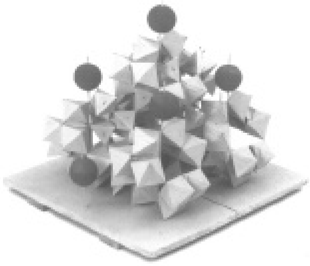
carrollia



Nº 78, sep 03

CARROLLIA

Dirección en la web: **www.mensa.es/carrollia**

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [**C**], es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

Josep M. Albaigès	**Francesc Castanyer**
e-mail: jalbaiges@caminos.recol.es	

***Portada**: Modelo del mineral zunyita, construido por el Premio Nobel Linus Pauling y su esposa Ava en los años 30.*

CONTENIDOS

Numerología Carrolliana: 78

Número compuesto, 2·3·13. Duodécimo número triangular: 1+2+3+…+12 = 78. Cumple las siguientes singulares relaciones aritméticas:

$$8 - 3 = 5 \qquad 8^2 - 3^2 = 55$$
$$78 - 23 = 55 \qquad 78^2 - 23^2 = 555$$
$$778 - 223 = 555 \qquad 778^2 - 223^2 = 5555$$

…………………………………..…………

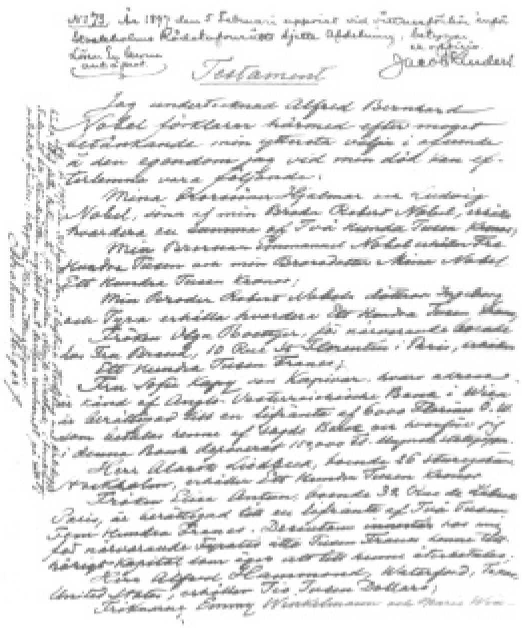
Dimensiones de uno de los cinco grupos excepcionales de Lie, que se apartan de las cuatro familias por él definidas. Las otras cuatro son las de 14, 52, 133 y 248 dimensiones.

Es el número de cartas en la baraja del Tarot.

El Ras-Samra alterna este número con el 77 refiriéndose al número de veces que habitan los dioses en su morada.

En loterías el 78 es “el escarabajo”.

Escribiendo…



El manuscrito adjunto es el testamento de Alfred Nobel, el creador de los premios de su nombre, y relaciona mi reciente estancia en la capital sueca con la afición de nuestros carrollistas por la literatura. Insisto en que muchos me han confesado que esta sección es la que más aprecian de la revista, por cuanto reúne los esfuerzos de todos los que la componen, pues Carrollia, repitámoslo una vez más, no es propiamente una revista, sino el órgano de expresión de un grupo de amigos aficionados a las matemáticas recreativas y la lingüística, que se comunican mediante estas páginas.

La primera de las cartas de este calurosísimo trimestre llegó desde la entonces frigidísima Argentina, donde Ricardo Isaguirre nos ofrece continuamente noticias de esta tierra, de intensa proximidad a nosotros pese al los kilómetros. Dice:

Muchas gracias por el ejemplar del número 77 de Carrollia, que he leído con gusto (selectivo: recuerdas mi incapacidad con las matemáticas).

Con relación a las medias (masculinas) del BOFCI (que vosotros llamáis —y a los argentinos nos da risa— "calcetines"), podría agregar un detalle en el que quizá la fluencia material del Primer Mundo no os deje reparar, y que consiste en que hoy son proporcionalmente sin duda la pieza más cara de nuestra indumentaria. Y con todo, ¿no es uno de los grandes placeres de la vida ponerse un par de medias nuevas?

Finalmente, en el terreno de las cosas enojosas, ¿has visto qué incomodidad significan en ese bello momento de estrenar medias los hilillos y alambrecitos y pegamentos y etiquetas con que los aseguran sus fabricantes, como si cada calcetín fuera a escapar de su gemelo?

Qué placer tener noticias tuyas después de tanto tiempo, Ricardo. En efecto, la palabra “calcetín” es cómica hasta para nosotros, y figura en muchos chistes en que se ridiculiza algo. Es curioso que el latín *soccus* (en realidad, ‘calzado ligero, sandalia’) se mantenga en el inglés *sock*, mientras que en castellano haya dado ‘zueco’. En catalán decimos *mitjó*, es decir, un diminutivo de *mitja*, ‘media’.

Los hilillos y alambrecitos de los calcetines no son nada al lado de los alfileres con que se mantienen estiradas las camisas. Un fabricante de ellas me aseguró, muy serio, que no se había descubierto un procedimiento mejor todavía para mantenerlas tirantes y atractivas a la vista en la tienda.

Francisco Rosillo, de Valdepeñas, continúa con sus reanudadas colaboraciones a *Carrollia* y manda esta simpática carta:

Tras la siesta me dispongo a enviar unas letras para el próximo boletín de *Carrollia*.

Curiosa palabra, siesta, cuya etimología, como bien sabemos, provine de la “hora sexta”, momento en que los romanos aprovecharían para echar una cabezadita tras el condumio.

El caso es que aquí, en la Mancha, las temperaturas son tan altas, que dichas siestas suelen ser, como decía el malogrado Cela, de “pijama, padrenuestro y orinal”.

En relación con tu artículo del juego de las tres mentiras, publicado en [C-76], hallo en una guía turística de alojamientos rurales, la existencia de la *Posada de las tres mentiras*, ubicada en Aldeanueva del Camino (Cáceres), pueblo citado en dicho artículo.

Continuando con el asunto de los SMS, te adjunto una segunda parte de dicho tema, por si tienes a bien publicarlo.

Cambiando de tercio he de decir que, dado que en Valdepeñas tenemos poca contaminación lumínica, es un auténtico espectáculo estos días de finales de julio, la contemplación en el firmamento del planeta Marte, visible durante toda la noche en Acuario, con magnitud -2,3 y subiendo de brillo hasta finales de agosto (-2,9), ya que en esta ocasión si sitúa sólo a 56 millones de km de la Tierra, siendo la oposición más favorable de los últimos años.

Francisco manda además un divertido artículo publicado en ABC. Un profesor de Washington acuña una ecuación para predecir riesgos de divorcio. No me resisto a incluir la “fórmula mágica” de James D. Murray en el recuadro adjunto.

Álgebra conyugal

Ecuación para la esposa: $W(t+1)=a+r_1W(t)+i_{HW}[H(T)]$. *W* equivale a la esposa, *H* a marido y *t* a tiempo; *a* es una constante que representa el estado mental o humor de la esposa cuando no está junto a su marido, $r_1W(t)$ representa lo fácil que cambia el estado de mente de la esposa cuando conversa con el marido, i_{HW} mide la influencia que las palabras del marido tienen sobre su esposa, *H(T)* es la “puntuación” obtenida por el marido durante una conversación no trivial de quince minutos, *W(t+1)* representa la reacción de la esposa a la conversación con su marido. Cuanto mayor sea este número, más grande es la probabilidad de divorcio, según el profesor Murray.

Ecuación para el marido: $H(t+1)=b+r_2H(t)+i_{WH}[W(T)]$; *b* es una constante que representa el estado mental o humor del marido cuando no está junto a su esposa, $r_2H(t)$ representa lo fácil que cambia el estado de mente del marido cuando conversa con la esposa, i_{WH} mide la influencia que las palabras del marido tienen sobre su esposa, *H(T)* es la “puntuación” obtenida por la esposa durante una conversación no trivial de quince minutos, *H(t+1)* representa la reacción del marido a la conversación con su esposa. Cuanto mayor sea este número, más grande es la probabilidad de divorcio.

Parece que mucha gente sigue practicando esa siestas de “pijama, padrenuestro y orinal”. En los tiempos en que Hernández Mancha era secretario del PP en España, se alojó en una ocasión en casa del entonces presidente de Castilla-León, José María Aznar, y es fama que le pidió un pijama para echar la siesta cómodamente.

En cuanto a Marte… hay que ver la que armaron algunos periodistas exhibiendo su ignorancia. Llegaron a decir que Marte sería "visible" en estos días (¡como si no lo fuera todo el año!). Esa coincidencia tan marcada en los perihelios, ocasión que sólo se produce tan ajustadamente cada 50.000 años (y que impulsó a algunos ingenuos amantes del cielo a comprarse telescopios y todo) consiste en que la distancia a Marte era un 10 % menor que la media. Desde luego, a la vista no observé ninguna diferencia con la visión habitual del planeta. En fin, bueno sea si con ello ha aumentado algo el amor a la Naturaleza.

Cerca de Francisco Rosillo vive Luis Muñoz Modroño (Ciudad Real), quien manda una carta sin desperdicio sobre un artículo aparecido tiempo ha:

Respecto al nombre Cojoncio, al que una vez hiciste referencia, no creo que proceda de la palabra "cojón", sino del adjetivo "cojo" (procedente a su vez del lat. *coxus*, aplicado a los animales machos que tienen ancas, como los mulos y uros, ya que de venir de "cojón" (que procede de *colea*, 'mover el rabo') habría dado "cojencio" (de un hipotético **colentius*, igual que Fulgencio < *fulgentius* < *fulgeo*, o Leoncio, de *leontius* < *leo*. Estos adjetivos, que en realidad no existieron en el latín clásico, no son más que la aplicación del sufijo latino *–ntius* para la formación de adjetivos derivados de sustantivos como *leo*, o de participios de presente como *fulgens* (genitivo *fulgentis*), y por tanto significarían, en un sentido muy general, "lo que se refiere al león o al brillo". Entiendo que, en épocas pasadas, ningún cristiano habría hecho derivar su propio nombre de una palabra ("cojón") que ha sido siempre malsonante. En cambio muchos nombres proceden de cualidades físicas y no sería nuevo que se hubiera aplicado dicho sufijo a *coxus* por analogía de los muchos nombres en "–ncio" (< -*ntius*). En el caso de los participios de presente ha servido para formar adjetivos puramente nominales, ya sin conexión con el verbo correspondiente. De ahí dobletes como fulgente, 'que brilla'/Fulgencio, 'brillante'. Hay también tripletes del tipo amante, 'que ama'/Amancio, 'amante, amador'/Amanda (/o), 'que debe ser amado', ya que procede del participio de futuro pasivo pasivo *amandus*, que tiene valor de perífrasis de obligación.

