastrófico,
terrorífico,
descomunal
naufragio.
Salvados
hombres,
evacue
luego
nave
sin
mí.
C.

A
la
más
pura,
bella,
donosa,
honesta
doncella,
esperando
justificar
despertarle
benevolentes
disposiciones.
Fervientemente
Consumiéndome,
transtornado
febrilmente
soportando
frenética,
anhelosa,
tediosa
espera,
quedo
suyo
con
fe.
X.

¡Y yo qué hago ahora, triste, perdido, perplejo, anonadado, intentando reorganizar urgentemente esperpénticos contrasentidos, contradictorias, ininterpretables, fantasmagoriantes hiperalucinaciones, institucionalizando desanfibológicamente, superdesesperadamente, ultratransubstanciales pseudocaracterizaciones!

El tema da largamente de sí, siendo posible aplicarlo a campos muy variados.

ONOMÁSTICOS	**GENTILICIOS**
O	
Ze	Et
Ana	Uro
José	Ruso
Pedro	Sueco
Águeda	Inglés
Antonio	Español
Calímaco	Italiano
Eleuterio	Portugués
Segismundo	Colombiano
Maximiliano	Salvadoreño
Hermenegildo	Nicaragüense
Nabucodonosor	Portorriqueño
Austricliniano	Estadounidense
Transfiguración	Centroamericano
Transverberación	Hispanoamericano
	Santodomeniquense

ALGUNOS PROBLEMAS SOBRE EL DOMINÓ

En algunas reglamentaciones de dominó se acuerda que si un jugador tiene de mano 5 ó más dobles, gana el juego. ¿Cuál es la probabilidad de que esto ocurra?

SOLUCIÓN

El número de posibles combinaciones con 5, 6 ó 7 dobles será:

$$N_D = \binom{7}{5}\binom{21}{2} + \binom{7}{6}\binom{21}{1} + \binom{7}{7} = 410 + 147 + 1 = 4558$$

Y el de posibles manos que puede recibir un jugador:

$$N = \binom{28}{7} = 1184040$$

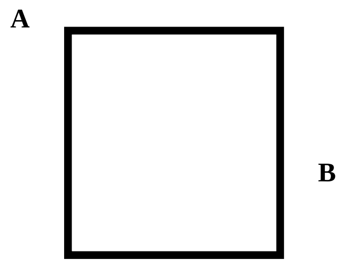
Por tanto, p = 4558/1184040 = 0,0038

Ocurrirá una vez de cada 300, aproximadamente.

JMAiO, Salou, ago 00

BUSCÁNDOSE EN LA PIRÁMIDE

Me sucedió en 1996 en la cima de la pirámide de Kukulkán, en Chichén Itzá (México). Mi hermano y yo estábamos uno en cada esquina del edificio cuadrado que la corona buscándonos sin encontrarnos. Y entonces se me ocurrió la generalización de este problema.
Dos personas se hallan en esquinas opuestas de un edificio, A y B. Ambas tienen interés por encontrarse, y por ello se pondrán en camino hacia una de las esquinas contiguas, pero, ¿y si eligen mal? Es fácil ver que si ambos se mueven hacia el mismo lado no se encuentran, y sí lo hacen moviéndose hacia lados opuestos. Por tanto, si cada jugador elige arbitrariamente su movimiento, la probabilidad de encuentro será ½: por término medio el encuentro les llevará 2 desplazamientos, pero pueden ser más.



Una posible alternativa sería quedarse quieto esperando que sea el otro quien venga a nuestro encuentro, pero, ¿y si ambos aplican la misma táctica?
Para simplificar el problema, considerémoslo como un juego dividido en "tiempos" En cada tiempo, los dos "jugadores" mueven simultáneamente, y su "jugada" puede ser una de estas tres:

- Moverse hacia la derecha (D).
- Moverse hacia la izquierda (I)
- Permanecer quieto (O)

Consideraremos que dos jugadores se encuentran si sus movimientos les llevan a la misma esquina o a dos esquinas contiguas, pues entonces se avistan mutuamente. ¿Cuál será la mejor estrategia para maximizar las probabilidades de encontrarse?

*****

El problema entra en los resolubles mediante la Teoría de Juegos. Escribamos en una matriz todas las posibles jugadas de ambos jugadores, representando el resultado de la jugada como un 1 si los jugadores se encuentran, y como 0 en caso contrario

		Segundo jugador		
		D	**I**	**0**
PRI-	**D**	**0**	**1**	**1**
mer	**I**	**1**	**0**	**1**
jugador	**O**	**1**	**1**	**0**

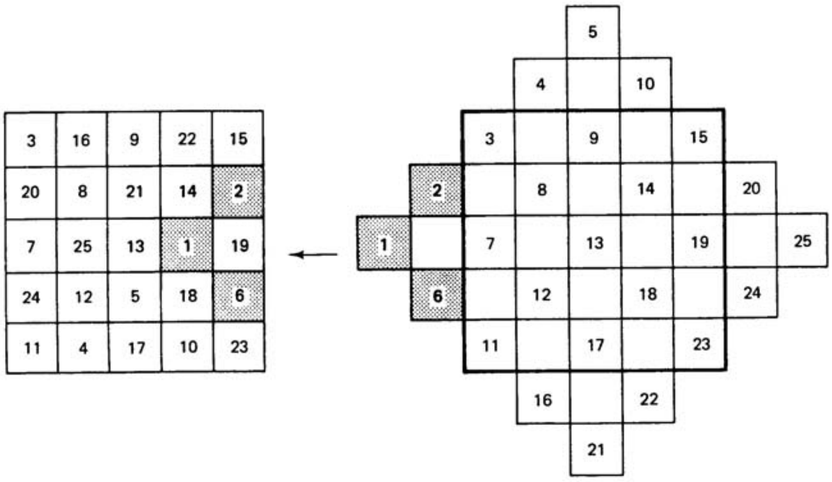
La teoría de juegos lleva a diseñar la mejor estrategia: jugar D, I o O, según sorteo, con probabilidades 1/3 cada una. En estas condiciones la probabilidad de encontrarse es 2/3, con lo que se mejora el "tiempo medio de encuentro" a 1,5 jugadas.

¿Qué ocurrirá para edificios pentagonales, hexagonales, etc.? La cosa se complica, pues cada movimiento conduce a una nueva situación, en la que la probabilidad de encontrarse depende de la situación inicial: si los jugadores no se avistan se encuentran a una distancia de 2 lados por el camino más corto.

Josep M. Albaigès, marzo 2000

CUADRADOS MÁGICOS IMPARES A MOGOLLÓN

Bachet de Méziriac descubrió un método muy sencillo para fabricar cuadrados mágicos de dimensión impar. Apliquémoslo a uno de 5×5:



Ampliemos el cuadrado para formar uno nuevo “en diamante”. Se numeran después las “diagonales” paralelas a la que va del extremo izquierdo al extremo superior en la forma que indica la figura de la derecha. Si ahora imaginamos que los cuadrados sombreados se introducen, sin alterar su orden, por el opuesro (como se ha hecho con los cuadrados punteados) se obtiene un cuadrado de 5×5.

