CARROLLIA

No. 85, jun 05

CARROLLIA

Dirección en la web: **www.mensa.es/carrollia**

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [**C**], es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.

Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

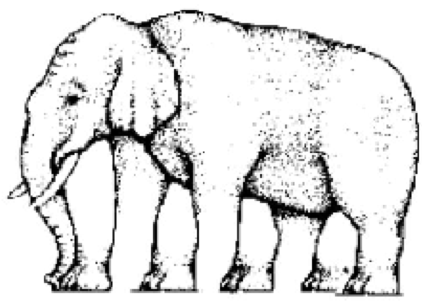
Josep M. Albaigès	**Francesc Castanyer**	**Pedro Crespo**
www.albaiges.com		**http://pedroweb.dyndns.org**

85

Compuesto: 5·17.
85 años tenía Kaleb al hablar a Josué (Jos 14,10). 85 eran los sacerdotes muertos por Doeg, el idumeo (I Sam 22,18).
En loterías es “la palmera”.

Índice

Portada: Reloj bizantino (ca. 500) conservado en Londres. Ø = 13,5 cm. Muestra la posición del Sol en el Zodíaco, la de la Luna, el día del mes lunar y la fase de la Luna.



How many legs does this elephant have?

Un detalle de Correos

Conociendo mi afición a reproducir como cabecera de la sección de correspondencia los bonitos sellos variados de mis corresponsales (especialmente los de Jorge Viaña, de Bs As), seguro que más de uno se está preguntando de dónde me ha llegado esta curiosa carta. Pues de España, amigos, concretamente de Málaga. Rafael León ha tenido la humorada de utilizarlos, matados y todo, como franqueo de su última misiva. ¡Y Correos, amable, la ha tramitado! Quede esta nota simpática como agradecimiento a la institución, tantas veces criticada desde aquí.

Llegó carta de Ángel Martínez Fernández, de Pedreña (Cantabria), uno de los más veteranos miembros de Mensa y de Carrollia. Dice Ángel:

> El libro *El Código da Vinci*, escrito por Dan BROS, trata de la Divina Proporción. Adjunto te envío una serie de objetos de la vida cotidiana, donde encontramos esta relación.

Ángel incluye formulaciones y gráficos sobre el famoso número Φ, tan habitual. Muchas gracias, Ángel, y dejamos su publicación para un número extra que se prepara sobre el famoso número.

José Antonio de Echagüe, de Madrid, hace una interesante aportación:

> Te adjunto un artículo titulado "La falacia del fiscal" aparecido en el número 63 de "Otrosí", de Enero de 2005, Revista del Colegio de Abogados de Madrid.
>
> Como verás es un interesante ejemplo de aplicación de los conceptos de probabilidad condicional (y Teorema de Bayes) a la evaluación de pruebas forenses en procesos judiciales. Lo llamativo del caso es que es real, y que probablemente este tipo de argumentaciones falaces se utilizan con excesiva frecuencia de juicios, para presentar como irrefutables ciertas "pruebas" con argumentaciones pseudocientíficas.
>
> Un caso en cierto modo similar lo tuvimos hace poco en España, cuando para ilegalizar la candidatura de Aukera Guztiak a las elecciones en Euskadi, la Fiscalía llevó las cosas al extremo de investigar a los ciudadanos que avalaron con su firma notarial a tal candidatura, requisito legal para presentarse, lo que en mi opinión, sea dicho de paso, fue de en sí misma una flagrante violación de los derechos de esos ciudadanos. La Fiscalía General del Estado argumentó que la existencia de casi 4.000 firmas de personas vinculadas de alguna manera (?) a la ilegalizada "Batasuna", hacía sumamente "improbable" que eso fuese casual, y por tanto era muy verosímil la conjetura de una previa concertación de voluntades.
>
> Aparentemente razonable, pero, claro, lo que no se mencionaba era que el total de firmas para la citada candidatura fue de alrededor de 37.000, lo que supone que el de las "contaminadas" (expresión que es realmente inquisitorial, y recuerda ciertas expresiones de las "leyes raciales" del III Reich) representaban menos del 11 %. Teniendo en cuenta que los votantes de la antigua Batasuna representaban incluso un porcentaje mayor del censo electoral, lo que realmente se deducía era que la existencia de 4.000 firmantes "contaminados" era perfectamente compatible con una hipótesis de firmantes aleatorios, y en nada sustentaba la pretensión del Fiscal de "concertación de voluntades".