Sospecho que el sufijo *–ntius* tiene además un valor secundario cuando se aplicaba no a participios ni a sustantivos, sino a simples adjetivos (prudente/prudencio, procedentes de *prudens*, tema *prudent*-). En este último caso yo creo que el sufijo "–ncio" tiene el valor de comparativo de superioridad, es decir, "más prudente". La razón es que el comparativo en latín se forma con los sufijos *–ior* para masculino y femenino, -*ius* para neutro, es decir, MF *prudentior* N *prudentius*. Puesto que las palabra en castellano, como en cualquier lengua de la península, proceden del acusativo, Prudencio procedería de *prudentiorem*. Fíjate por tanto que un mismo sufijo castellano, "-ncio", tiene en realidad dos orígenes distintos:

- -*ius*, de formación de adjetivos en grado puro (no comparativo) cuando procede de verbos (*coleo*) o sustantivos (*leo*).
- -*ior* (con desinencia de acusativo *–em*, y pérdida del final de la palabra) cuando procede adjetivos como *prudens* (tema *prudent*-). Este segundo caso, seguramente más reciente, habría nacido por analogía con el anterior, más antiguo, ya que evolutivamente *prudentiorem* no debería haber perdido la *–re*- por llevar el acento en la o y tender el castellano a las palabras llanas, pero ya Saussure sostiene que la analogía es una de las principales causas de los fenómenos fonéticos y todos los estructuralistas están hoy de acuerdo.

Me parecen muy sensatas tus consideraciones. Desde luego la terminación "–oncio" es desusada en castellano (sólo he hallado "estroncio" y "soponcio"). Convengo en que resulta más verosímil la procedencia de *coxa*, 'cadera', de donde "cojo". Sería **coxontius*, 'el que cojea'. El original latino de 'testículos' es *collea*, y dicen que esta palabra se halla presente en el topónimo Labacolla (cerca de Santiago de Compostela

y de su aeropuerto), aludiendo a unas supuestas prácticas higiénicas que realizarían los peregrinos antes de entrar en la ciudad santa.

En el último momento llega una aclaración de Pedro Crespo, de Barcelona:

Te escribo esta nota con la intención de corregir un error contenido en mi relato (*Líneas de universo*) publicado en el último número de Carrollia. Me refería allí a un «concierto que Mozart dedicó a Elvira Madigan», afirmación que a posteriori he podido comprobar que no es cierta.

La referencia quiere señalar al *Concierto para piano y orquesta número 21 en do mayor*, escrita en 1785 por Wolfgang Amadeus Mozart, obra que tiene el número 467 del catálogo de Koechel* (KV 467), y que en muchas ocasiones se subtitula «Elvira Madigan».

La obra se conoce con el referido sobrenombre debido a que el segundo movimiento tiene una presencia destacada en la banda sonora de la película *Elvira Madigan* (1967), del sueco Bo Widerberg, director de la misma y autor también de su guión. De este hermoso lamento tejido en torno a un amor difícil adquirió el concierto KV-467 el remoquete «*Elvira Madigan*»; el hecho de que a veces aparezca escrito como «*A Elvira Madigan*» ha provocado en más de uno la ilusión de que la obra fue dedicada por Mozart a una de esas alumnas inalcanzables que padecían los compositores de la época. Y víctima de esa ilusión he sido yo mismo durante cierto tiempo, y en consecuencia la protagonista del cuento.

(*) KV = Köchel-Verzeichnis, catálogo de las obras de Mozart realizado por Ludwig Aloys Ferdinand Köchel, «el Caballero Köchel». A veces se cita sólo con K, seguido del número correspondiente.

Debo reconocer que el título erróneo transportaba una carga de misterio que en efecto incitaba poderosamente la imaginación. Pero en fin, la verdad ante todo.

Y con estas noticias entramos en la vorágine del nuevo curso. ¡Suerte y al toro!

El editor

PALABRAS ESPAÑOLAS EN EL INGLÉS-AMERICANO

(Artículo resumido de la revista Magazine)

Se calculan en unas diez mil las palabras del español que han pasado al inglés y son utilizadas en el habla corriente de esa lengua, siempre dispuesta a aceptar las innovaciones sin solicitar el permiso de ninguna academia. La minoría hispana ha desplazado a la negra como primera en el país, y la lengua de Cervantes es empleada incluso en las campañas presidenciales, atentas a ese extenso grupo, en cuya denominación se incluyen no sólo los procedentes de Hispanoamérica, sino a españoles, portugueses ¡e incluso árabes y chinos!

Veamos una breve muestra de las palabras de origen español más utilizadas.

adios	adiós
aficionado	aficionado
alcove	alcoba
armada	armada
armadillo	armadillo
arroyo	arroyo
barbecue	barbacoa (voz española de origen arawak-taíno)
baroque	barroco (origen en el tipo de perla irregular berrueco)
bonita	bonita
bravo	bravo
bravo	bravo
bronco	bronco
buckaroo	vaquero
burrito	burrito
canyon	cañón
cargo	cargar, cargo
castanet	castañeta o castañuelas
chile relleno	(sin comentarios)
chili con carne	chile con carne
comrade	camarada
Creole, criollo	criollo
desperado	desesperado
embargo	embargar
fiesta	fiesta
filibuster	filibustero
guacamole	guacamole
guerrilla	guerrilla

hacienda	hacienda
hammock	hamaca
huarache	huarache (tipo de sándalo mexicano, voz de los tarascos)
hurricane	huracán (voz de origen taíno)
incomunicado	incomunicado
jalapeño	jalapeño
junta	junta
lariat	la reata, el lazo
lasso	lazo
maize	maíz (de origen taíno, *mahís)*
mano a mano	mano a mano
marijuana	marihuana
matador	matador
mosquito	mosquito
mulatto	mulato
niño	niño
paella	paella
patio	patio
patio	patio
peccadillo	pecadillo
piñata	piñata
poncho	poncho
pronto	pronto
quadrille	cuadrilla
quebracho	quebracho (tipo de árbol americano)
quebrada	quebrada

quesadilla	quesadilla
quietism	quietismo (o molinismo, del padre Molinos, tipo de misticismo)
ranch	rancho
raza	la raza
sherry	jerez
siesta	siesta
solo	sólo
sombrero	sombrero
taco	taco
tapa	tapa
tornado	tronada
tortilla	tortilla
vamoose	vamos
vigilante	vigilante
wrangles	caballerango (mozo de establo, cowboy, pendenciero)
yerba buena	yerba buena
yerbamate	yerba mate
zamarra	zamarra
zapateo	zapateo
zocalo	zócalo

MÁS SOBRE LOS SMS

Con la llegada del verano y el consiguiente aumento de tiempo libre, los SMS incrementan sus disparos, cual si de un fuego cruzado se tratase, entre una miríada de teléfonos móviles, que compiten en la batalla de las arrobas y emoticones.

Me gustaría aportar en este nuevo artículo sobre los SMS los puntos de vista de tres profesores sobre el particular.

Carmen Galán, profesora de Lingüística de la Universidad de Extremadura, mantiene la tesis de que la novedad y el carácter transgresor (la famosa disortografía característica de los SMS) de esta modalidad de comunicación es muy relativa.

Nos recuerda dicha profesora que muchos de los mecanismos de creación de los SMS se remontan al origen de la escritura (¡hace 3300 años!) y que asimismo el uso de emoticones tendría su equivalente en los primitivos pictogramas y en los signos jeroglíficos.

Por su parte, Santiago Lorente, profesor de la Universidad Politécnica de Madrid y sociólogo especializado en el impacto de las Nuevas Tecnologías y coordinador de un estudio encargado por el INJUVE, “Juventud y teléfonos móviles”, incide en las tesis de Carmen Galán y aduce que no hay nada nuevo bajo el sol: la escritura hebrea no utiliza vocales y nos remite asimismo a situaciones cotidianas, el morse, los apuntes con abreviaturas de los universitarios, etc.

Ambos profesores, Galán y Lorente, hacen hincapié en que la hibridación de códigos (oral, escrito, gestual) no es infrecuente en la historia de la comunicación, quitando hierro a los augurios apocalípticos sobre la pureza del lenguaje.

Desde otra perspectiva complementaria de las anteriores, el profesor de Lingüística General de la Universidad Autónoma de Barcelona, Joaquín Listerri, afirma que las Nuevas Tecnologías muestran cómo el lenguaje es una herramienta de comunicación capaz de adaptarse a medios diferentes.

El SMS sería un ejemplo de cómo se modifica la representación escrita de la lengua, para adaptarse a un requisito: el mensaje no puede sobrepasar los 160 caracteres. Por eso se eliminan las redundancias que no comprometan la compresión del contenido.

Así, escribir un SMS con las abreviaturas y los códigos propios de este sistema es tan natural y coherente como hacer deporte en chándal; empeñarse en redactar un SMS con el estilo propio de la lengua sería como pretender ir con traje de etiqueta al gimnasio, según Listerri.

Por último y para terminar este artículo, con motivo de la pasada festividad de Sant Jordi, la Universidad Internacional de Cataluña convocó y falló el I Concurso de Poesía SMS.