Claro que de ahí no salen todos los cuadrados posibles (de lado 5, son 275305224 nadamenos). Pero vale para cualquier lado impar.

EL ACENTO EN LAS TERMINACIONES EN –ON/-ÓN

Antes de la reforma ortográfica del DRAE de 1808 no había una norma clara establecida sobre la acentuación. En las palabras terminadas en *–ón*, tan caracterísiticas del castellano, y casi todas agudas, por lo común se consideraba inútil explicitarlo.

¿Estaba esto justificado? En el DRAE se contabilizan 4156 palabras terminadas en *–ón*. En cambio las terminadas en *–on* son sólo 48 (un 1,14 % del total en *–on/-ón*), concretamente éstas:

acromion	con	ípsilon	plancton
aron	corion	isquion	pleon
asíndeton	chiton	nailon	poliptoton
badminton	épsilon	necton	polisíndeton
bádminton	eslalon	nemon	rémington
beicon	fitoplancton	neuston	ron
bon	fon	newton	sine qua non
bustrofedon	gnomon	nomon	son
bustrófedon	hipérbaton	ómicron	telson
canon	hipomoclion	parergon	tetragrámaton
claxon	ilion	pereion	ton
colon	ion	peticanon	zooplancton

Salvo algún monosílabo y alguna voz de procedencia extranjera, prácticamente todos son cultismos griegos. Parece pues justificada la forma de escribir comentada, y quizá podría plantearse si no merecería la pena regresar a ella.

Josep M. Albaigès
Barcelona, dic 99

EL ASTRONAUTA Y SU SUEGRA

A la memoria de D. Eladio Precioso y Precioso, profesor en la Escuela de Ingenieros de Caminos de Madrid en los años 60.

Recuerdo con especial cariño un problema un tanto surrealista que nos impuso nuestro profesor de Física en la Escuela de Ingenieros de Caminos, en aquellos ya lejanos años de los primeros sputniks: "Un astronauta se enfada con su suegra, la arroja a un pozo sin fondo (que atraviesa toda la Tierra) e inmediatamente monta en su cápsula espacial para orbitar nuestro planeta. ¿Volverá a ver a su madre política?"

El problema, tal como fue resuelto en [C-50], no ofrece muchas dificultades. Consideraremos lo allí expuesto como la "primera aproximación" al mismo.

PRIMERA APROXIMACIÓN

Constantes utilizadas:

- Aceleración de la gravedad $g_0 = 9{,}806$ m/s^2
- Constante de la gravitación $G = 6{,}673 \times 10^{-11}$ N·m^2/kg^2
- Radio medio de la Tierra: R = 6.371 km
- Masa de la Tierra: $m = 5{,}977 \times 10^{24}$ kg

Empecemos estudiando la caída de la suegra en el pozo perforante. La fuerza de la gravedad varía en razón inversa a la distancia al centro de la Tierra. Es decir:

$$g = g_0 \frac{x}{R}$$

Siendo *x* la distancia de la suegra al centro de la Tierra, R el radio de ésta y g_o la aceleración de la gravedad a nivel del mar. Por tanto la ecuación del movimiento será:

$$m\frac{d^2x}{dx^2} = -g_0 \frac{x}{R}$$

Es decir, que la fuerza ocasionadora es proporcional a la elongación, lo que corresponde a un movimiento vibratorio armónico de ecuación $r = R\ sen\ \omega t$, originado por la ecuación dinámica $F = -kx$. Su pulsación vale $\omega = \sqrt{k/m}$, es decir:

$$\omega = \sqrt{\frac{g_0}{R}}$$

Por tanto, el período de vibración vale:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g_0}} = 2\pi\sqrt{\frac{6{,}371\cdot 10^6}{9{,}806}} = 5065s = 1^h 24^m 25^s$$

Consideraciones similares llevan a que la "velocidad de orbitado a altura cero", vo, es también igual a la velocidad que lleva la suegra en el centro de la Tierra, y vale $v_0 = \sqrt{g_0 R} = 7904$ m/s.

Pasemos ahora al estudio del movimiento del astronauta. Éste orbita la Tierra (a altura cero) a una velocidad v_0, que llamaremos "velocidad de orbitado a altura cero", y la fuerza centrífuga generada en la trayectoria circular deberá compensar su peso, esto es:

$$mg_0 = m\frac{v_0^2}{R} \qquad (1)$$

De donde $v_0 = \sqrt{g_0 R}$, y por tanto $T_0 = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g_0}}$, que coincide con el valor anterior.

Es decir, ambos períodos coinciden. ¡El astronauta verá dos veces a su suegra en cada revolución alrededor de la tierra!

Este singular resultado nos induce una serie de reflexiones. ¿Realmente es tan "casual" que ambos períodos coincidan? No, pues el movimiento circular del astronauta corresponde en realidad a la superposición de dos movimientos vibratorios armónicos en cuadratura iguales al de la suegra. El conjunto de ambos equivale un movimiento circular, naturalmente del mismo período.

Claro es que hemos asumido implícitamente que el satélite artificial orbita la Tierra de forma rasante, hecho que nunca se da. Si se supone que va a una cierta altura no despreciable, las igualdades anteriores se alteran y el período de revolución del astronauta es siempre superior al de oscilación de la suegra, incluso suplementando los vaivenes de ésta con trayectos por el aire hasta alcanzar al satélite para saludar a su poco cariñoso yerno.[1]

SEGUNDA APROXIMACIÓN

Sin embargo, la resolución anterior del problema es imperfecta en aras de la simplicidad. En efecto, un satélite artificial no puede orbitar a altitud cero.

Vamos a intentar una segunda aproximación más real. Sea h la altura de la órbita del astronauta. La ecuación (1) deberá tener en cuenta la atracción gravitatoria de la Tierra a la altura h de orbitado, quedando así:

$$\frac{GMm}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h}$$

Observemos que para altitud cero es $\frac{GM}{R^2} = g_0$, por lo que también podemos escribirla:

$$v^2 = \frac{g_0 R^2}{R+h}$$

De donde:

$$v = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$$

Si referimos h al radio terrestre, haciendo $\beta = \frac{h}{R}$, podremos escribir la ecuación anterior:

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{1+\beta}}$$

[1] El período coincide también con el del llamado “péndulo se Schuler”, que tuviera por longitud el radio de la Tierra. Tiene notables propiedades giroscópicas, que lo hacen útil en navegación.