Desde luego estamos asistiendo a una serie de prácticas que muestran un dudoso espíritu democrático. Hace nada más que unos días que en Francia y Holanda, en legítimo uso de la facultad de votar, se ha rechazado la llamada “Constitución Europea”. ¡Y el máximo dirigente británico ha insinuado que quizá se vuelva atrás en su intención de convocar un referéndum, no sea que se pierda! (Considérese este comentario no político sino humorístico.)

Y con sólo estas cartas cerramos la tanda de comunicaciones del trimestre. Algo parca, pero que nos permitirá evacuar muchas colaboraciones pendientes de publicación.

¡Hasta septiembre, amigos!

JMAiO

TRIANGULANDO TRIÁNGULOS

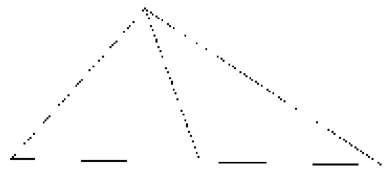
Se dice que en el frontis de la entrada a una célebre y ajardinada Academia de la Grecia clásica una leyenda bien visible vetaba el ingreso a los ignorantes de la Geometría.

Desgraciadamente hoy en día no habría problemas de aparcamiento frente a tan afamada institución, al ser norma general la ignorancia de la Geometría, cosa nada extraña dado que su estudio, en la forma en que la conocimos, prácticamente ha sido eliminado de los planes de enseñanza. Así puede ocurrir que un penoso político que ejerce en Navarra - tratando de mostrar lo inconveniente de que la enseñanza se imparta **en** *euskera* – pueda espetar la aguda observación de que en tal lengua ni siquiera existen palabras autóctonas para expresar conceptos como "*geometría*"; *"hipotenusa"*; o *"cateto"*.

Es sabido que los matemáticos profesionales hace mucho que dejaron de interesarse por objetos tan triviales como triángulos y cosas parecidas, abandonando la exploración de esos territorios a los simples aficionados....que desde hace dos siglos no hacen sino descubrir teoremas que curiosamente permanecían oficialmente ignorados. Si tiene, estimado amigo, la fortuna de descubrir o formular un teorema sobre Geometría clásica, que no aparece en los manuales oficiales, no se preocupe. Es perfectamente posible que sea realmente nuevo y pueda poner al final el clásico QED *("quod erat demostrandum")*. Y es igualmente posible que ya lo descubriera un respetable médico rural de Baviera, aficionado a las Matemáticas, en 1737 o en 1909.

DIVISIÓN EN TRIÁNGULOS ISÓSCELES.

Hace poco tuve en mis manos un encantador manual francés de Geometría elemental de finales del siglo XIX, con cuya lectura disfruté no poco. Entre los problemas propuestos me llamó la atención uno aparentemente trivial pero que me hizo pensar. Venía a decir: dibuje el alumno un triángulo isósceles que pueda dividirse en otros dos triángulos isósceles. Evidentemente el problema era sencillo, pero me llevó a plantearme el problema de forma algo más general. ¿Existiría un método para dividir un triángulo cualquiera en dos triángulos isósceles?



Lo primero que constaté fue que no siempre parecía posible dividir un triángulo de cualquier clase en dos triángulos isósceles, y ello me invitó a indagar las condiciones de existencia de tal división.

Para definir tales condiciones basta una serie de sencillos razonamientos sobre las tres únicas formas en que, aparentemente, parece posible dividir un triángulo en dos isósceles, o alternativamente en las tres únicas posiciones en que dos triángulos isósceles que comparten un lado pueden acoplarse formando una figura triangular. Se plantean una serie de ecuaciones lineales, que al limitarse a valores positivos, ofrecen unas soluciones que, en resumen, dicen que la división de un triángulo cualquiera en dos isósceles solo será posible si se cumple en el triángulo base **una al menos** de las siguientes sencillas condiciones:

a) El triángulo a dividir es **rectángulo.**
b) Existe al menos una pareja de ángulos uno de los cuales es **doble** del otro
c) Existe al menos una pareja de ángulos uno de los cuales es **triple** del otro

(En el caso especial de que el triángulo base sea también isósceles, como pedía el ejercicio citado, existen cuatro posibles combinaciones de ángulos que cumplen las condiciones señaladas, y que por tanto serán divisibles en dos triángulos también isósceles, cuyo cálculo dejaremos al lector.)