La utilización, de los grafismos con funciones expresivas (Huidobro), la disortografía (Juan Ramón y las jotas) o el afán de síntesis (conceptismo quevediano) están tan presentes en la propia sustancia del género, que un teléfono móvil difícilmente puede ser enemigo de un poeta…

Veamos como muestra dos poemas de dicho concurso:

abrtuvoz.kksparzaturisan trstinfiernocotidiano.da metuluz,tuluz,tusueño,to do!nada+tpido.sknospoco	bjoplcielplatead,bjotmpstuo soardr,sientlatirkorzle jan,sientaperdrtetmr,kisie raxtdnuevosrakari ciad.c26

Fuentes consultadas:

- Diario ABC, 3/5/03
- El País Semanal, 27/7/03

Francisco Rosillo Donado-Mazarrón

ALGUNAS PREGUNTAS FILOSÓFICAS EN TORNO A LA AMABILIDAD

¿De qué color es la amabilidad?
¿A qué huele la amabilidad?
¿Qué sabe la amabilidad? ¿Es un sabor embriagador?
¿Un bebé es amable?
¿Existen frases amables que han cambiado la Historia?
¿Qué piensa una persona maleducada cuando oye un número finito de veces la frase: "por favor"?
¿Una persona amable, es amable cuando duerme?
¿Qué es más amable, un "por favor" amable de una persona grosera o un "por favor" grosero de una persona amable?
¿Quién sufre más, un grosero que quiere ser amable o un amable que quiere ser grosero?
¿Cómo dibujar con papel y lápiz un "por favor"?
¿Qué diferencia hay entre una mentira piadosa y una mentira amable?
¿Es la amabilidad un hecho objetivo o una vivencia subjetiva, o está mal hecha la pregunta?
¿Entre un emisor amable y un receptor grosero, dónde se produce el cambio de palabra-amable a taco?
¿Dónde hay más amabilidad absoluta, en un convento de monjas o en un prostíbulo?
¿Qué es lo primero que surge en el cerebro de la persona amable: El pensamiento o la amabilidad?
¿Políticamente, la amabilidad es de izquierdas, de derechas, ecológica o está por encima del bien y del mal?
¿Se puede tocar la amabilidad? ¿Dónde?
¿Quién es más amable: Una persona que te da un pisotón y dice: "disculpe" , o la persona que va con cuidado y no te pisa?
¿Cómo se sabe si una persona es más amable que otra? ¿Existe el amabilómetro?
¿Por qué no hay Olimpiadas de Amabilidad?
¿Qué es más difícil, ser amable en un mundo grosero o ser grosero en un mundo amable?
¿Qué es más amable , la sonrisa de un sordomudo a un ciego, o la frase amable de un ciego a un sordomudo?
¿Existen las guerras amables?
¿Cuándo muere una persona a donde va su amabilidad?
¿"Por favor, sería tan amable de hacer X"? Si la persona preguntada no hace X y hace una obra de caridad Y, ¿dejará de ser amable?
¿Cuál es el fin último de la amabilidad? ¿Será hacer amable lo grosero y maleducado?

A. Cebrián Noviembre 2002

LAS BIENAVENTURANZAMABLES

Bienaventurados los pobres amables de espíritu, por que de ellos es el reino de la cordialidad.
Bienaventurados los amables que lloran sonriendo, porque ellos recibirán afecto consolador.
Bienaventurados los mansos amables porque ellos recibirán la tierra por amorosa heredad.
Bienaventurados los que tiene hambre y sed de amabilidad justiciera, porque ellos educadamente serán saciados.
Bienaventurados los amables misericordiosos porque ellos alcanzarán misericordiamable.

Bienaventurados los amables limpios de corazón por que ellos no sufrirán una trombosis coronaria.
Bienaventurados los amables pacificadores porque ellos serán llamados hijos predilectos de la capital de Bolivia.
Bienaventurados los que padecen persecución por acoso amable, por que ellos es el reino de La Amabilidad Eterna.
Bienaventurados sois los amables que por causa de una correctísima educación os insultan con palabras soeces, y dicen toda clase de mal contra vosotros, mintiendo.

A.Cebrián Noviembre 2002

LAS CURIOSAS COINCIDENCIAS NUMÉRICAS DE LA GRAN PIRÁMIDE.

Se ha cavilado mucho sobre las proporciones numéricas de las medidas de la Pirámide de Keops. Casi todo lo escrito es basura, pues, para empezar, no es posible conocer éstas. Efectivamente, aunque inicialmente la pirámide tuvo una forma geométricamente perfecta gracias a su revestimiento (todavía presente en el vértice de la pirámide de Kefrén), ausente hoy éste no es posible conocer actualmente por este motivo su altura exacta, que se estima en unos 145 m.

Sí somos más afortunados en las dimensiones de la base, que, contrariamente a lo que se lee en algunos tratados piramidológicos, no es perfectamente cuadrada ni perfectamente orientada según los puntos cardinales, aunque sí ciertamente con aproximaciones muy importantes en ambos parámetros. El lado de la base es a = 230,355 ± 0,1005 m, y su orientación difiere sólo de la polar tan sólo en algunos minutos de arco.

Existen dos teorías principales sobre las dimensiones de la pirámide. La primera sostiene que la base de la pirámide tiene la misma área que el círculo cuyo diámetro es la altura. Suponiendo aquélla cuadrada, esto llevaría a la relación:

$$h = \frac{2}{\pi} a = 146{,}42\ m$$

Podríamos llamar a esta pirámide ideal la “Pirámide-π”. El ángulo de las paredes laterales con la base sería, como es fácil calcular, α = 51,85º.

Pero existe otra teoría sobre las dimensiones: que las áreas de sendos cuadrados de lados $2h$ y a están la relación áurea. Es decir, que:

$$\frac{4h^2}{a^2} = \phi$$

Siendo φ, como es sabido, igual a (√5+1)/2 = 1,618...

Esta pirámide ideal, a la que podríamos llamar “Pirámide-φ”, tendría como altura:

$$h = \frac{a}{2}\sqrt{\phi} = 146{,}51\ \mathrm{m}$$

Ciertamente es notable la coincidencia, que deriva de la igualdad aproximada: $\phi \cong \left(\frac{4}{\pi}\right)^2$.

El ángulo en la base vale ahora α = 51,83º.

Pero existe todavía otra "casi-igualdad" más notable. Hallemos el área lateral de la pirámide-π, calculando previamente la apotema a_p:

$$a_p = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{4a^2}{p^2}} = a\sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{p^2}} \cong 0{,}809497a$$

De donde resulta que el área lateral es S = $4a \cdot 0{,}809497a/2 = 1{,}618a^2 \approx \phi a^2$.

Es decir, que el área lateral y la de la base están, muy aproximadamente, en relación áurea. La igualdad aproximada de la que deriva esta propiedad es ahora: $1+\sqrt{5} \cong \frac{32}{p^2}$

Todavía podría obtenerse algo más: el área total y la de la base están en relación al cuadrado de ϕ, que, como es sabido, es igual a 1 + ϕ.

JMAiO, jun 02

ALGUNOS TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS ESPECIALES

Es un típico problema de bachillerato determinar los triángulos rectángulos cuyos lados están en progresión aritmética.

Desde luego, son una infinidad de triángulos semejantes. Asignando a la hipotenusa el valor unidad, fácilmente se halla que los catetos son 4/5 y 3/5. En otras palabras, es el famoso de lados 3, 4 y 5, ya conocido por los egipcios.

Nunca he visto planteado otro análogo, y también fácil de resolver: ¿En qué triángulo rectángulo están los lados en progresión geométrica?

Tampoco es aquí difícil el cálculo. Haciendo como antes, los lados son 1/ , 1/ , 1. Siendo   la famosa razón áurea,   = (5-1)/2 = 1,618… Como vemos, la tendencia de la famosa razón áurea a aparecer en los sitios más impensados es irrefrenable.

¿Existe algún triángulo rectángulo cuyos ángulos estén en progresión aritmética? Desde luego, es el trivial de ángulos 30º, 60º, 90º.

¿Y geométrica? El problema es ahora un poco más complejo, pero no mucho. ¡Nuevamente aparece la razón áurea! Pues la razón de la progresión es , conque el ángulo B es la sección áurea de un recto, o sea B = A/ . Sus características son:

A (grados)	90,00	A (rad.)	1,5708	**a**	1,0000
B (grados)	55,62	B (rad.)	0,4854	**b**	0,8253
C (grados)	34,38	C (rad.)	0,3000	**c**	0,5647

Observemos que los últimos casos vistos equivalen a suponer que el lado medio (cateto largo) o en ángulo medio es la media (aritmética o geométrica) de los otros dos (hipotenusa y cateto corto). ¿Puede ser la media armónica? En el caso del lado se llega a la ecuación de cuarto grado $c^4 + 2c^3 + 4c^2 - 2c - 1 = 0$, que resuelta arroja los valores b = 0,774730; c = 0,6322928.

Si se trata de los ángulos, la ecuación es más sencilla, y da como resultado B =   2/2 = 0,920151 = 52,72º; C = (2-1) /2 = 0,650645 = 37,28º.

Puestos a investigar medias, podemos planteárnoslo con la cuadrática. Los resultados serán:

- Para el caso de los lados: b = (2/3) = 0,8185; c = (1/3) = 0,5774.
- Para el caso de los ángulos: b = (3 – 1) /2 = 1,1499 = 65,88º; C = (1 - 3/2) = 0,4209 = 24,12º.

En cada caso, se ha definido una familia de triángulos semejantes, que ha permitido homogeneizar todas las hipotenusas al valor 1. Pero caben otros triángulos en los que las relaciones entre lados son de tipo no homogéneo.

Por ejemplo: ¿Existe algún triángulo rectángulo cuya hipotenusa sea igual al producto de los dos catetos? Sí, infinitos. Los catetos están ligados por la relación:

$$c = \frac{b}{\sqrt{b^2 - 1}}$$

Veamos algunas muestras:

b	c	a
1,5	1,34164079	2,01246118
2	1,15470054	2,30940108
2,5	1,09108945	2,72772363
3	1,06066017	3,18198052
3,5	1,04349839	3,65224436
4	1,03279556	4,13118224

O este otro: ¿Puede ser la hipotenusa igual a un cateto elevado al otro? O sea $a = b^c$. Nuevamente es posible. Veamos algunas muestras:

b	c	a
1,1	38,2348	38,2506
1,2	14,7961	14,8447
1,3	7,9541	8,0596
1,4	4,7608	4,9624
1,5	2,9548	3,3137
1,6	2,0030	2,5636
1,7	1,5949	2,3310
1,8	1,4045	2,2831
2,0	1,2321	2,3491
2,5	1,0959	2,7297
3,0	1,0529	3,1794

Los ejemplos podrían prolongarse *ad infinitum*.

JMAiO. Salou, sep 02

Muestra de evaluación de un ejercicio de ESO

(Orientación para los profesores que deben cambiar el *chip*)

$$\boxed{\begin{array}{r} 6 \\ +7 \\ \hline 18 \end{array}}$$

No podemos dudar que el alumno ha escrito correctamente el seis. Incluso podemos apreciar, por su grafía, una seguridad e intención de hacerlo bien.
Exactamento lo mismo puede apreciarse en el siete.
Que tiene claro que se trata de una suma no hay duda. Escribe correctamente el símbolo de suma y separa los números del resultado con la raya pertinente.

En cuanto al resultado, vemos:

El uno es correcto.
En cuanto al segundo número... Efectivamente no es el ocho. Bien, si lo cortamos por la mitad, observamos que se ha excedido, ha escrito el tres simétricamente. De hecho, su intención era buena.

Evaluación:
Del resultado del conjunto de estas evaluaciones se deduce que:

- Su **actitud** es buena (lo ha intentado)
- Los **procedimientos** son correctos (ha ordenado los elementos correctamente)
- En **hechos** y **conceptos** sólo se ha equivocado parcialmente en uno de los seis elementos que forman el ejercicio. Esto es casi excelente.