Lo que relaciona muy fácilmente la velocidad de orbitado a una altura relativa β con la correspondiente a nivel del mar. También podemos calcular el correspondiente período, y referirlo al anteriormente calculado:

$$T' = \frac{2\pi (R+h)^{3/2}}{R\sqrt{g_0}} = T_0 (1+\beta)^{3/2} \qquad (2)$$

Esto modifica el problema. Desde luego, este período es siempre superior a T, pero el enunciado del problema puede respetarse si consideramos que, para determinadas alturas, el astronauta y la suegra coincidirán cada n_a vueltas del primero y n_s oscilaciones de la segunda. Es decir, cuando $n_aT = n_sT_0$. Unos cálculos fáciles llevan a:

$$\frac{h}{R} = \left(\frac{n_s}{n_a}\right)^{2/3} - 1$$

Para todos estos valores, astronauta y suegra seguirán coincidiendo.

Observemos, de paso, que la expresión (1) nos permite resolver otros problemas, como la altura del satélite en órbita geoestacionaria o el del período de traslación de la Luna.

TERCERA APROXIMACIÓN

Pasemos ahora al caso totalmente general. Supondremos que el astronauta suelta a su suegra desde la misma altura h en la que va a orbitar. Tras un recorrido vertical aéreo, la suegra entra en el pozo, lo atraviesa, sale por el otro extremo elevándose allí nuevamente hasta la altura h, y se repite el proceso indefinidamente.

Llamaremos:

Te: Tiempo invertido por la suegra en su “trayecto externo”, es decir, desde el punto inicial hasta la superficie d ela Tierra.

Ti: Id. en el “trayecto interno”, desde la superficie d ela Tierra hasta su centro.

Cuando la suegra se mueve fuera de la Tierra partiendo con velocidad nula desde un punto situado a una distancia del centro de la Tierra (naturalmente, a = R + h), la velocidad viene regida por la ley de gravitación universal. Por consideraciones de potencial, fácilmente se deduce:

$$\frac{v^2}{2} = GM\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{a}\right) \qquad (3)$$

Que puede escribirse:

$$\frac{dx}{dt} = -\sqrt{2GM\,\frac{a-x}{ax}} \qquad (4)$$

Para resolver esta ecuación diferencial tomaremos la variable adimensional $\xi = x/a$, que corresponde a la elongación referida a la distancia inicial a. Resulta:

$$\frac{\sqrt{2GM}}{a^{3/2}}\,dt = -\sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}}\,d\xi$$

Seguidamente haremos el cambio $\eta^2 = \dfrac{\xi}{1-\xi}$, de donde $d\xi = \dfrac{2\eta d\eta}{(1+\eta^2)^2}$, y por tanto:

$$-\int\sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}}d\xi=-\int\frac{2\eta^2 d\eta}{\left(1+\eta^2\right)^2}=\frac{\eta}{\left(1+\eta^2\right)}-arctan\eta=\sqrt{\xi(1-\xi)}-arctan\sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}}+C$$

Determinada la constante C con la condición de que $\xi(0) = 1$, resulta:

$$t=\sqrt{\frac{a}{2GM}}\left[\sqrt{x(a-x)}+a\cdot arctan\sqrt{\frac{a-x}{x}}\right] \qquad (5)$$

Observemos que la integral, extendida hasta infinito, nos da el tiempo invertido en llegar al centro de la Tierra, que es finito y vale T = $\pi a/2R\sqrt{2g_0}$.

La función inversa, $x = x(t)$, nos da el espacio recorrido en función del tiempo.

Una simple aplicación de esta fórmula nos dará el "tiempo externo" de la suegra. Haciendo $x = R$, y recordando además que $GM = g_0R^2$, resulta:

$$T_e=\sqrt{\frac{a}{2g_0}}\left[\sqrt{\frac{a-R}{R}}+\frac{a}{R}arctan\sqrt{\frac{a-R}{R}}\right] \qquad (6)$$

Terminado el recorrido aéreo de la suegra, regido por la ecuación (5), ésta continuará por el interior del pozo de acuerdo con el movimiento vibratorio armónico indicado, si bien con la velocidad inicial v' alcanzada al llegar a la superficie de la Tierra, es decir, según la ecuación (4):

$$v'=\sqrt{\frac{2GM(a-R)}{aR}}=\sqrt{\frac{2g_0R(a-R)}{a}}=v_0\sqrt{\frac{2(a-R)}{a}}$$

Esta fórmula nos indica que para una altura infinita, $v'=\sqrt{2g_0R}=v_0\sqrt{2}=11178$ m/s, la famosa "velocidad de escape" de los astronautas.

El recorrido subterráneo equivale a una parte de un movimiento vibratorio armónico de amplitud R' mayor que el anterior, pero con la misma pulsación (pues ésta depende sólo de g_0 y R). Si es r la elongación en un momento dado y R' la amplitud, la ley que rige este movimiento será:

$$r=R'\operatorname{sen}\omega t$$

Si es φ la fase del movimiento en el momento en que la suegra inicia su recorrido subterráneo, se cumple:

$$R=R'\operatorname{sen}\varphi$$
$$v'=R'\omega\cos\varphi$$

De donde resulta:

$$tan\varphi=\frac{\omega R}{v'}$$

Y como $\omega Ti = \varphi$, resulta el tiempo interno:

$$T_i=\frac{1}{\omega}arctan\frac{R}{v'}$$

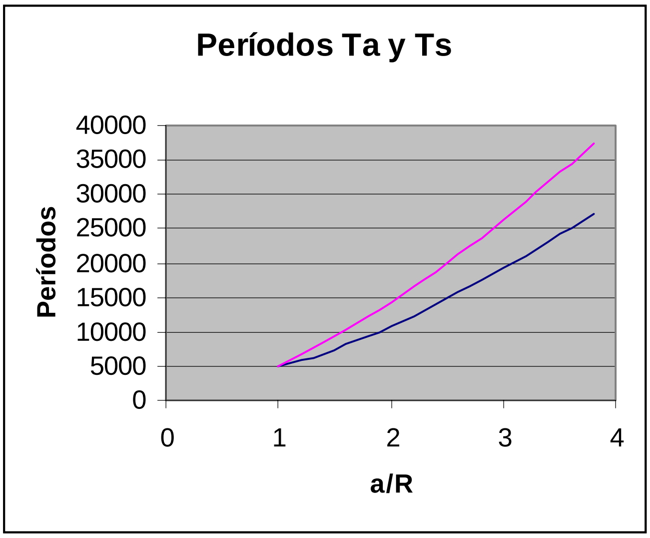
Por tanto, el período total de oscilación de la suegra es finalmente:

$$T_s = 4(T_e + T_i)$$

Con ayuda del ordenador podemos representar las gráficas Ts(a/R),y Ta(a/R), que resultan ser las adjuntas. En ellas se observa que el período del astronauta, Ya, es siempre superior al de la suegra, Ts, *por lo que éstos jamás se encontrarán.*

Otra cosa es la programación de encuentros tras m vueltas d euno y n de la otra. En este caso existirán infinitas soluciones, pero siempre para valores algo complicados de la relación Ta/Ts, ya que el conciente entre ambos períodos, cuando a/R tiende a infinito, tiene a √2.