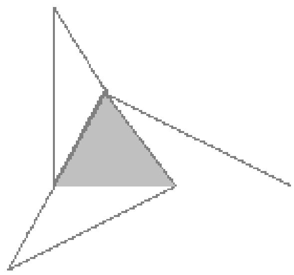
En definitiva, parece que si no se cumple alguna de las tres condiciones señaladas no es posible la división de un triángulo de la clase que sea en dos triángulos isósceles. Yo al menos hasta aquí he llegado. Llama la atención que las condiciones sean tan simples. Me parece absolutamente inverosímil que algo tan obvio no se haya tratado antes. ¿Alguien sabe algo de esto?

Por cierto: ¿será así de sencillo?; ¿no habrá otros casos distintos a los tres señalados en que la división sea posible?; ¿existe algún triángulo que admita más de una descomposición en dos triángulos isósceles; o la división es unívoca?

ACOPLANDO TRIÁNGULOS

Si en determinadas condiciones es posible dividir un triángulo en dos triángulos isósceles, también será cierto que, en determinados casos, dos triángulos isósceles ***podrán acoplarse*** para formar una figura triangular, sea o no isósceles.

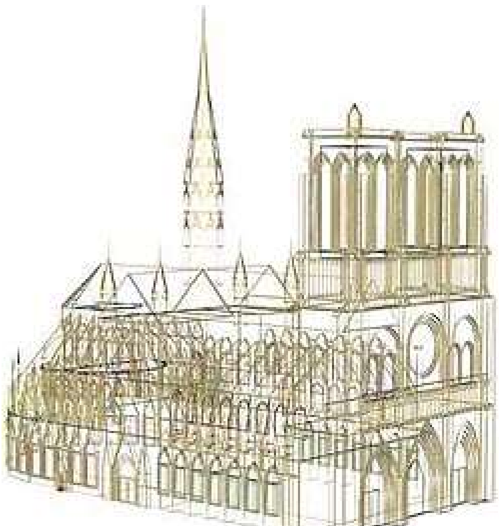
Es claro que para que dos triángulos puedan acoplarse será preciso que tengan al menos un lado de igual longitud, y que sus ángulos tengan valores apropiados. No es difícil encontrar estas relaciones, lo que dejamos al lector, pero lo interesante es destacar que cualquier triángulo isósceles tiene **tres triángulos isósceles asociados,** es decir tres congéneres cuyo acoplamiento origina una figura triangular, no necesariamente isósceles. Esto quiere decir que existen **conjuntos de cuatro triángulos isósceles asociados** entre sí por medio del que podría llamarse *"elemento común del conjunto"*. O lo que es lo mismo, que existen conjuntos de tres triángulos divisibles en dos isósceles que tienen un, llamémosle así, *"divisor común"*, que es isósceles.



Por supuesto podríamos preguntarnos por la división de triángulos en tres o en cuatro, o en **n** triángulos isósceles. ¿Alguien tiene la paciencia de determinar las condiciones para que un triángulo pueda dividirse en **n** triángulos isósceles?. Una pista: dado un número **n** finito, existe al menos un triángulo que permite su división en **n** triángulos isósceles. Es una consecuencia evidente de que, a través de acoplar sucesivamente triángulos isósceles, podemos construir un triángulo - no necesariamente isósceles - formado por la *"soldadura"* de tantos triángulos isósceles como queramos. El triángulo así formado será naturalmente divisible en **n** triángulos isósceles.

Doy por supuesto que todo esto es conocidísimo desde hace siglos, si no milenios, y el que yo no lo haya leído no significa otra cosa sino que me queda aún mucho que leer. Tampoco tengo la menor idea de si estas consideraciones carecen del menor interés, que es lo más probable, o si pudiesen ser piezas de alguna teoría significativa sobre grupos de triángulos o de ángulos, o de números, ya que no olvidemos que, en definitiva los triángulos son equivalentes a ternas de números (lados o ángulos) que cumplen ciertas restricciones. Una terna números positivos tal que uno de lo números sea igual a la suma de los otros dos será equivalente a un triángulo rectángulo. Las ternas tales que tengan, al menos, una pareja en la que uno de los números sea doble o triple del otro, representan los otros dos casos de triángulos divisibles en dos isósceles.

J. A. Echagüe



Definición de número natural

por Marcel Mañé

Definición de una cosa es la operación mental de decir qué es esta cosa, mediante la fijación de su concepto.

La definición descriptiva de una cosa es la expresión de la enumeración de las características de esta cosa.

Definición descriptiva de número natural:
1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, etcétera.