Por tanto, podemos darle honestamente un NOTABLE y decir que PROGRESA ADECUADAMENTE.

(Remitido por M. Dolors Hipólito)

EL VASA, EL METACENTRO Y LOS BARCOS ESTABLES

Nota: Este artículo iba destinado a *Carrollia*, pero algunos amigos me han indicado que podría ser también de interés para el públco más amplio de *Omnia*. Confio en que así sea.

El pasado verano tuve ocasión de visitar la fría pero interesante capital sueca. De entre los muchos museos, monumentos y centros de interés de esa ciudad, ninguno me cautivó tanto como la vista al *Museo Vasa*, donde se conserva ese buque de ese nombre del siglo XVII, hundido a los quince minutos de su inauguración y rescatado del fondo del mar en 1961.

El navío constituye en sí todo un espectáculo. Toda la marina de guerra de antaño está perfectamente conservada y reflejada en un impecable museo donde se recogen todas las vicisitudes y circunstancias que lo envolvieron, desde la vida cotidiana a bordo a la historia que envolvió el curioso hundimiento.

A principios del siglo XVII, Suecia llevaba ya un siglo separada de la Unión de Kalmar, que la había unido dinásticamente con Dinamarca y Noruega, y buscaba su propio camino para convertirse en una potencia regional de primer orden. Su soberano, el rey Gustavo II Adolfo, pensó en participar en la guerra de los Treinta Años, enfrentándose a Polonia, a fin de imponerse a esta otra potencia, también entonces en auge. Para derrotar la Marina de su vecino diseñó un buque ciertamente imponente, en cuya construcción, que supuso un esfuerzo inaudito para las arcas del país, colaboraron técnicos de todo el mundo, especialmente holandeses, los más formados en navegación en aquel momento.

El barco *Vasa* (nombre de la dinastía real, por *vase*, 'gavilla'), un verdadero acorazado a la escala de la época, ofrecía unas características impresionantes: 69 m de eslora y 11,70 de manga, una altura máxima de 52,5 m, un desplazamiento de 1210 toneladas. Lo gobernaría una tripulación de 145 hombres, que conducirían a los 300 soldados, encargados de manejar sus 64 cañones y destruir o abordar eventualmente los buques enemigos. Nada en principio podría resistírsele, y en la construcción del buque en los astilleros de Skeppsgården se cuidaron todos los detalles, incluyendo los artístico-psicológicos dedicados a impresionar y causar pavor al enemigo, mediante un conjunto de esculturas, escudos y toda clase de detalles decorativos incorporados al casco. El navío era no sólo una formidable arma de guerra; también una obra de arte.

Llegó el día de la primera travesía del barco (10.08.1628). Éste recorrió unos centenares de metros desde el puerto, y en cuanto se vio sometido a la primera racha de viento… ¡zozobró y se hundió, a la vista del numeroso público que había acudido a festejar la entrada en servicio de aquella "arma definitiva"! Con él se fueron al fondo de la bahía el armamento, los víveres, el utillaje y unos 50 hombres de la tripulación (menos mal que los soldados no estaban todavía a bordo). Las esperanzas bélicas de Gustavo II Adolfo se diluyeron, y la católica Polonia pudo carcajearse a conciencia del "impío protestante" cuya soberbia acababa Dios de castigar.

Tres siglos permaneció hundida la reliquia, y perdióse hasta la memoria del sitio exacto donde el pecio se encontraba. En agosto de 1956 el ingeniero Anders Franzén, interesado por la ya casi leyenda del Vasa, empezó por su cuenta una serie de prospecciones frente a la costa de Estocolmo, hasta conseguir localizar el sitio donde permanecía el navío. Reconocido éste por buzos, el rey de Suecia Gustavo VI Adolfo (¡curiosa la coincidencia en el nombre!), ferviente arqueólogo aficionado, se interesó inmediatamente en el tema, y tras una cuidadosa (y muy cara) planificación se consiguió izar el buque el 24.04.1961, a los 333 años de haberse hundido.

Pero ese ímprobo trabajo no fue más que el preludio de los posteriores de reconstrucción, mucho más difíciles todavía, que comprenderían numerosos tratamientos químicos para estabilizar la madera, así como la limpieza, identificación y ensablaje de miles de piezas sueltas y objetos varios. Concluido el proceso, el buque fue alojado en un moderno museo, inaugurado en 1990, y el mundo pudo conocer finalmente el barco y su apasionante historia.

Antes de lanzarnos a criticar el incidente como propio del atraso en ciertas épocas, recordemos el lastimoso episodio del vuelco de cierto buque español, construido para la Expo de Sevilla de 1992. Hoy como ayer, se siguen cociendo habas.

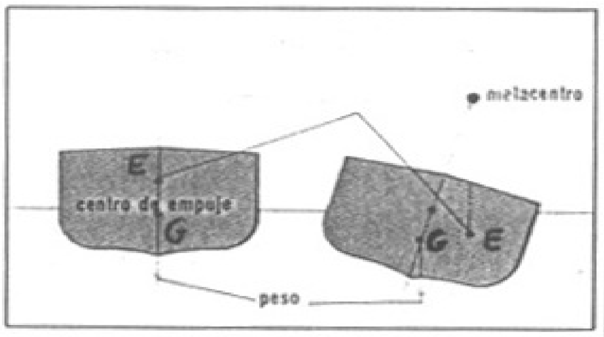
…oooOOOooo…

Como aficionados a la ciencia, resulta inevitable preguntarnos: ¿Por qué se hundió el *Vasa*? La respuesta es bien simple: por falta de condiciones de estabilidad. Pero esto requiere alguna explicación técnica, que procuraremos simplificar en lo posible.

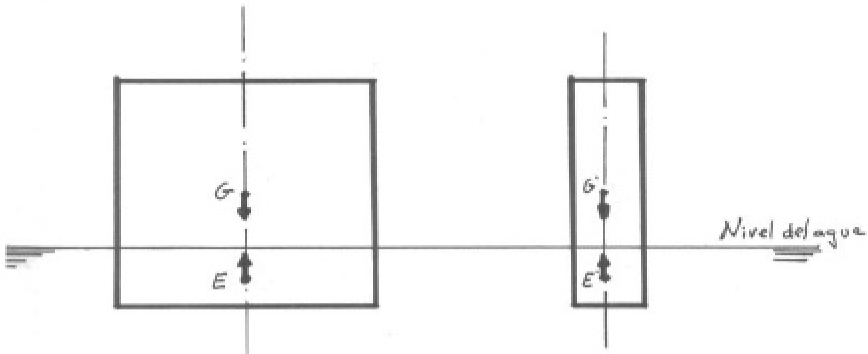
Damos por supuesto que el lector conoce el principio de Arquímedes, que asegura la flotabilidad de un cuerpo sumergido parcialmente en un líquido, garantizando que la cantidad de éste desplazado iguala el peso del propio cuerpo. Pero, ¿cómo se asegura que éste no vuelque?

El cuerpo flotante está sometido a dos fuerzas: su propio peso, aplicado en su centro de gravedad G). Y el empuje del líquido, aplicado en el punto E, centro de gravedad del volumen sumergido. Es evidente que el cuerpo permanecerá en equilibrio si el primer punto se halla bajo el segundo, como se ha representado en la figura, pues un desplazamiento del cuerpo respecto a la vertical hace que el par de fuerzas resultante tienda a estabilizarlo.

Esta condición es suficiente, pero no necesaria. De hecho, es muy difícil conseguirla en un buque, a menos que éste vaya enormemente lastrado para conseguir que su G se halle muy bajo, y aun entonces la pesadez del navío lo haría poco manejable. De hecho, lo habitual será que el G del buque esté por encima del de su parte sumergida, E. ¿Puede ser estable el equilibrio del navío en estas condiciones?



Aunque a primera vista pueda parecer que no, un análisis algo más detenido nos lleva a concluir que sí. Para fijar ideas, imaginemos los dos cilindros flotantes de la figura, ambos de densidad γ = 1/4 Tm/m^3. El de la izquierda tiene un diámetro cuatro veces superior al de la derecha. Ambos tienen el centro de gravedad por encima del de empuje, pero es intuitivo que el primero es estable y el segundo no.



¿Cómo se cuantifican esas intuiciones? Aparte de los centros antes vistos, debe tomarse en consideración otro punto llamado el *metacentro*, definido como el radio de curvatura de la curva envolvente de las isocarenas, es decir, todas aquéllas que corresponden a situaciones de equilibrio hidrostático del cuerpo, independientemente de su estabilidad (representado en la primera figura). Este punto será el que defina el equilibrio del cuerpo: si se halla situado por encima del G del cuerpo, el equilibrio de éste será estable, si no, inestable.

Es conveniente que el metacentro se halle lo más arriba posible para que el buque pueda resistir las inclinaciones que inevitablemente van a producir el viento, los movimientos internos, el oleaje y los desplazamientos en las cargas. En la actual construcción naval se prevé muy precisamente la situación de ese punto, pero no ocurría lo mismo en el siglo XVII, cuando el diseño del barco se hacía empíricamente. Y lo que sucedió con el pobre *Vasa* fue que su metacentro se hallaba muy bajo, por lo que, en cuanto se produjeron unas mínimas variaciones en su verticalidad, zozobró y se hundió, arrastrando consigo a los infortunados que en él se hallaban y a las esperanzas suecas de dominio de los mares.

Queda por explicar el final del cuento: ¿Qué les ocurrió a los ingenieros navales? Pues nada. Desde luego hubo un largo proceso para delimitar responsabilidades, pero los constructores de Skeppsgården pudieron demostrar que el mismísimo rey Gustavo, en sus constantes e impertinentes visitas reales a los astilleros, les había ordenado tal cantidad de modificaciones, retoques y acabados, que el barco perdió a lo largo de éstas sus condiciones marineras, lo que ocasionó la tragedia.

El verdadero responsable era, pues, el rey. Pero, ¿quién iba a procesarlo? La figura real era intocable. Vemos que, transcurridos tres siglos, tampoco esto ha cambiado, al menos en algunos países.

Josep M. Albaigès
Salou, agosto 2003

CRIPTOGRAFÍA: UN ANTES Y UN DESPUÉS

La ciencia de la criptografía es casi tan antigua como la humanidad. Consta históricamente que determinados mensajes codificados decidieron importantes batallas en las guerras Médicas. Pero esa criptografía primitiva estaba más basada en la ocultación del mensaje en dobles fondos, maletas, vainas e incluso el cuerpo del mensajero, más que en una auténtica codificación que privara del contenido del mensaje a un posible interceptor.