a/R	a (km)	T_e (s)	v' (m/s)	T_i (s)	T_s (s)	T_a
1	6371	0	0	1266	5065	5065
1,2	7645	594	4563	844	5754	6657
1,4	8919	959	5975	744	6813	8389
1,6	10194	1319	6845	691	8038	10250
1,8	11468	1688	7452	657	9381	12231
2	12742	2072	7904	633	10821	14325
2,2	14016	2471	8256	616	12348	16526
2,4	15290	2887	8537	602	13954	18830
2,6	16565	3317	8769	591	15635	21232
2,8	17839	3764	8962	583	17385	23729
3	19113	4225	9127	575	19203	26316
3,2	20387	4702	9268	569	21084	28991
3,4	21661	5193	9391	564	23027	31751
3,6	22936	5698	9499	559	25029	34593
3,8	24210	6217	9595	555	27089	37516



Josep M. Albaigès i Olivart
Barcelona, enero 2000

El número Pi

La Historia de los números es fascinante. El cerebro de los hombres sintió un dia la necesidad de pre-cisar. Algo así como decir hoy: ¡Oiga! No me diga que da lo mismo tener 40ºC de fiebre que tener 36,7ºC. Todos sabemos lo que es la fiebre. Eso es algo cualitativo, un indicador, entre otras cosas, del estado de salud o enfermedad de una persona. Pero, además de eso, a continuación, necesitamos saber cuánto es su fiebre. Si no cuantificamos no podemos seguir avanzando.

Para hacer frente a esa necesidad el hombre inventó los números. A una determinada cantidad (la estableció convencionalmente, por algo tenia que empezar) la llamó 1. Después comparativamente aparecieron el 2, el 3, etc... Un inciso, ¡ojo!, el cero responde a otra necesidad. El cero surgió más tarde. El cero representa la nada, el vacío. La historia del cero es también fascinante, pero hoy me centro en el número Pi.

Bueno, ya hemos aprendido como empezó, que clase de problemas quería resolver el hombre cuando inventó la serie numérica. Todo el mundo estaba muy contento, todo se podía medir. Cada cosa del Universo tenía un número que lo identificaba, era su señal de identidad.

Pero un poco más tarde se produjo una verdadera catástrofe. Cuando el hombre se puso a mirar cuántas veces cabía el diámetro de la circunferencia en la longitud de la misma, se llenó de terror. Empezaron a salir aproximaciones 3,1415... la serie parecía que no terminaba nunca. De hecho hoy los mejores ordenadores del mundo han llegado a 2 Millones de números (es un decir), pero la serie no se acaba, no sabemos si alguna vez acabará, es un misterio inexplicable. Todavía no sabemos si esa serie tiene un final que al llegar a él se acabó Pi, o si se empieza de nuevo a repetir la serie cíclicamente.

Aquello dejó perplejo al hombre y por eso tuvo que decir que Pi era un número distinto, le llamó irracional. Los anteriores, los serios, los seguros, los llamó racionales (creo que naturales, pero da igual, más que la llegada, lo que me interesa enseñaros es la vía, el método, cómo se piensa).

En realidad los números irracionale sinconmensurables abrieron el mundo de lo infinito. Así que no sólo Dios es infinito. Hay infinitos dentro de lo finito. Los número sirracionales, Pi por ejemplo, cantan, denuncian a Dios. Son infinitos.

El Faycán
Fernando Batista Valdivielso

EL NÚMERO PI (réplica)

"Amigo del Faycán, pero más amigo de la verdad", podría titularse también este corto escrito, réplica de EL NÚMERO PI, con que su autor amablemente me ha obsequiado.

No es que tengan mucha importancia mis precisiones, pero estamos hablando de números, y los números pertenecen a la ciencia exacta. Los ordenadores han llegado ya a bastantes millones de cifras de pi (creo que veinte), pero cuántas sean no tiene importancia, como dice el Faycán. Lo que sí es importante es que sí *sabemos* dos cosas: que la serie no tiene final y que jamás se repite cíclicamente.

Esto nos zambulle en un interesante problema de la teoría del conocimiento. ¿Cómo podemos *saber* que un día la serie no se acabará? Quizá convenga pulir la definición de "saber". Decimos que *sabemos* que la serie no terminará nunca de la misma forma que *sabemos* que un montón de 1.000.001 piedras es imposible subdividirlo en otros dos de forma que cada una contenga un número par de piedras. ¿Es necesario hacer todas las pruebas posibles para llegar a esa conclusión? No, lo hacemos en virtud de unos principios matemáticos que guían nuestro razonamiento.

Las cosas las podemos conocer por experiencia sensorial directa, pero también por raciocinio. Esto ya lo descubrieron los griegos, y este último tipo de conocimiento les pareció tan superior, que desechaban el proporcionado por los sentidos cuando ambos no casaban. El ejemplo de Aquiles y la Tortuga es concluyente: Aquiles no puede alcanzar al quelonio porque si sus posiciones iniciales respectivas son A_0 y T_0, cuando Aquiles llegue a T_0, la Tortuga habrá avanzado hasta A_1, cuando el veloz corredor llegue a A_1 la tortuga estará en A_2, etc. Siempre la Tortuga habrá recorrido algo, y por tanto nunca podrá alcanzarla el de los pies ligeros.

Hoy sabemos que este razonamiento es incorrecto, pero eso es lo de menos. Los griegos decían: "Pese a nuestro razonamiento, vemos que Aquiles la alcanza. ¿Qué debemos concluir? Pues que nuestros sentidos nos engañan, porque su saber es inferior al que nos proporciona nuestra mente".

De hecho, este modo de ver las cosas no cambiaría hasta el empirismo del siglo XVII, precursor de la actual ciencia. Pero ésa es cuestión para otro día.

Otra pequeña matización: los naturales son los números enteros y positivos: 1, 2, 3... Los racionales son las fracciones: 2/3, 7/15, 888/19, etc. Pese a su aspecto, no hay "más" números racionales que enteros. Ambos conjuntos son infinitos, pero se puede establecer una correspondencia unívoca entre ambos.

Y ya llegamos al infinito, con que el Faycán terminaba. El número pi es un "infinito" de tipo superior a un racional, pues cada cifra debe ser definida, no como en los periódicos (que son también los racionales), donde basta con dar un período. Pero hay infinitos todavía más inquietantes: los alephs. Nuestro conjunto de naturales es un aleph-cero, mientras que pi es un aleph-uno. Y vienen luego los aleph-2, etc. etc.

Para volverse loco.