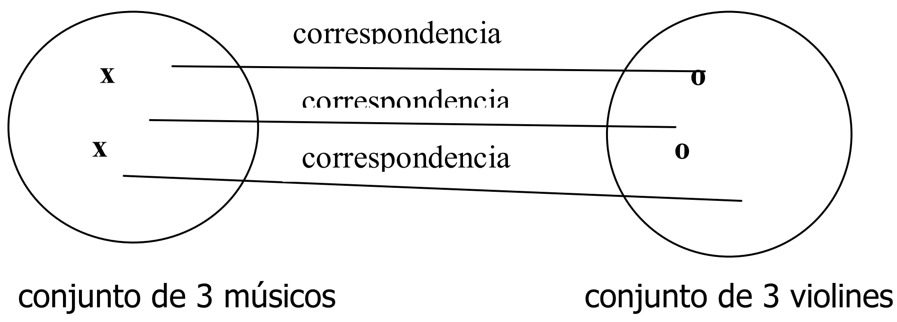
La definición esencial de una cosa es la expresión del conjunto al cual pertenece y de lo que distingue la cosa de los demás elementos del conjunto.

Para encontrar la definición esencial de número natural, distingamos primeramente los 2 ejemplos siguientes:
Ejemplo de número natural: 3
Ejemplo de número natural 3: un trío de músicos.
Un trío de músicos no es un ejemplo de número natural, sino un ejemplo del número natural 3. El número natural 3 no es lo mismo que un trío de músicos; el número natural 3 es lo que tienen en común todos los tríos y que los distingue de las parejas.

Un trío de músicos es un conjunto.
Una pareja de músicos es un conjunto.
Existe un conjunto cuyos elementos son parejas; por tanto, este conjunto es un conjunto de conjuntos.

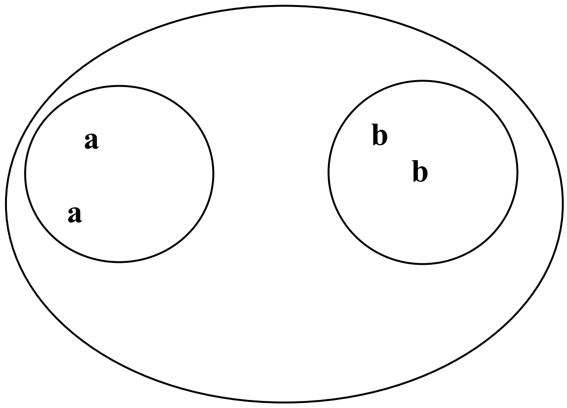
Convengamos en decir que un conjunto es similar a otro conjunto si a cada elemento del primero le puede corresponder un elemento del segundo, y si a cada elemento del segundo le puede corresponder un elemento del primero. Véase en la figura 1 un ejemplo de un conjunto de 3 músicos y un conjunto similar de 3 violines.

Figura 1



Véase en la figura 2 un conjunto de algunos conjuntos de tríos.

Figura 2



conjunto de algunos conjuntos de tríos

Si en la figura 2, en lugar de representar algunos conjuntos de tríos, representásemos todos los conjuntos de tríos, tendríamos un ejemplo de representación de un conjunto de conjuntos similares. Generalizando, podemos definir:

Número-natural-de-un-conjunto es el conjunto de todos los conjuntos similares entre sí. Por ejemplo, el número natural del conjunto de tríos.

Número natural es todo aquello que es conjunto de todos los conjuntos similares entre sí. O, si se prefiere: número natural es todo aquello que es número-natural-de-un-conjunto. Por ejemplos, el número natural 3, el número natural 4.

Para que una definición sea buena, debe cumplir los siguientes 4 requisitos:

1. Que la definición sea más clara que lo definido. La definición esencial antes expuesta no es más clara que lo definido, luego no es buena. Para cumplir con este requisito, es mejor la definición descriptiva del principio de este escrito que es la que suele emplearse. Pero dicha definición esencial es más rigurosa.
2. Que el nombre de lo definido no esté repetido en la definición. La definición esencial "número natural es todo aquello que es número-natural-de-un-conjunto" no parece a primera vista que cumpla este requisito; pero lo cumple, al igual que en el siguiente ejemplo:
Color-de-un-conjunto es el conjunto de todos los conjuntos cuyos elementos reflejan las mismas longitudes de onda de luz.
Color es todo aquello que es color-de-un-conjunto.
3. Que la definición lo sea de todas las cosas definidas y que no lo sea de ninguna cosa distinta. Este requisito se cumple, teniendo en cuenta que dentro de la definición no entra un número natural infinito.
4. Que la definición pueda sustituir lo definido. Este requisito se cumple, aunque entonces la definición es más confusa, tal como ocurre en otras definiciones. Diríamos entonces:
Número natural es todo aquello que es el conjunto de todos los conjuntos si a cada elemento de uno de éstos le puede corresponder un elemento otro de éstos, y si a cada elemento del segundo le puede corresponder un elemento del primero. No obstante es preferible el desglose en 2 definiciones: la de conjunto similar y la de número natural.