Para ello es necesario algún sistema, y éste debe resumirse en una "función de transformación", previamente conocida por el destinatario. En términos matemáticos, el cifrado consiste en pasar del texto x al $f(x)$, siendo f la función de transformación. El restablecimiento del mensaje original se conseguirá aplicando a $f(x)$ una nueva función $g[f(x)]$, que naturalmente debe ser la función inversa de f. O sea, $g[f(x)] = f^{-1}[f(x)] = x$.

El código más antiguo conocido se basa en la substitución de cada letra del alfabeto por un signo o incluso otra letra, lo que hace el mensaje ininteligible a primera vista. Sea, por ejemplo, el llamado "texto llano" (sin cifrar) y el que llamaremos "alfabeto cifrado", escrita debajo del primero:

ABCDEFGHIJKLMNOPQRSTUVWXYZ
MOPSUGKLVZABCDENWXJQRIYHFT

Es claro que el mensaje "BARCELONA" queda transcrito como "OMWPUADCM". Pero este sistema, en cuanto tenga una determinada longitud, no resiste lo más mínimo a los esfuerzos de un buen criptógrafo, como se pone en evidencia en la deliciosa novela *El escarabajo de oro*, de Edgar Allan Poe. Toda lengua tiene sus particulares frecuencias en la aparición de sus letras, por lo que, entre los signos del mensaje cifrado, se darán también frecuencias desiguales. Unos rápidos tanteos las ajustarán a las letras correspondientes, y permitirán pasar del "alfabeto cifrado" al "alfabeto llano". En el ejemplo anterior, pese a tratarse de un mensaje tan corto, la observación detecta enseguida el signo "M" repetido, lo que lleva a sospechar que se trate de las letras E o A, como así sucede.

Pronto se impuso, pues, la necesidad de complicar la clave de transformación, por ejemplo, haciendo que las letras más abundantes tuvieran varios signos posibles, que se utilizarían de manera aleatoria. Pero en la lengua no se dan sólo determinadas frecuencias en las letras, sino también determinadas combinaciones preferentes (v. gr., en español la Q va siempre seguida de una U, las combinaciones PL y BR aparecen, pero no las MZ o PF), y a partir de ellas es posible nuevamente, eso sí con mayores dificultades, atacar el sistema.

Blaise de Vigenère innovó imaginativamente este método, definiendo varios "alfabetos cifrados", que a lo largo del proceso se van alternando según un determinado patrón, dado por una clave determinada, que dicta cada cuándo hay que cambiar entre los "alfabetos cifrados" disponibles. Pero este método tiene también sus debilidades, y se consigue atacarlo "construyendo" palabras usuales, cifrándolas con diversos "alfabetos cifrados" y buscando en los textos a analizar la aparición de los cifrados de esas palabras.

Observaremos que, en cada caso, van siendo necesarios textos y textos más largos para hallar su clave a partir de los correspondientes estudios. Por ello la solución definitiva sería la "clave única", que se utiliza una sola vez para un mensaje determinado. Sin embargo, este método no resulta viable en la práctica, pues la cantidad de texto cifrado entre instituciones es tan ingente que el trabajo requerido en cambiar de claves (¡y comunicarlas a los receptores!)

haría el proceso muy engorroso y caro, por no hablar de los nuevos riesgos de intercepción que introduciría.

El esfuerzo más importante en ese terreno que se hizo hasta la II Guerra Mundial fue la llamada “Máquina Enigma”, obra de Arthur Scherbius, que conseguía el cifrado sometiendo el texto mecanográfico a una “mezcla” aparentemente aleatoria mediante la superposición de diversas ruedas cuyos giros formaban un mejunje caótico en los signos iniciales. Este método tenía la ventaja de ser mecanizable, lo que resultó de gran utilidad para la formidable cantidad de mensajes que cada contendiente libraba interiormente durante la guerra.

Claro está que estos mensajes, emitidos muy a menudo por radio, eran captados por el adversario, pero la extraordinaria complejidad de la Enigma hizo imposible decodificarlos durante mucho tiempo. ¡Pero también eso se logró! La historia de este hito es un triunfo de la inteligencia y la perseverancia, personificadas en Alan Turing, quien combinó suposiciones sobre la naturaleza de los mensajes (por ejemplo, suponiendo que la palabra *Wetter*, ‘tiempo’, figuraría en algunos de ellos, aparentes partes meteorológicos, que a determinada hora se emitían desde Alemania), y sometiendo estas “palabras-puntal” a la prueba de máquinas Enigma hasta hallar concordancias y correlaciones.

Tras lo cual pareció, por un tiempo, que la lucha entre codificadores y descodificadores había restablecido, una vez más, la supremacía de éstos. Pero unas nuevas ideas aparecieron en el campo a partir de los años 70, que hacían posible conceptualmente el envío de una clave del emisor A al receptor B sin que en ningún momento ésta quedara al alcance de los descifradores piratas. Supongamos que A manda a B una caja con dos cerraduras, cerrada con una llave que sólo posee A. B la recibe, añade el cierre de la segunda cerradura cuya llave él posee y la reexpide a A, el cual abrirá su propio cierre y reexpedirá la caja una vez más a B. Éste no tiene más que abrir su propio cierre y tendrá finalmente la clave.

Esto suena a complicado, pero supone una doble garantía para A y B de que el mensaje procede de su compañero, y su práctica mediante el uso de la electrónica es más sencillo. Supóngase que A desea pasar el mensaje x a B, con lo cual lo codifica $y = f(x)$. B la somete a un nuevo cifrado, $z = \boldsymbol{j}[f(x)]$, y este mensaje es nuevamente remitido a A. Éste lo cifra de nuevo según $f^{-1}\{[\boldsymbol{j}[f(x)]\}$, y lo reexpide a B, quien finalmente aplica su propia transformación inversa $\boldsymbol{j}^{-1}\boldsymbol{\{}f^{-1}\{[\boldsymbol{j}[f(x)]\}\boldsymbol{\}}$.

¿Dará este tratamiento de nuevo x? Todo depende de que las sucesivas aplicaciones $f^{-1}\boldsymbol{j}$ y $f\ \boldsymbol{j}^{-1}$ sean conmutativas. Por ejemplo, si A desea intercambiar con B una clave, puede hacerlo de la siguiente manera: en realidad no le envía la clave, sino $m^A = \boldsymbol{a}\ mod\ p$[1] y lo envía a B. Simultáneamente, B enviará $m^B = \boldsymbol{b}\ mod\ p$. Seguidamente, A calculará $\boldsymbol{b}^A = A'\ mod\ p$, y B calculará $\boldsymbol{a}^M = B'\ mod\ p$. A’ coincidirá con B, ya que $A' = B' = m^{AB}\ mod\ p$.

***

Pero el verdadero descubrimiento, que alteró los conceptos criptográficos tradicionales, se produjo a través de las propiedades de los números primos con el sistema RSA (por sus creadores, Adleman, Rivest y Shamir), más llamado “criptografía de clave pública”, que permitía aprovechar el hallazgo anterior con una clave que ya no hay interés en manetener secreta, que incuso puede ser pública. En efecto, la clave de cifrado de un texto es conocida por todo el mundo, pero no así la de descifrado.

En la actualidad se hallan desarrollados unos tests de primalidad bastante eficaces, que permiten saber, con poco tiempo de trabajo de ordenador, si un número es o no primo, pero ninguno para determinar, en poco tiempo, los factores que integran éste. Por ejemplo, en la

[1]El significado de a = b mod p es: el número a, al ser dividido por p, da el resto b. Se dice entonces que a y b son congruentes módulo p.

revista *Scientific American*, Martin Gardner desafió en 1977 a los lectores a factorizar el siguiente número:

N =
114.381.625.757.888.867.669.235.779.976.146.612.010.218.296.721.242.362.562.561.842.935.706.935.245.733.897.830.597.123.563.958.705.058.989.075.147.599.290.026.879.543.541

Hasta después de 17 años no se logró hacerlo. En 1994 un equipo de 600 voluntarios, repartidos por todo el mundo, dio con sus dos factores primos:

p =
32.769.132.993.266.709.549.961.988.190.834.461.413.177.642.967.992.942.539.798.288.533

q =
3.490.529.510.847.650.949.147.849.619.903.898.133.417.764.638.493.387.843.990.820.577

Esta circunstancia proporciona un sistema enormemente eficaz para codificar. Es sabido que es relativamente fácil determinar si un número es primo mediante el pequeño teorema de Fermat: si p es primo, entonces $a^{p-1} = 1 \mod p$[2]. Esto ahorra inacabables divisiones, y con un ordenador puede terminarse con poco trabajo la primalidad de un número, incluso los increíblemente grandes (digamos de varios centenares de cifras). Pero en cambio no se conoce ningún método relativamente breve para determinar los factores primos de un número dado, y la mayoría de los matemáticos sospechan que éste es un problema “intrínsecamente complejo”, es decir, que necesitaría para su resolución de un número de operaciones del orden del mismo número.

¿Qué significa esto? Que podemos codificar un mensaje mediante el siguiente procedimiento: elevemos el número codificado a una potencia fija *s módulo r*, siendo *r* un número compuesto. Recibido el mensaje, el descodificador lo elevará a otra potencia *t* y lo reducirá módulo *r*. Pero el número *t* sólo podrá ser obtenido por quienes conozcan *p* y *q*.

El método está pues claro: elegir dos números primos muy grandes al azar, multiplicarlos y fijar el resultado del producto como base de transformación. El resto viene solo.

El sistema RSA está conociendo actualmente un gran éxito, y son miles las empresas, los organismos políticos e incluso los particulares que lo utilizan, sin miedo alguno. El único riesgo que se corre es: ¿Qué sucederá si alguien halla un método rápido para decodificar N en sus factores *p* y *q*? Pero este riesgo parece por el momento tan remoto que nadie lo toma seriamente.

JMAiO, ago 03

LA COMIDA Y LA SEMÁNTICA

Las palabras derivan de un significado primitivo en una lengua a menudo distinta de la que se usa, lo que llamamos etimología. Pretender explicarlas totalmente averiguando este origen es tentador, y ciertamente no han faltado intentos de hacerlo, como el de san Isidoro con su tratado *Las etimologías*. Pero otro agente actúa de forma más decisiva: la semántica o evolución natural por el uso, que puede llevar el significado por derroteros inesperados. ¿Quién

[2] En realidad esto no es rigurosamente exacto: algunos números llamados pseudoprimos no cumplen con esta condición. Pero este obstáculo puede obviarse mediante unos cálculos complementarios, que no es del caso exponer aquí.

diría que la palabra ‘perla’ deriva del latín *pernula*, diminutivo de *perna*, ‘pierna’? El camino pasa a través de la analogía entre el brillo del hueso redondo del jamón y el de la perla.