El amigo del Faycán

LO QUE SALE DERIVANDO

Escribamos:

$x^2 = x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot \ldots\ldots^{(x)} \ldots \cdot x$

Derivemos:

$2x = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \ldots\ldots^{(x)} \ldots \cdot 1 = x$

Luego:

$2x = x$

$2 = 1$

Perversus

LO QUE SALE DERIVANDO (DISCUSIÓN)

Confío en la indulgencia de mis lectores ante una demostración tan disparatada, que no tiene en cuenta ni definiciones de la operación producto, ni consideraciones sobre la continuidad. El ejemplo no merece mayores comentarios.

Sin embargo, de ahí podríamos extraer una pregunta: ¿es definible la operación a la que podríamos "reiteración de una operación?. Sea la operación *, a*b = c. Podríamos llamar R^*(x) a la operación:

$R^*(x) = x*x*x*\ldots\ldots^{(x)}\ldots.x$

La definición de la operación "derivada" ofrece importantes dificultades teóricas, que hay que resolver en cada caso particular.

Perversus

PASATIEMPOS DE ANTONIO CEBRIÁN

Por azares del correo electrónico, no llegaron a tiempo estas colaboraciones de nuestro fiel Antonio para [C-70]. Las publicamos con la presente, pues su interé snoha menguado. Por las razones explicadas en la sección de Correspondencia, dejamos para [C-72] las colaboraciones (suponemos que en camino) de [C-71].

CUADRADOS MÁGICOS DE CONSTANTE 70

Con los números del 2 al 26 formamos un C.M. de 5 x 5 y constante = 70.

2	9	16	18	25
13	20	22	4	11
24	6	8	15	17
10	12	19	26	3
21	23	5	7	14

O también con los números del 10 al 25 formamos un C.M. de 4 x 4 ,constante = 70

10	17	19	24
23	20	14	13
16	11	25	18
21	22	12	15

¿CUANTO VALE X EN EL PANEL SIGUIENTE ?

2	53	101	13	4
211	4	17	43	3
27	103	221	118	1
323	247	19	307	2
227	149	157	97	x

SOLUCIÓN: X = 4.

Los números de la columna de la derecha nos dicen los números primos que hay en cada fila.

¿ QUE NUMEROS FORMAN LA 3ª FILA ?

6	28	31	85	30	71	2
9	42	47	77	96	07	3
21	99	11	48	57	51	7
34	55	75	19	18	94	11
40	84	07	04	49	66	13
53	40	70	75	11	02	17

SOLUCIÓN : 15,70,79,63,26,79, 5

Los nºs. de la columna de la derecha son la serie de los números primos desde el 2.
Los nºs de cada fila (de las 6 primeras columnas) son el producto de PI por los nºs. de la columna de la derecha.

SECUENCIA DE PANELES

Encontrar los números que forman el 5º panel "E". Sabiendo que el panel "A" por medio de transformaciones lógicas ha pasado a "B", luego a "C" y "D". Si aplicamos a "D" la misma transformación obtendremos el panel "E".

A

9	126	63	108
72	99	18	117
90	45	144	27
135	36	81	54

→ B

45	30	144	18
12	15	198	252
162	288	6	21
108	54	39	36

→ C

36	54	24	90
18	96	30	60
78	12	66	48
72	42	84	6

→ D

24	26	36	72
14	4	192	108
168	132	10	8
12	96	20	30

→ E

.	.	.	.

Solución:

4	56	28	48
32	44	8	52
40	20	64	12
60	16	36	24

La transformación consiste: Haciendo centro en el cruce de las diagonales de cada cuadrado, hacer un giro de 90º en el sentido de las agujas del reloj; los nºs que caigan en el 1º y 3º cuadrante (arriba derecha y bajo izquierda) multiplicar por 2, los nºs que caigan en el 2º y 4º cuadrante (arriba izquierda y bajo derecha) dividir por 3.

Acebrián 05001

EL PROBLEMA MEDELIANO DE KIRA

Kira Jaén nos propone un interesante problema:

Supongamos que se desea cultivar un cierto tipo de planta. Partiendo inicialmente de tres variadades medelianas, a las que llamamos AA, Aa y aa, nuestro objetivo es que todas las plantas sean finalmente del tipo AA o aa. Las sometemos a una continua autofertilización, en la que se cumplen las siguientes leyes:

- Plantas del tipo AA producen sólo plantas AA
- Ídem para las aa
- Las plantas Aa producen ¼ de AA, ¼ de aa y ½ de Aa.

Sean (a_o,b_o,c_o) las proporciones iniciales de plantas de los tipos AA, Aa y aa respectivamente. ¿Cuáles serán las proporciones en la n-sima generación?

SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE KIRA

Aunque no se dice en el enunciado, supondremos que cada tipo de planta se reproduce sin aumentar su número de ejemplares en cada generación, es decir, que su tasa de crecimiento es cero (este factor tiene bastante importancia, como veremos).

Las proporciones a_1, b_1, c_1 estarán sujetas a la ley:

$$a_1 = a_o + b_o/4$$
$$b_1 = b_o/2$$
$$c_1 = b_o/4 + c_o$$

Que podemos escribir matricialmente así:

$$\begin{Vmatrix} a_1 \\ b_1 \\ c_1 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 1/4 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1/4 & 0 \end{Vmatrix} \cdot \begin{Vmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{Vmatrix}$$

Las sucesivas generaciones se obtendrán reiterando el producto matricial, de manera que vendrán expresadas por las respectivas filas de la matriz Mn.

Fácil es ver que la potencia n-sima de la matriz tiende a:

$$\begin{Vmatrix} 1 & 3/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3/2 & 0 \end{Vmatrix}$$

Lo que equivale a decir que, a la larga, los objetivos perseguidos se alcanzarán solos: la especie Aa desaparecerá, y sus miembros habrán pasado a engrosar las proporciones de la AA y la aa.

Sin embargo, podemos introducir en el problema una variación para hacerlo más emocionante. ¿Qué ocurriría si las tasas de reproducción fueran distintas de cero? Entonces las proporciones variarían no solamente por el "efecto Mendel" sino también por la mayor o menor "fuerza demográfica" de cada especie. La fórmula sería ahora:

$$M' = \begin{Vmatrix} k_{AA} & k_{Aa}/4 & 0 \\ 0 & k_{Aa}/2 & 0 \\ 0 & k_{Aa}/4 & k_{aa} \end{Vmatrix}$$

Examinando el comportamiento de las potencias de esa matriz, se observa que si la especie B tiene una tasa de reproducción del 300 % en cada generación ($k_{Aa} = 3$) se compensan los efectos antes citados, y las proporciones de las tres especies permanecen constantes. Para valores mayores (o menores de las especies AA y aa), la variación es todavía más rápida.

Observemos que esto no es más que la traducción matemática de la ley de la adaptación al medio: si la especie Aa se adapta mejor al medio que las originarias AA y aa, esto se traducirá en una mayor tasa de reproducción, lo que podrá compensar la ventaja inicial de aquéllas y aun eliminarlas.