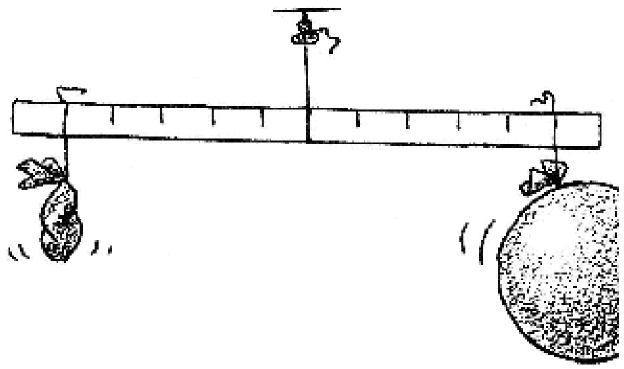
Nadie ha dicho que la definición esencial de número natural sea fácil de redactar. Si alguien conoce una definición mejor, sería de agradecer que la mostrase.

Algunos errores ingenuos en la Física

Es frecuente ver en los libros elementales de Física, para uso de los estudiantes de Secundaria, la perpetuación de algunos errores de interpretación, que confunden la descripción o la explicación de algunos fenómenos. Veamos hoy algunos ejemplos.

***

Demostración de que el aire pesa. Es ayudada con el gráfico de la figura. Se pone en un brazo de una balanza un globo hinchado, en el otro, un globo igual pero vacío. La balanza se inclina hacia el globo inflado, porque éste contiene aire; demostración clara de que el aire pesa.



Pero no es cierto que esto demuestre que el aire pesa. En efecto, el globo inflado, al desplazar un volumen mayor que el vacío, sufre un empuje hidrostático hacia arriba igual al peso de un volumen de aire igual al del globo.

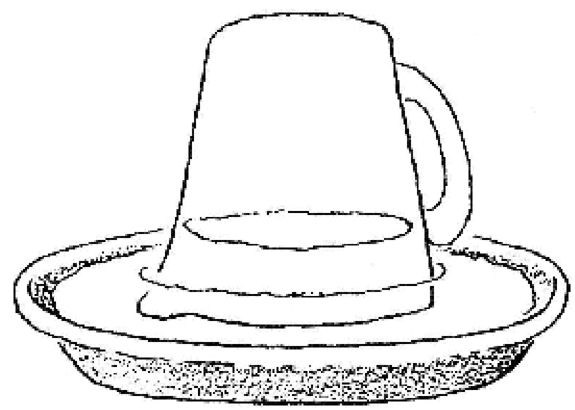
En realidad, si éste tuviera unas paredes muy finas, apenas se notaría la diferencia. Pero el globo inflado contiene aire a presión, cuyo peso es superior al del volumen de aire desplazado.

Por tanto, el experimento sólo demuestra que el aire pesa, pero es necesario aclarar que el aire en el globo inflado está a una presión superior a la atmosférica.

***

Demostración de que el aire contiene un 21 % de oxígeno. Se pone una jarra boca abajo en un plato lleno de agua. Ésta no penetra en la jarra, pero si introducimos en ella una vela y la hacemos arder, en cuanto se haya consumido el oxígeno el agua penetrará en el vaso, ocupando aproximadamente 1/5 del volumen de éste.

También esta demostración es falaz. El oxigeno se combina con el combustible de la vela, y en general producirá otros gases, que pueden suponer un volumen todavía mayor. Es más, éstos podrían ser solubles en el agua, de forma que es imposible predecir cómo se va a comportar el nivel de ésta.



Para hacer bien el experimento, debería situarse en el interior del vaso una sustancia (hierro muy caliente, por ejemplo), para que ésta se oxidara dando como resultado un producto sólido.