Estas evoluciones son particularmente intensas en aquellos conceptos para los que no había término definido en las lenguas en las que nos apoyamos, especialmente el latín. Vamos a estudiarlo en un campo muy habitual: el de la comida.

Empezando por ese mismo término, el primer obstáculo es su fuerte polisemia. La palabra designa tanto la ingesta del alimento en general como el propio alimento y, en la lengua castellana, la comida que se realiza a una hora determinada, especialmente el mediodía (la misma hora de la ingesta ha sufrido también su evolución “semántica”, pasando de las doce del día a las dos, las tres y aun a las cuatro, para escándalo de los extranjeros, desconcertados por nuestros extraños horarios). En realidad, ‘comer' en general deriva del latín *edere*, acción que se hace habitualmente en compañía. Así, del *cum-edere* se pasó a nuestro actual ‘comer’, y de éste, a ‘comida’, ampliado, como hemos dicho, al genérico significado de ‘alimento’.

El término equivalente es en catalán *menjar*, derivado, como el fr. *manger*, y el it. *mangiare*, del lat. *mandicare*, que vemos hoy presente en el castellano ‘manducar’. El inglés *eat* y el alemán *essen* se originan en la raíz germánica *etan*. La curiosa voz catalana *àpat* (‘ingesta, comida’) parece originarse en el lat. *pascere*, ‘pacer’, quizás influida por *appetens*, ‘hambriento, apetente’ (de donde ‘apetito’). En inglés tenemos *meal*, por el germánico *melu*, ‘moler, masticar’ (cf. con *mill*, ‘molino’).

Completamente inversa es la evolución sufrida por ‘yantar’ (del lat. *ientare*, ‘almorzar’, que, aplicándose inicialmente sólo a la comida del mediodía, acabó generalizándose a cualquier ingesta o condumio. Es lógico preguntarse, a la vista de esas convergencias, si no hubo un tiempo en que la única comida del día se realizaba al mediodía. En todo caso, está claro que era, o sigue siendo, la principal, al menos entre nosotros.

Ya que hablamos de ‘condumio’, hay que advertir que esta palabra es usada usualmente como equivalente a ‘comida’ (en el sentido restringido), pero en realidad, la definición que de ella da el DRAE es “manjar que se come con pan; como cualquier cosa guisada”, y deriva de ‘condir’ (lat. *condire*, ‘condimentar’).

La primera, lo que se dice la primera comida del día es, muy consecuentemente, el ‘desayuno’, ‘que rompe el ayuno’, que en catalán es llamado *desdejuni* (cultismo moderno del lat.**dis-ieiunare*) o también *esmorzar,* derivado del lat. **admordium*, y éste de *ad-mordere,* ‘morder ligeramente’, lo que lo hace aplicable a una comida matutina ligera. De hecho, la palabra ‘almorzar’ es usada todavía con este valor por las cuadrillas de trabajadores que paran a media mañana para tomar algo más consistente que el simple café con leche con pasta, viciosa costumbre en nuestro país, pero normalmente, por traslación temporal, la voz designa en castellano la comida del mediodía: ‘almuerzo’. Por cierto que el nombre apropiado para esa comida de media mañana es un quebradero de cabeza para todas las lenguas: los estadounidenses lo han resuelto con el neologismo *brunch*, claro cruce de *breakfast* y *lunch*.

Ese ‘almuerzo’ o comida del mediodía, comida por anonomasia, es el *dinar* en catalán y *dîner* en francés. Ambas palabras proceden del latín antes visto **dis-ieiunare*, ‘desayunar’, que ha sufrido una traslación temporal paralela a ‘almorzar’. En italiano es *pranzo*, del lat. *prandium*, ‘almuerzo’. El inglés utiliza *lunch*, de *luncheon*, ‘loncha’, alusivo a una de embutido, pues la comida del mediodía ha sido tradicionalmente más ligera en los países anglosajones.

Las restantes comidas que se realizan a lo largo del día han sufrido evoluciones similares. Nos estamos refiriendo en primer lugar a la ‘cena’ (lat. *cena*), la última comida del día, que en latín era la que se hacía después de las tres de la tarde, y así figura todavía en el Nebrija, oponiéndose a ‘yantar’, ‘comida del mediodía’. En catalán se llama *sopar*, pues muy frecuentemente se reducía a una sopa, con o sin acompañamiento. En el mismo catalán se creó la nueva palabra: el *resopó,* aplicado a una comida ligera pocas horas después de la cena, usada por trasnochadores. Oficiosamente ha pasado al castellano como ‘resopón’.

Por cierto que esa comida ligera al final del día (con o sin cena previa) es llamada también ‘colación’, aunque el sentido verdadero de esta palabra se limitaba a la comida ligera que se tomaba por la noche en los días de ayuno. Pero con el tiempo ha pasado a aplicarse a toda comida ligera, aunque en italiano la *collazione* es la comida en general.

¿Y la comida de media tarde, cada vez más abandonada? La merienda toma su origen en el lat. *merenda*, ‘lo que se merece’, lo que permitiría referir su origen a una especie de premio, aunque algunos han pretendido, poco convicentemente, que inicialmente había sido la comida de mediodía, relacionándola con el lat. *meridiem*, ‘medio día’ (de hecho, el nombre es aplicado en algunos lugares a la comida a otras horas). Es sintomática la variedad de formas con que es designada en otras lenguas: *berenar* en catalán (transliteración de *merenda*), *goûter* en francés (de *goût*, ‘gustar, por consistir a menudo en comida de capricho en consonancia con su carácter infantil; recordemos el lat. *gustare*, ‘gustar, degustar’). Los ingleses no tienen propiamente palabra para ella; si acaso, *picnic* (del fr. *pique-nique*, ‘picar un bocadito’), por ser tomada a menudo en el campo.

Algunas lenguas son enormemente consecuentes en la designación de las comidas. En el racional alemán, que consideramos por ello en bloque y aparte, el desayuno es el *Frühstück*, literalmente ‘comida temprana’, el almuerzo es el *Essen* (hacen como nosotros, pues *Essen* es también ‘comida’ a secas), o, más precisamente, el *Mittagessen* (‘comida del mediodía’), el *Zweites Frühstück* (‘segundo desayuno’) o incluso el *Gabel-Früstück* (‘desayuno con tenedor’). La cena es *Abendessen* (‘comida de la noche’). ¿Y la merienda? Pues el *Vesperbrot*, literalmente ‘pan de la tarde’, lo que arroja también una pista de la composición de esta comida.

Pasemos al italiano, casi tan preciso como el alemán. El desayuno es la *prima colazione* (‘primera colación’), el almuerzo, la *collazione*, (palabra que, como ya va siendo costumbre, designa tanto la ‘comida’ en general como la de mediodía), la *far collazione* (*far*, de *fare*, ‘hacer’), y también el *pranzo* (lat. *prandium*, almuerzo’) la cena también *cena*, y la merienda el *spuntino*, relacionado con *punta*, o sea mendrugo, pequeña porción de pan o algo.

¿Y el vasco? Pues repite el mismo esquema de la mayoría de las lenguas: partiendo de ‘comida’, *jaki*, *janari* (‘alimento, comida, vianda’), el desayuno es *gosari* (*gose*, ‘hambre, avidez’; *ari*, ‘hacer, actuar, ejercer’; obsérvese el paralelismo con el italiano *far*). La misma desinencia *-ari* se repite en las restantes comidas: almuerzo, *bazkari* (‘banquete’), cena, *afari* (*afera*, ‘asunto’), y la merienda es *askari* (*aska*, ‘abrevadero, artesa’), aunque también *merienda*, un préstamo claro del castellano. Conviene citar una tradición en el País Vasco, el almuerzo de las diez: *hamarretako* (*hamar*, ‘diez’).

En resumen, que los nombres de las comidas en las distintas lenguas ilustran no sólo la hora en que éstas se hacen sino los hábitos alimenticios en cada país, lo que hace difícil la traducción en muchos casos. ¿Es lo mismo la ‘comida’ que el *lunch*? No, pues, lo único que coincide en ambas (y aun a duras penas) es la hora: la composición e intensidad varían, reflejando los hábitos de cada país.

Josep M. Albaigès
Salou, agosto 2003

OK

Esta interjección estadounidense, convertida hoy en universal, tiene un origen discutido. Citemos algunas de las explicaciones dadas a su origen:

- Una de las más extendidas es el inglés *All Correct*, (fonéticamente, /*orlkorrect*/, ‘todo correcto’), utilizado por los correctores de textos.

- Otros la refieren al alemán *Oberst Kommandant*, ‘Coronel al Mando’, usadas por el general Schliessen o el baron von Steuben cuando firmaban órdenes durante la revolución norteamericana.
- Han sido asociadas también con el griego *oala koala*, ‘sin novedad’, consigna usada en la Marina. O también con la palabra finesa *oikea*, ‘correcto’. O, aún, por *hogfor* (pronunciado OK) usado por los marinos daneses y noruegos como ‘listo para navegar’.
- Otros idiomas posibles: el escocés *auch aye* (‘¡oh, sí!’), o *och aye* (muy bien). O el francés *au quai*, ‘en el puerto’, lugar seguro para las embarcaciones. Más: el liberiano *oke*, y el birmano *hoakeh*, todos con significados análogos.
- En los astilleros se anotaba en la hoja de un barco, cuando estaba listo para ser botado, *OK Number 1*, o sea *Outer keel No. 1* (‘quilla al exterior’).
- El observatorio de Kew daba por buenos los afinados de sus instrumentos ópticos con *O. K., ‘Observatory Kew’*.
- Más fantasiosamente, se narra que los antiguos filibusteros, tras cada combate, hacían recuento de las bajas sufridas. *O-Killed* significaba “cero muertos”, es decir, “muy bien” (¡otros afirman que la consigna era usada durante la I Guerra Mundial!).
- *Orris-Kendall*, compañía estadounidense de alimentación, fabricaba unas galletas muy populares entre los soldados durante la Guerra de Secesión estadounidense.
- *Old Keoku* era, un jefe indio norteamericano que al parecer firmaba los documentos con sus iniciales. En la misma línea, se debería a la palabra choctaw *okeh* (o *hoke*), que significaba ‘en efecto’.
- Abreviatura de *Open Key* (‘clave abierta’*)*, consigna usada por los telegrafistas en los años de 1860.
- Lectura errónea de *Order Recorded* (‘orden registrada’), en los documentos oficiales.
- Naturalmente, no falta quien lo refiera al *OK Corral*, escenario del famoso duelo en Tombstone.
- A menudo son referidas a las iniciales de personas. Así las de *Otto Krist*, un magnate maderero, o del agente de fletes *Obadiah Kelly*, o también a *Onslow & Kilbracken*, pareja de lores ingleses que daban aprobación con sus siglas a los documentos.
- Retrocediendo en el tiempo, es referida a Amos Kennedy, secretario del presidente norteamerican Andrew Jackson, quien reforzaba sus documentos escribiendo al margen OK Amos.
- Pero la más antigua documentalmente registrada la refiere a un presidente de Estados Unidos, que las prodigó en su campaña electoral. Se trata de Martin van Buren (vicepresidente en 1837-41, presidente en 1841-45). En 1842 se fundó el “Club OK”, lo que prueba que ya las iniciales estaban muy difundidas. Procedía de un pueblo del estado de Nueva York llamado Kinderhook, y por eso era llamado *Old Kinderhook* ‘viejo Kinderhook’. Sus partidarios prodigaron las iniciales en los carteles electorales.
- Añadamos que un estado de USA, Oklahoma, las ha tomado como su símbolo, y con ellas resumía las maravillas del país en la comedia musical (luego filme) estrenada en 1944.