De todos modos, lo contrario será lo más frecuente: la especie Aa desaparecerá en pocas generaciones. No olvidemos que la inmensa mayoría de las mutaciones o cruces anómalos que la naturaleza produce se autoeliminan al revelarse menos eficaces en su capacidad de adaptación al medio.

JMAiO, dic 96

¿SOMOS RÍTMICOS?

Desde que Descartes afirmó “Pienso, luego existo”, ser inteligente es sinónimo de *ser*.

A pesar de otorgarse un lugar destacado a la inteligencia, parece que lo que prima en la actualidad es mostrar una conducta cerril. Ser inteligente puede parecer cursi, repelente, pero ser inteligente es un billete para alcanzar las cimas más altas, que bien organizadas nos harán plenamente felices.

Si consultamos el diccionario vemos que la inteligencia está definida como la “facultad de conocer y comprender”. Pero la inteligencia es mucho más. Pues, ¿*conocer y comprender qué*?

El gran investigador Howard Gardner, experto mundial en investigación sobre la inteligencia, ha identificado siete modalidades de ella, muy bien explicadas en su libro *The Frames of Mind* (Las estructuras de la mente):

1. Inteligencia racional y matemática (lógica)
2. Visual
3. Verbal y auditiva (lingüística)
4. Musical (rítmica)
5. Kinestésica (física, movimiento)
6. Intrapersonal
7. Interpersonal

1. La **inteligencia racional** da al que la posee una aptitud extraordinaria para ordenar el universo y la realidad y para explicar sus características de manera lógica.La curva de Gauss es un buen ejemplo de descripción de una manera ordenada y precisa la realidad según la cual, en la naturaleza y en el interior de una población determinada, una característica particular forma parte de la media.
2. **Inteligencia visual o especial**. Las personas que destacan en este tipo de inteligencia necesitan representarse las cosas mentalmente para poder comprenderlas. Un dibujo o esquema les resulta fundamental para captar lo que desean aprehender.
3. **Inteligencia verbal y auditiva**. Se aplica a la semántica, a la sintaxis, a la sutileza de las palabras y la rapidez verbal. Si está asociada con lainteligencia matemática da lugar a la retórica; los que consiguen éxito social suelen poseer un alto grado de inteligencia verbal.
4. **Inteligencia musical**. Es la capacidad de representarse mentalmente diferentes instrumentos y sonidos al mismo tiempo y concebir así la armonía. Strauss, Mozart o Bach son ejemplos preclaros de inteligencia musical.
5. **Inteligencia kinestésica**. Es la inteligencia del movimiento, la coordinación y ubicación de objetos en el espacio.
6. **Inteligencia intrapersonal**. Llamada también de los solitarios, escritores, poetas como Rimbaud (el poeta maldito), que necesitan aislarse para crear. Todo lo ordenan en su cabeza en soledad y silencio.
7. **Inteligencia interpesonal**. Es la de los grandes comunicadores, como Gandhi, Churchill o De Gaulle. Es la capacidad de dirigir a las masas con discursos para convencer.

Sin embargo, nadie posee una inteligencia aislada; lo común es una combinación de un par de ellas. Pero podemos cultivarlas mejor... Espero vuestra respuesta.

M. Dolors Hipólito Sesé

SPANISH FOR GRINGOS

There's always something to learn or to try, many times you need to say some phrases in spanish, but you don't know how to say it, don't worry, your problems have finished, if your are a gringo and you don't know how to speak spanish, the new "Diccionario para el gringo guey" (Smart Gringo Dictionary) will be helpful in your learning.

For instance, we took from it some common phrases, just try and you're gonna see the difference and how easy is to speak spanish.

1. Boy as n r = Voy a cenar = I'm gonna have a dinner.
2. N L C John = En el sillón = On the armchair.
3. Be a hope and son = Viejo panzón = Fat old man.
4. This s poor as stunt air e us = Dices puras tonterías = You're saying dumb things.
5. S toy tree stone = Estoy tristón = I'm kind a sad.
6. Lost trap eat toss = Los trapitos = The little rags.
7. Desk an saw = Descanso = (you) rest.
8. As say toon as = Aceitunas = Olives.
9.Come at a lost ugh wack cat tess = Comete los aguacates = Eat the avocados.
10. The head the star mall less stan dough = Deje de estar molestando = Stop bugging me.
11 Ball add the pay jazz sad us = Bola de payasadas = Silly stuff.
12. See eye = Sí hay = Yes we have.
13. T n s free o = Tienes frío = Are you cold?
14. S taz pen the ho = Estás pendejo = You are an asshole.
15. T N S L P P B N T S O = Tienes el pipí bien tieso = You have an erection.
16. Pooh row ped o = Puro pedo = Its all bull shit.
17. Tell o boy a in cruise tar = Te lo voy a incrustar = I'm going to insert it in you.
18. S toy as tall a mad re = Estoy hasta la madre = I'm fed up.

Remitido por Fernando Martínez Fuerte
Febrero 2000

TEORÍA DEL N-PTONGO

La sinalefa, o emisión de varias vocales procedentes de palabras distintas en un solo golpe de voz, ha sido un recurso ampliamente utilizado por los poetas. A los lipistas toca explorar los confines posibilitarios de esta herramienta lingüístico-estética.

En estricto castellano sólo se presenta la reunión de dos o tres vocales consecutivas en una misma palabra en los diptongos y triptongos, y las normas gramaticales tradicionales sólo reconocen legitimidad monosilábica a éstos cuando se da en ellos como máximo una vocal fuerte (A, E, O). Pero los hechos desmienten este venerable aserto. Nada más fácil y corriente que pronunciar TEATRO en vez de TE-ATRO.

De hecho, pueden conseguirse diptongos o triptongos (en adelante supondremos siempre el monosilabismo) con cualquier grupo de vocales (*caoba*, *peor*, *aireáis*), especialmente en el habla corriente, que junta de forma espontánea las vocales finales de una palabra con las iniciales de la siguiente. Por ejemplo:

El mundo me ha hechizado. (Quevedo)
Que nuestro bien a su insolencia ahogaba. (Quintana)

Respecto a este último, convendremos en que una misma vocal repetida consecutivamente sólo se cuenta una vez, pues de hecho su emisión es única, a lo sumo con una débil prolongación. Obviamente, las h no se tienen en cuenta, y las y son iguales a las i a todos los efectos.

Ya, forzando un poco la emisión de voz, pueden conseguirse también tetraptongos:

Estos, Fabio, ¡ay dolor!, que ves ahora... (Rodrigo Caro, *A las ruinas de Itálica*).
...que allí el padre fue a ocultar. (Arturo Cuyàs, *Hace falta un muchacho*).

Más complejos resultan los pentaptongos:

Se le ocurrió a Eulogio... (Rodrigo Ragucci, *Cartas a Eulogio*, 1943)

En plan de exhibición se ha pretendido ir más allá:

El móvil ácueo a Europa se dirige...

¿Cuáles son las potencialidades máximas del poliptongo? Empezando con una sola palabra, el número máximo de vocales reunibles es cinco:

Rehuíais.