***

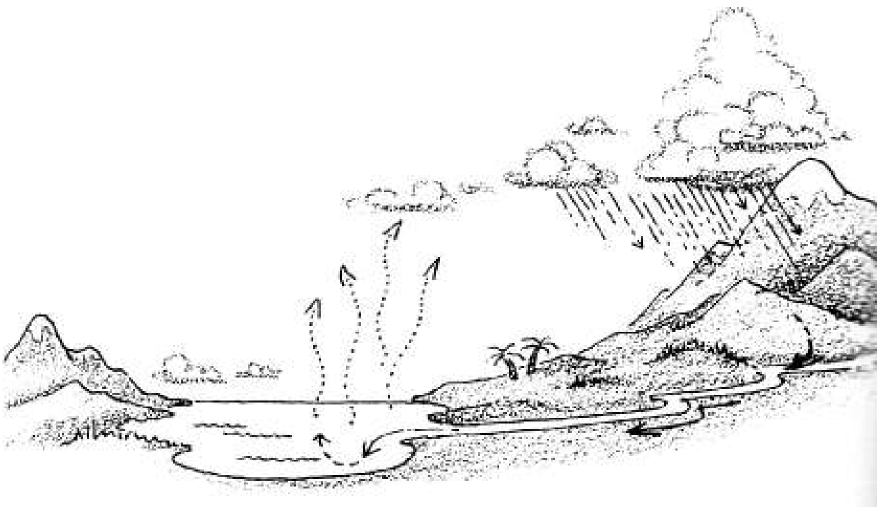
Demostración de la presión del aire. Si se llena una lata de agua, se cierra ésta y se hace un pequeño orificio en el fondo (con un clavo, por ejemplo). El agua no sale aunque el

agujero esté en la parte inferior, porque la presión del aire exterior se lo impide. Sólo saldrá cuando se quita el tapón.

En realidad, este experimento sólo funciona con agujeros diminutos, de unos pocos mm de diámetro como máximo. ¿Por qué? Porque el aire no puede salir en estos casos debido al menisco cóncavo que se forma. El experimento, más que demostrar la presión del aire, demuestra la tensión superficial del agua. Si el agujero es lo bastante grande, se alterna la salida de borbotones de agua con la penetración de burbujas de aire en el interior de la lata.

***

¿Qué son las nubes? El familiar gráfico del ciclo del agua que vemos en la figura induce a un error, en el que he visto caer incluso a profesores de instituto: creer que las nubes son vapor de agua.



No es así. El vapor de agua es incoloro, como el aire, y permanece mezclado con éste sin que se note su presencia visualmente. Las nubes son en realidad diminutas gotas de agua formadas por este vapor cuando la atmósfera sufre un enfriamiento. Las gotitas de agua son naturalmente atraídas por la fuerza de la gravedad, pero su reducido tamaño hace la caída tan lenta que ésta podría durar meses antes de llegar al suelo; además, la menor corriente de aire las hace subir y bajar, conque en la práctica permanecen estacionarias.

Solamente se produce la lluvia cuando otro ulterior descenso de temperatura condensa las gotas en otras mayores, capaces de caer a una velocidad apreciable.

JMAiO, BCN, ene 05

VIAJE A POLONIA

(Del 6 al 13 de mayo de 2005)