¿Alguien conoce más posibles orígenes? Sería interesante coleccionarlos.

JMAiO, ago 03

¿DE UNA SOLA PESADA?

Introducción a la Ponderística, o arte no relativista del bien pesar.

José Antonio de Echagüe

A los viejos problemas les ocurre lo que a los viejos soldados, nunca mueren. Pero a diferencia de aquellos no se desvanecen lentamente, sino que periódicamente se reciclan.

Hace poco el profesor de *"mates"* de mi hijo menor, planteó a sus alumnos el viejo problema: un antiguo tirano siracusano exigió so pena de muerte a su tesorero averiguar con una sola pesada qué saco, de 20 dados **-** conteniendo numerosas pero no importa cuantas monedas de un libra cada una **-** guarda monedas falsas o defectuosas de, por ejemplo, 0,90 libras la pieza.

La solución, que mi hijo se sorprendió ingenuamente le diese yo de inmediato, es conocidísima de antiguo, como sabemos: una vez alineados y numerados los sacos, basta sacar una moneda del primero; dos de segundo, tres del tercero, y así hasta el último. La pesada de las monedas y un elemental razonamiento dan la posición exacta del saco con monedas defectuosas. Es de agradecer que todavía existan profesores que hagan ver a sus alumnos que la matemática no es solo un medio de cálculo, sino antes de todo una forma de pensar, o mejor de aprender a pensar.

El volver a comentar este problema me sugirió si no sería posible complicarlo un poco. El problema original da como datos el número de sacos; el peso de las monedas "buenas" y el de las "defectuosas", ofreciéndonos una sola pesada para resolverlo. Supongamos ahora que se nos dice que existe un número n de sacos conteniendo monedas de peso desconocido. En uno de los sacos las monedas son defectuosas y a cada una le falta, o le sobra, algo de peso, igual para todas las defectuosa. ¿Sería posible, en estas condiciones, determinar en qué saco están las piezas defectuosas de una sola pesada?.

Siempre que nos den el valor de la diferencia de peso entre una moneda buena y las defectuosas, existe al menos una solución bastante simple, con una sola pesada, que únicamente requiere que den libertad de elegir el tipo de balanza en el que efectuarla.

Se supone que disponemos de una balanza con dos platillos y graduada, es decir que permite conocer la diferencia entre los pesos colocados en cada uno de aquellos, aunque no sepamos el peso correspondiente a dada uno.

La única pesada que se nos permite la realizaremos de la siguiente forma. Alinearemos los n sacos numerados del 1 al n . En el platillo A colocaremos una colección de monedas compuesta por una del saco 1; dos del saco 2,....y n del saco n.

En el platillo B colocaremos otra colección similar pero elegida de forma inversa; 1 moneda del saco n; 2 monedas del saco n-1;...y n monedas del saco 1. Evidentemente se supone que en cada saco no hay menos de n+1 piezas.

El fiel de la balanza señalará la diferencia entre las dos pesadas P(a) – P(b) = D, diferencia que puede ser positiva o negativa naturalmente. Con unos sencillos razonamientos llegamos a concluir que

$$\mathbf{P(a) - P(b) = D = - d. x + d.(n-x+1) = d.(n-2x+1)}$$

Expresión en la el significado de cada símbolo es el siguiente:

- **d.** diferencia de peso entre una moneda "buena" y una moneda "defectuosa" (positiva o negativa).
- **n**. número de sacos.
- **x.** Posición del saco defectuoso contando desde la izquierda.

La anterior expresión nos dice que, como era de esperar, la diferencia D es un múltiplo entero de d. De lo anterior resulta la posición en la fila, empezando por la izquierda ocupada por el saco de monedas defectuosas.

$$\mathbf{x = \tfrac{1}{2} (D/d + n + 1)}$$

Que permite conocer la posición **x** en cuanto la pesada en nuestra balanza nos dé la diferencia **D.** Si se nos informa que dados 10 sacos, y que d = 0,5 grs., al obtener por la pesada descrita D = -2,5 grs., automáticamente sabremos que el saco con monedas defectuosas es el que ocupa la posición 3ª,contando por la izquierda. En efecto:

x = ½ (-2,5/0,5 + 10 +1) = 3

Con este procedimiento mejoramos de forma clara la eficiencia de la única pesada permitida, ya que ésta nos permite dar con la solución conociendo únicamente el valor de d, aún cuando desconozcamos *a priori* el peso de las monedas tanto buenas como defectuosas

Pienso que aún podríamos intentar mejorar nuestra medición, en el sentido de calcular la posición buscada con menos datos. En realidad, en muchos casos ni siquiera necesitaremos conocer de forma precisa la diferencia entre monedas "buenas" y "malas" (d). Consideremos que deben cumplirse las siguientes condiciones:

1º) La fracción D/d debe ser un número entero -comprendido entre(–1) y (+n-1) - cuya paridad viene determinada por la de n. Si el número de sacos es par/impar, entonces el número D/d, deberá ser impar /par

2º). Además existe una relación obvia entre los signos de D y d, que depende de la posición x , según la siguiente tabla (x< ó > 1/2n, significa que x está a la derecha o a la izquierda del "centro" de la línea de sacos)

Supongamos que el famoso Tirano de Siracusa nos presenta una fila de diez (n =10) sacos. Indicándonos que en uno de ellos las monedas son defectuosas con un cierto error de acuñación desconocido (d) sobre las correctas que llenan los otros nueve sacos, y no nos dan más datos. Con la balanza que conocemos y una sola pesada nos conmina a decir sin error cuál es el saco en cuestión, so pena de sabrán los dioses que horrendos castigos

Efectuada la única pesada autorizada, tal y como hemos descrito, resulta que P(a) – P(b) = D = +13,8grs.

Descomponiendo este resultado en factores resulta: 13,8 = +/- 2,3 x 2 x 3 . Para que el cociente D/d = 13,8/d arroje un número entero los valores posibles de **d** serán

2,3 x 2= 4,6; que lleva a 13,8/4,6 = +/- 3
2,3x3 =6,9; lo que supone que 13,8/6,9 = +/-2

Pero de estos dos valores sólo el primero es compatible con las restricciones señaladas, ya que al ser n =10 un número par entonces la fracción D/d debe ser un entero impar. Por lo tanto las únicas alternativas válidas para d son +4,6 y –4,6 , lo que nos da dos posibles posiciones:

x(-4,6) = ½ (13,8//-4,6 +10 +1) = 4
x(+4,6) = ½ (13,8/+4,6 +10 +1) = 7

Por supuesto ambos valores cumplen la restricción 2ª. El primero corresponde al caso de la casilla inferior derecha, y el segundo, simétrico, corresponde a la casilla superior izquierda. Observemos que a cada pareja de valores +/-d corresponden parejas de posición x cuya suma vale n+1. Evidentemente el caso D = 0 corresponde al caso en que, para n impar, el saco defectuoso ocupe justamente el centro de la alineación. En este caso particular no necesitaremos dato alguno para señalar sin error el saco en cuestión, pero no podremos conocer qué valor tenga la diferencia entre monedas "buenas" y "malas".

(En realidad podríamos descomponer 13,8 de otras formas; p .e. 23x0,2x3 : ó 0,23x2x30. pero con estas factorizaciones, si no son prácticamente equivalentes a las anteriores, no lograremos un cociente D/d con valor entero de valor absoluto inferior a n-1, que nos impone la restricción 1ª)

x>1/2n d>0 D>0	x centro D= 0	x<1/2n d>0 D<0
x>1/2n d<0 D<0	x centro D=0	x<1/2n d<0 D>0

Volviendo a nuestro ejemplo, vemos que sin contar por tanto con ningún dato, ya podemos limitar a dos las posibles posiciones buscadas. Si nos arriesgamos a dar una respuesta la probabilidad de acertar sería del 50%, que no está mal, teniendo en cuenta que partimos de una total ignorancia de datos.

Si, postrados a los pies del Tirano, éste se aviene a darnos un dato más: a saber: el defecto de las monedas es un **menor** peso, la posición quedaría en tal caso unívocamente determinada: el saco con monedas defectuosas es el número 4. De paso averiguamos que el déficit de peso de cada una de las monedas "malas" es de –4,6 grs. aunque no tengamos la menor idea del peso absoluto de las monedas.

Es decir con este proceso de pesada basta conocer, en nuestro ejemplo claramente preparado, el signo de **d** para resolver el problema Evidentemente no será difícil plantear el problema con datos tales que los divisores válidos de **D** sean dos únicamente (iguales con signos +/-), con lo que será suficiente conocer el signo de **d**. Pero puede ocurrir que **D** tenga varios divisores válidos, lo que complicará el asunto, y haría preciso conocer algún dato más, como por ejemplo una acotación de valores posibles, o algo parecido.

Estos resultados nos indican que la elección de una determinada forma de pesada nos proporciona un dato (D) que contiene mucha información. Esto puede ser algo más que un juego; en casos en que la experimentación, o la medida, es complicada o costosa, es fundamental obtener, con pocas mediciones, datos ricos en información implícita,

Las cuestiones que se suscitan son:

- Datos mínimos que deberíamos conocer de **d** para que el problema quede resuelto con carácter general.
- ¿No existirá una forma de pesada más eficiente que la que proponemos, que nos proporcione un dato con aún más información?
- ¿Y si hay más de un saco con monedas defectuosas, cuántas pesadas deberemos efectuar como mínimo?