Con dos o más, las posibilidades son ilimitadas:

Tú y el buey oíais la esquila.
Un móvil ácueo hay hoy ahí, y Eulogio no lo sabe...
¡Ea! ¡Oye ya hoy, ayo, a Ía y a Ío!

Sin embargo, estos ejemplos no constituyen en realidad poliptongos. Fácil es verificar la imposibilidad para un articulador castellano de silabizar el conjunto UEOAEU, menos aún el UEIUIE ni el UEOAIOIAIEU...

La razón hay que buscarla en nuestro sistema de emisión lingüístico, cuyo esquema posicional vocálico es el siguiente:

(labios) **I** **U** (velo del paladar)
E **O**
A

Es decir, la A se emite tomando como punto de articulación el centro de la cavidad bucal, con la lengua abatida. Progresivos avances y elevaciones de ésta producen la E y la I, y los retrocesos y elevaciones la O y la U.

Pasemos ahora a estudiar brevemente el mecanismo de formación de un n-ptongo. Un sistema de emisión vocálica múltiple puede proceder de varias maneras:

1) Moviendo en un solo sentido, en forma continua, el punto de articulación.

Si el movimiento es de avance, se forman n-ptongos progresivos. Sólo de los de dos vocales (diptongos) existen hasta diez variantes: UO, UA, UE, UI, OA, OE, OI, AE, AI, EI. Es muy fácil hallar ejemplos de todos ellos en palabras castellanas.

Pertenecen también al modo progresivo los seis triptongos UOA, UOE, UOI, OAE, OAI, AEI, algunos de los cuales sólo aparecen en sinalefa de dos o más palabras consecutivas. Y los cinco tetraptongos progresivos:

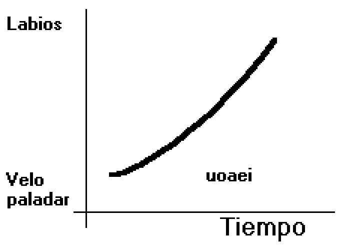
UOAE *Todos de congruo a España marcharemos.*
UOAI *Pues mi triduo, ¡ay dolor!, de nada vale.*
UOEI *Llegan todos ex-aequo e indistinguibles.*
UAEI *Sois, señora, conspicua e inmarcesible.*
OAEI *Se aproxima una boa. ¡Hey! ¡Cuidado, amigo!*

(Sugerencia para lipistas: construir una quintilla con la colección completa de tetraptongos).

Y finalmente, el único pentaptongo progresivo:

UOAEI *Juan, con paso ambiguo, a Eibar se encamina.*

Incluso en este último caso el proceso unisilábico resulta posible porque el movimiento articulatorio es continuo. La gráfica siguiente aclara lo dicho, marcando la progresión del punto de articulación bucal.



En fin, cuando el movimiento del punto de articulación es de retroceso, se forman los n-ptongos regresivos, sobre los que cabe repetir lo dicho en orden inverso. Resultan todos simétricos a los anteriores, y sólo señalamos los tetraptongos, nuevamente tema de meditación lipista:

IEAO *Envié a once mil valientes a la guerra.*
IEAU *Y, ¡ea!, ¿un valiente no habrá en toda Inglaterra?*

IEOU *Algo emerge del agua: un pie o una mano.*
IAOU *Tendrás una caricia o un beso, Carlos*.
EAOU *De faltas rea, ¡oh huraña bruja!, te hallo.*

Y el pentaptongo:

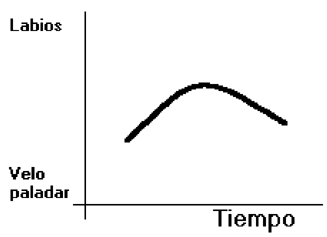
IEAOU *¿Pentaptongos? Envié a Oulipo el mejor*.

2) Y pasemos ya a los n-ptongos más interesantes. El movimiento articulatorio linguobucal sigue poseyendo continuidad si va al principio en un sentido hasta alcanzar una posición extrema, a partir de la cual invierte su progresión. Aparecen así los n-ptongos extremales o boomerang, caracterizados por poseer un punto crítico de articulación, correspondiente a la vocal extrema alcanzada. Cuanto más en los confines de la boca se halle ésta (zonas de la I y de la U) más difícil será la emisión del n-ptongo.

Por supuesto que no existen diptongos extremales. Los triptongos posibles en sentido progresivo-regresivo (PR) son UOU, UAO, UAU, UEA, UEO, UEU, UIE, UIA, UIO, UIU, OAO, OEA, OEO, OIE, OIA, OIO, AEA, AIE, AIA, EIE. Observemos que, de acuerdo con lo dicho, los que contienen en su centro la débil I resultan muy difícilmente pronunciables, por el hábito castellano de disociar el conjunto en las palabras que contienen estos grupos (*traía*, *poyo*). Sin embargo, pueden llegar a pronunciarse con un poco de práctica, partiendo del grupo UIU, mucho más fácil, y abriendo gradualmente las vocales velares terminales hasta alcanzar las propuestas.

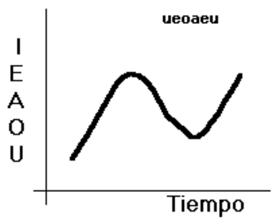
Los n-ptongos extremales ofrecen multitud de posibilidades, que la LIPO no dejará de explotar. Sólo en la variedad PR existen, además de los 20 triptongos antes detallados, 45 tetraptongos, 80 pentaptongos, 64 hexaptongos, 25 heptaptongos, 18 octoptongos y un eneaptongo. Por no recargar este trabajo, omitimos el detalle de todos ellos, que dejamos a cargo del lector lipista. Señalemos sólo el eneaptongo UOAEIEAOU, que todavía espera ser plasmado en un ejemplo concreto.

La gráfica de los n-ptongos extremales de tipo PR sería de este tipo:



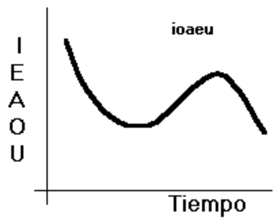
Mutatis mutandis, extenderíamos lo dicho a los simétricos n-ptongos extremales de tipo RP. No vale la pena insistir en su exposición.

Y, llegados a este punto, ¿qué ocurre con nuestro móvil ácueo? Ahora estamos en condiciones de justificar nuestro rechazo. Pues el grupo UEOAEU es en una primera fase progresivo (UE), luego regresivo (EO), progresa luego (OAE) y retrograda otra vez finalmente (EU). Su gráfica sería del tipo:



Con lo cual la emisión de aire sufriría unas interrupciones, y el aparato articulatorio se vería obligado a unos esfuerzos que resultan imposibles a una fonación castellana. Y dudamos que ninguna lengua posea una agilidad articulatoria suficiente para atreverse con una sílaba de gráfica "en diente de sierra" como la expuesta...