por Mariano Nieto Viejobueno

Viajamos Mamen y yo solos, con Viajes Halcón.
En el autobús que nos lleva hasta el avión, un Boeing 737, vemos 5 matrimonios jóvenes, de polaca y español, con sus niños; a la vuelta también vemos otro, y en la estación del tren en Varsovia se nos acercó un joven español que nos dijo que tenía una novia polaca. Creo que hay **polacas** que vienen a España a efectuar labores agrícolas (recogida de fresa en Huelva) y muchas de ellas se casan con españoles. Tal vez nos llamen la atención por sus cabellos rubios y sus bonitos ojos azules. No son feas.
En Varsovia nos alojamos en el **Hotel Intercontinental** de 5 estrellas, en el centro de la ciudad que ocupa un moderno edificio de 43 plantas, con piscina, jacuzzi, gimnasio, etc., nuestra habitación, en el piso 26, es confortable y llena de detalles (por ejemplo, ordenador, plancha y cafetera), el cuarto de baño además de bañera tiene una ducha independiente amplísima; una vez establecida la temperatura del agua, se regula el caudal con independencia de aquella.
Varsovia nos hace una impresión muy grata, es una ciudad llana como la palma de la mano, muy extendida, con amplias avenidas, espacios verdes y extensos jardines muy cuidados, muchos árboles entre los que predominan los **tilos**. La atraviesa el **Vístula** que discurre caudaloso por un suave valle que cruzan 5 ó 6 puentes. El aeropuerto, en obras de ampliación, está prácticamente dentro de la ciudad. Autobuses y tranvías son de diversos colores y tipos, viejos unos y modernos otros. Hay una sola línea de **metro** muy moderna. Por 7,20 slotis se puede sacar un billete válido para 24 horas y para cualquier medio de transporte (el cambio efectuado en los numerosos establecimientos llamados “**kantor**” era de 4 slotis por euro. Polonia tiene previsto entrar en el sistema euro el año 2009) Los billetes pueden obtenerse en los **kioscos** que abundan por toda la ciudad y que se diferencian de los españoles en que, además de prensa, venden tabaco, cosméticos, artículos de droguería, etc. Según me dijo mi amigo López Baños sloti quiere decir “dorado”. A los autobuses urbanos se sube y baja por cualquier puerta. Abundan los monumentos y las iglesias, estas muy frecuentadas y abiertas al público muchas horas; en casi todas entre la puerta y la nave, hay como una antecámara separada de aquella por una cristalera junto a la que hay un banco reclinatorio de modo que se puede ver el interior sin entrar, nos llamó la atención la calidad y robustez de los bancos de todas ellas.
El centro de la ciudad está dominado por el **Palacio de Cultura y Ciencia** un enorme y alto edificio, tipo tarta, regalo de los rusos; en sus cercanías están surgiendo una serie de bonitos rascacielos como el de nuestro hotel, el del Marriott, el del Bank Austria Credit, otro de ING, en construcción, junto a la estación central, con una curiosa cubierta ondulante de vidrio.
Varsovia, tras la retirada de los alemanes y la entrada de los rusos el año 45, quedó prácticamente planchada, sobre todo el ghetto. Casas, palacios e iglesias han sido reconstruidos, muchos, como el **Palacio Real** o el del **Presidente**, exactamente como eran antes de su total destrucción. Los pavimentos de calles y aceras dejan algo que desear, tras la frecuente lluvia hay que ir sorteando charcos. Los pasos de cebra están despintados.
La lengua polaca es **eslava** y la hablan unos 33 millones de personas. Lo primero que llama la atención en la lengua escrita es el abundante uso de las letras **w, y, k** y **z,** tan poco usadas en español. También choca la abundante presencia de signos diacríticos: la **n** con acento tiene sonido de **ñ**; la **s** con acento tiene sonido de **sh**, también pueden llevar acentos la **z** la **c** y otras**;** la **a** y la **e** con una patita tienen sonidos nasales de **on** y **in;** la **ł** cruzada por una raya suena como **u,** de ahí que Woitiła se pronuncie Woitiua. En un texto se puede encontrar una **w** sola, se pronuncia **ve** y significa **en**; también se puede encontrar una **z** sola que se pronuncia **she** y significa **con**, **de** o **desde** dependiendo del contexto. No existen los artículos y las palabras se declinan según siete casos, por ejemplo Chopin puede escribirse **Chopinowi**. Los nombres de los días de la semana y de los meses no se parecen en nada a los latinos, excepto