JAE. Donostia, agosto 2.003

NOTA.
Evidentemente el Tirano no advierte que conocemos el sistema métrico decimal, lo que para nuestros propósitos es del todo irrelevante El escritor Agustín de Foxá llegó a decir, ridiculizando los encendidos discursos en pro de la Constitución de la II República, que eso de dar la vida por la Constitución le parecía algo así como inmolarse por el sistema métrico decimal (s. m. d). Pues bien hace algún tiempo leí que un comerciante del Reino Unido había preferido ir a la cárcel antes de ajustar sus pesos y precios al dichoso sistema, manteniendo en solitario el vetusto sistema británico de pesas y medidas. Es decir que pese a la ironía de Foxá el s.m d. no tendrá mártires, pero quizás empiece a causarlos.

EL 77

Nota: Por problemas de espacio se omitió en el número anterior la habitual colaboración de Antonio Cebrián sobre el 77. Va en éste.

UNA PROPIEDAD DEL 77:
Si a cualquier número entero, N, le sumamos el producto de **77** por la suma de los dígitos de N y a la suma obtenida le aplicamos la misma operación; obtendremos siempre un múltiplo de 9.

Por ejemplo: 581+77(5+8+1)=1659; 1659+77(1+6+5+9)=3276=9*364

77 es la suma de varios números en progresión aritmética. Así:

77 = 2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12	Diferencia: 1
77 = 8+9+10+11+12+13+14	“ 1
77 = 38+39	“ 1
77 = 5+7+9+11+13+15+17	“ 2
77 = 2+5+8+11+14+17+20	“ 3

$(77)^{(1/77)}$ = 1,058034622548507153134 Los dígitos suman **77**

La solución de la ecuación $X^X = 7$: X = 3,4818391162443299 Los dígitos suman **77**

77 = $4^2 + 5^2 + 6^2$; **77** = $39^2 - 38^2$; 77 = $9^2 – 2^2$

77 es la suma algebraica de 4 cubos de números racionales. Así:

77 = $(87/6)^3 + (67/6)^3 – (69/6)^3 – (85/6)^3$
77 = $(25/4)^3 + (1/6)^3 – (11/2)^3 – (11/12)^3$

77 es la suma algebraica de 8 cuartas potencias de números racionales. Así:

77 = $(51/6)^4 + (27/6)^4 - (45/6)^4 - (33/6)^4 + (44/6)^4 + (32/6)^4 - (50/6)^4 - (26/6)^4$

PROBLEMA

Encontrar los menores números enteros palíndromos: X,Y que cumplan:
X^2, Y^2, $(X^2 + Y^2)$ sean 3 números palíndromos y que la suma de los dígitos de cada uno de estos 3 palíndromos, sean tres cuadrados perfectos.

SOLUCION: X = 111; Y = 121

$111^2 = 12321$ → suma de dígitos = 9
$121^2 = \underline{14641}$ → suma de dígitos = $\underline{16}$
$111^2 + 121^2 = 26962$ → suma de dígitos = 25

HALLAR X, Y EN EL SISTEMA:

$X^3 + 3X^2Y - XY^2 - 3Y^3 = 77$
$X^3 - 2X^2Y - XY^2 + 2Y^3 = 7$

SOLUCION

$X = 5(1/3)^{(1/3)} = 3{,}46680637$ |
$Y = 2(1/3)^{(1/3)} = 1{,}3867225$ |
Los dígitos de X + los dígitos de Y suman = **77**

Acebrian Marzo2003

EL 78-1

78 = Es la suma de los 12 primeros números naturales.

78 = Es el 12º número triangular.

$$78 = \sum_{n=1}^{12} (-1)^n \cdot n^2 = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 - 11^2 + 12^2$$

$$78 = \sqrt{\sum_{n=1}^{12} n^3}$$ = A la raíz cuadrada de la suma de los 12 primeros cubos

78 = Es la suma de los 9 primeros nºs primos del 1 al 19.

78 = Es la constante de un cuadrado mágico de 4x4, formado por
16 números consecutivos del 12 al 27.

$$78 = \sqrt[3]{3^{12} - 3^{10} + 3^7 - 3^3}$$ = Raíz cúbica de suma algebraica de potencias de 3.

$$78 = \sqrt[3]{\frac{26^9 - 26^7 - 26^7 + 26^5}{}}$$ = Raíz cúbica con potencias de 26.

$26^5 - 26^4 - 26^3 + 26^2$

$78 = \sqrt[4]{39586^3 - 39584^3 - 39508^3 + 39506^3}$ = Raíz 4ª de suma de 4 cubos.

Pero $78 = \dfrac{39586 + 39584 - 39508 - 39506}{2} = \dfrac{-39586*39506 + 39584*39508}{2}$

$78 = 8^3 - 7^3 - 6^3 + 5^3$

$78 = 14^3 - 13^3 - 13^3 + 12^3$

78 = Suma de 6 4ªs potencias = $-(16/3)^4+(10/3)^4-(29/6)^4+(23/6)^4+(35/6)^4-(17/6)^4$

78 = Suma de 2 cubos de irracionales = $(3 + \sqrt{4/3})^3 + (3 - \sqrt{4/3})^3$

Acebrian Julio 2003

EL 78-2

78 = Suma de 2 4ª potencias de irracionales =

$$(2 + \sqrt{-12 + \sqrt{167}})^4 + (2 + \sqrt{-12 + \sqrt{167}})^4$$

78 = Suma de 2 5ª potencias de irracionales =

$$(2 + \sqrt{-4 + \sqrt{16{,}7}})^5 + (2 + \sqrt{-4 + \sqrt{16{,}7}})^5$$

Casi 78 $= \pi + \pi^\pi + \pi^{-2} + e^\pi + e^e = 78{,}00002831...$

$$78 = \lim_{n \to \infty} (1 \cdot 79^{-2} + 2 \cdot 79^{-3} + 3 \cdot 79^{-4} + \ldots + n \cdot 79^{-(n+1)})^{-0.5}$$

78 = Límite a que tiende el término a_n de la serie recurrente:

$a_n = 38{,}5 + \sqrt{1482{,}25 + a_{n-1}}$

Cuando $n \to \infty$ para cualquier valor inical de $a_{n-1} > -1482{,}25$

$$78 = \sum_{n=1}^{\infty} (141 + 10n)/3^n$$

78 = Un nº + su recíproco = $\dfrac{1186185}{15210} + \dfrac{15210}{1186185}$ Error $< 10^{-5}$

La suma de los dígitos de las dos fracciones = 78

78 y los nºs. Combinatorios

$78 = C_{9,4} - C_{7,3} - C_{5,2} - C_{3,1} = 126 - 35 - 10 - 3$

$78 = C_{9,3} - C_{8,3} + C_{7,3} + C_{6,3} - C_{4,3} - C_{3,3} = 84 - 56 + 35 + 20 - 4 - 1$

$78 = C_{8,2} + C_{7,3} + C_{6,2} = 28 + 35 + 15$

$$78 = \lim_{n \to \infty} \left[\frac{F_{n+9}}{F_n} + \frac{F_{n+9}}{F_{n+7}} - \frac{F_{n+8}}{F_{n+9}} - \frac{F_n}{F_{n+9}} \right]$$

Siendo las F_s términos de la sucesión de Fibonacci :1,1,2,3,5,8,13,21,34, ...
Cuando mayor sea "n" mayor será la aproximación a 78.
Por ejemplo,
Si n= 11 → 6765/89 + 6765/2584 – 4181/6765 – 89/6765 = 77,998080..

Si n=15 → 46368/610 + 46368/17711 – 28657/46368 – 610/46368 = 77,999959..

Acebrian Julio 2003

3 PROBLEMAS Y EL 78

PROBLEMA 78

Encontrar 4 números cuya suma sea 78, que la suma de sus dígitos sea 78 y el producto de los 2 nºs mayores menos el producto de los dos menores sea = 78.

Solución:

De la identidad $(x + a)(x - a) - (y + a)(y - a) = x^2 - y^2$ (1)

Hacemos $x^2 - y^2 = 78$. $x + y = 39$, $x - y = 2$ → $x = 20{,}5$ $y = 18{,}5$

Si a = 0,013 Sustituyendo en (1) resulta:

20,513 + 20,487 + 18,513 + 18,487 = 78

Suma dígitos 11 + 21 + 18 + 28 = 78

20,513 · 20,487 - 18,513 · 18,487 = 78

Acebrian Julio 2003

PROBLEMA CON PALÍNDROMOS

Encontrar 2 nºs palíndromos (x, y) tales que su producto sea otro nº palíndromo. Y que la suma de los dígitos de "x" por la suma de los dígitos de "y" sea = 78.

Existen varias soluciones. Algunas son:

	1111111111111	$\times$	111111	=	1234566666654321
Suma de dígitos	13	$\times$	6	=	78
	333323333	$\times$	111	=	36998889963
Suma de dígitos	26	$\times$	3	=	78
	121212121	$\times$	33	=	3999999993
Suma de dígitos	13	$\times$	6	=	78

Acebrian Julio 2003

PROBLEMA DIOFÁNTICO CON PI, e y 78.

Hallar un par de número enteros (x,y) que cumplan la ecuación:

$\pi \cdot x \;-\!- e \cdot y = 78$ $\pi = 3{,}1415926535...$
$e = 2{,}718281828...$

con un error $< 10^{-5}$

Solución: Obtenemos las fracciones reducidas de $\pi/e \cong a/b$

a/b $\rightarrow$ 1/1 , 7/6, 15/13, 37/32, 52/45, 141/122, 898/777, 7325/6338, 15548/13453

Calculamos las "d" de cada reducida $\pi \cdot b - e \cdot a = d$

π . b	- e · a	= d
1	1	+0,4233108256
6	7	- 0,178416875
13	15	+0,0664770755
32	37	- 0,045462724
45	52	+0,021014351
122	141	- 0,003434021
777	898	+0,00041022
6338	7325	- 0,0001523
13453	15548	+0,0001058

De $t(\pi - e) = 78$; $t = 184{,}2617$

Empezamos por $184 \cdot \pi$ -- $184 \cdot e = 77{,}8891919$ y vamos añadiendo los factores de la tabla anterior, hasta conseguir la aproximación a 78 deseada. Así:

184π	-- 184e	=77,8891919
13π	-- 15e	=0,06647707
$2 \cdot 45\pi$	-- 2 · 52e	=0,04202866
$5 \cdot 777\pi$	-- 5 · 898e	=0,0020494
---------------	------------	----------------
Suma 4172π	-- 4793e	=77,9997469

2 · 13453π	-- 2 · 15548e	= 0,0001997
Suma 31078π	-35889e	=77,9999467