¡Y, sin embargo, tampoco la distinción es tan tajante! Pues el ejemplo antes aducido *Se le ocurrió a Eulogio*..., cuya emisión es forzada pero posible, presenta en su parte central un par de suaves inflexiones:

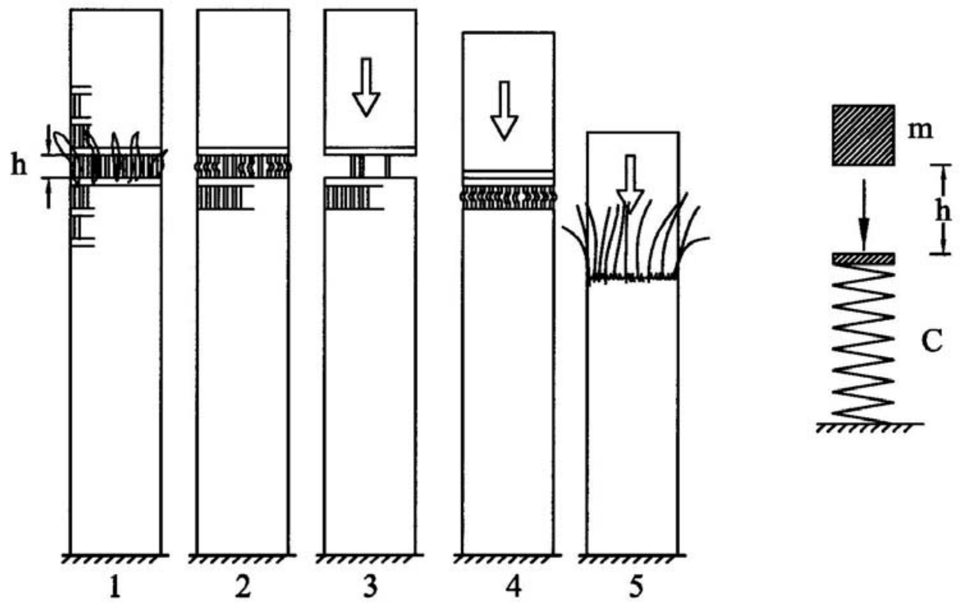


que permiten abrigar la sospecha de que el sistema fonador castellano está evolucionando hacia estados más ágiles, que permitirán en el futuro una mayor riqueza poética.

Why Did the World Trade Center Collapse?

9/13/01

The towers of the World Trade Center were designed to withstand as a whole the horizontal impact of a large commercial aircraft. So why did a total collapse occur? The reason is the dynamic consequence of the prolonged heating of the steel columns to very high temperature. The heating caused creep buckling of the columns of the framed tube along the perimeter of the tower, which transmits the vertical load to the ground. The likely scenario of failure may be explained as



follows.

In stage 1 (see the figure), the conflagration caused by the aircraft fuel spilled into the structure causes the steel of the columns to heat to temperatures apparently exceeding 800ºC (far higher than those in the ASTM fire standard). The heating is probably accelerated by a loss of the protective thermal insulation of steel during the initial blast. When structural steel is heated to such temperatures, it exhibits significant creep, i.e., a slow increase of deformation under load. Thus the effective stiff:ness of the columns is greatly reduced and, as a result, many columns buckle (stage 2) and consequent1v lose their load carrying capacity[2]. Once more than about a half of the columns in the critical floor that is heated most suffer buckling (stage 3), the weight of the upper part of the structure above this floor can no longer be supported, and so the upper part starts falling down onto the lower part below the critical floor, gathering speed until it hits the top of the columns of the underlying floor. At the moment the upper part has moved down through the height of the floor it has an enormous kinetic energy and a significant downward velocity. The vertical impact of the upper part onto the lower part generates in the columns of the underlying floor vertical loads that are much higher than the load capacity (stage 4), even if these

[2] Small-deflection buckling of course does not cause a drop in vertical load capacity of columns, but large viscoplastic deflections; cause it to drop virtually to zero.

columns are not heated. So the columns of this floor buckle, too. This progressive buckling under subsequent dynamic impacts is then repeated floor by floor.

The details of the failure process after the decisive initial trigger that sets the upper part in motion are of course more complicated. For example, the upper part is tilting as it falls; since the structure is a framed tube with floor beams of large spans, the impacted floors may be collapsing ahead of the tube and thus depriving the tube wall of its lateral support against global bucking. But regardless of such and other details, the following two simple and crude estimates of the overload ratio of the columns of the floor just below the critical floor that; triggered the catastrophic chain of events can be made.

A short time after the vertical impact of the upper part, but after the wave caused by vertical impact has propagated downward, the lower part of the structure can be approximately considered to act as a vertical spring (figure, right). Neglecting the energy dissipation, particularly that due to the buckling of columns, and equating the loss of gravitational potential energy of the upper part due to its downwaxd displacement from the initial equilibrium position to the point of maximum deflection of the lower part, considered to behave elastically, one obtains the equation $mg[h + (P/C)] = P^2/2C$. Its solution $P = P_{dyn}$, yields the following overload ratio due to impact of the upper part:

$$P_{dyn} / P_0 = 1 + \sqrt{1 + (2Ch / mg)} \approx 31$$

Here h = height of critical floor columns (= height of the initial fall of the upper part) ≈ 3.7 m, m = mass of the upper part $\approx 5.8 \times 10^7$ kg, C = spring constant of the lower part in axial compression $\approx 7.1 \times 10^{10}$ *N/m*, g = gravity acceleration, and $P_o = mg$ = design load capacity. The input numbers are estimates for the North Tower based on the typical properties of this kind of buildings.

The second simple and crude estimate of the initial overload ratio at the moment of impact is

$$P_{dyn} / P_0 = (A / P_0)\sqrt{2\rho g E_{ef} h} \approx 64.5$$

where A = cross section area of building, E_{ef} = cross section stiffness of all columns divided by A, ρ = specific mass of building per unit volume. This estimate is calculated from the elastic wave equation which yields the intensity of the step front of the downward pressure wave caused by the impact if the velocity of the upper part at the moment of impact on the critical floor is considered as the boundary condition.

The latter estimate gives the initial overload ratio that exists only for a small fraction of a second at the moment of impact. After the wave propagates to the ground, the former estimate is appropriate.

In spite of the approximate nature of this analysis, it is obvious that the elastically calculated forces in columns caused be the vertical impact of the upper part must have exceeded the load capacity of the lower part by at least an order of magnitude.

Zdeněk P. Bažant and Yong Zhou[3]

[3] 'Bažant is Walter P. Murphy Professor of Civil Engineering and Materials Science at Northwestern University, Evanston, Illinois 60208, member of National Academy of Engineering and Illinois Registered Structural Engineer. He can be reached at z-bazant@northwestern.edu or at called at 847-491-4025. Zhou is a graduate Research Assistant.