sobota, sábado y **maja**, mayo. Entrada es **wejscie** y salida **wyjscie** con acento sobre la s. **Do** y **od** significan **hacia** y **desde** respectivamente, etc.
Los retretes para señoras o **Damski** están señalizados con un círculo, y los de caballeros **Meski**, con un triángulo equilátero con un vértice hacia abajo.
En Varsovia no se ven tantas personas obesas como en España. Hay menos bares y cafeterías, y pocas librerías. Se come bien y los precios en general son más bajos que en España. Pese a la época de nuestro viaje hacía bastante frío y tuvimos que aguantar el paso de varios frentes lluviosos.
Hay unos cuantos personajes polacos universales a los que se da culto de alguna forma: **Copérnico**, junto al magnífico edificio de la Academia de Ciencias, tiene una bonita estatua de la que hay réplicas en Chicago y Toronto; el aeropuerto de Varsovia lleva el nombre de **Chopin** que también tiene otra estatua en el gran parque **Lazienkowski**; **Maria Curie** (Sklodowska) primera mujer a la que se otorgó el premio Nóbel y, por supuesto, **Jana Pawla II,** (Karol Woitiła) cuyo nombre lleva una gran avenida, tiene también una estatua al final de la escalinata de acceso a la iglesia de **Todos los Santos**, siempre con flores y velas a sus pies.
Los polacos son muy aficionados a poner flores y farolillos en homenaje a determinadas personas o hechos.
Durante los días que permanecimos en Varsovia hicimos una visita en autocar a la ciudad para tener una impresión general, y luego, por nuestra cuenta y en los medios de transporte locales, volvimos a explorar la ciudad. Entramos en varias iglesias, todas en edificios independientes con vistosas fachadas y torres, suelen estar abiertas y con gente devota. En la de la **Santa Cruz** vimos el lugar donde está depositado el corazón de **Chopin** traído a Varsovia por deseo del músico, y nos llamó la atención el altar de san **Judas Tadeo** junto al que había cientos de pequeñas placas de bronce con inscripciones de gracias y muchos collares como exvotos. En la de **Santa Ana** nos sorprendió su barroquísimo órgano.
En la ciudad vieja, "stare miasto", vimos la plaza del "**Castillo Real**", con la columna del rey **Segismundo III**, la plaza del mercado con la **sirena** símbolo de la ciudad, y la de la **campana**, próxima a una terraza desde la que hay una bonita panorámica del **Vístula**.
Comimos en el restaurante Senator donde un grupo numeroso de personas celebraban un bautizo, nos sorprendió que, pese a ser tanta gente comiendo y festejando, apenas hacían ruido, ¡qué diferencia con España!
Recorrimos algunos parques, el más céntrico es el **Saski;** en su extremo oriental linda con una gran plaza donde está la tumba del soldado desconocido bajo unas arcadas, únicos restos de un antiguo palacio. Por ser 8 de mayo se conmemoraba con una parada militar el fin de la guerra. En esta plaza se encuentra un anodino edificio debido a **Norman Foster**. El parque **Lazienkowski** es el más grande de Varsovia con casi kilómetro y medio de longitud, está atravesado por un largo lago en el que se encuentra el "palacio sobre la isla" cuidadosamente recuperado; también visitamos el pequeño **Jardín Botánico,** que está en un extremo de aquel, en el que hay bellos ejemplares de roble, haya, ginko, etc. los tilos (syringa) estaban abriendo sus flores cuando en Madrid las vimos ya mustias en el parque del Capricho. Otro parque próximo al anterior es el **Ujazdowski**, en el que hay una estatua de **Paderewski** y un laguito junto al que se encuentra esa preciosa haya de la foto.

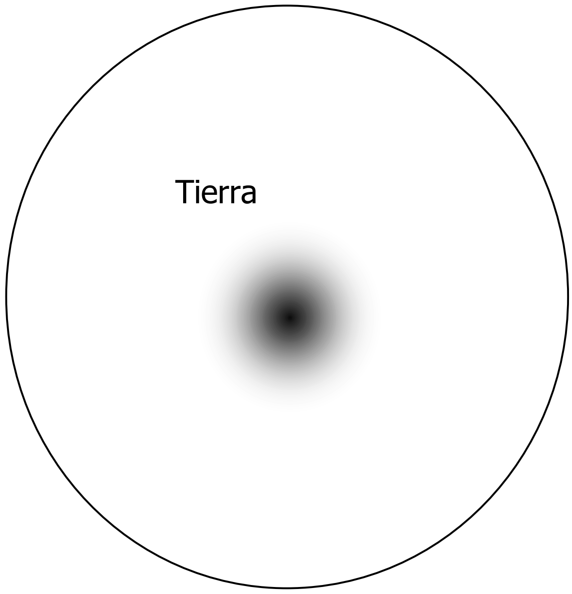
El día 7 por la tarde estuvimos en la ópera viendo **El lago de los cisnes**; aunque los decorados no valían gran cosa estuvo muy bien representada. El edificio es de grandes proporciones pero feo. El techo de la sala está decorado como una superficie lunar, llena de cráteres y con algún astro incrustado.
El lunes 9, temprano, emprendimos viaje en tren hacia **Cracovia**, son unos 300 km que se hacen en tres horas, aunque el tren era algo antiguo el viaje, tanto a la ida como a la vuelta, fue cómodo. Nos alojamos en el hotel **Atrium** próximo a la estación. Por la tarde visitamos las minas de sal de **Wieliczka**, declaradas por la

UNESCO Patrimonio Mundial, que están a unos 10 km de la ciudad. Se llega a los diferentes niveles por escaleras de madera bajando más de 500 escalones; visitamos algunas de sus 2040 cámaras excavadas por los mineros a lo largo de siete siglos. Lo que más me impresionó fue el recio entibado de algunas enormes cámaras y de los 250 km de galerías, hay allí enterrados verdaderos bosques. No daban ninguna explicación de tipo técnico, pero la guía sí nos contó la absurda leyenda de la reina **Kinga**.
Al día siguiente hicimos un recorrido por el casco antiguo de la ciudad que no sufrió los efectos devastadores de la guerra. Visitamos el **Museo Narodowe (Czartoryskich)** donde, entre otras bellezas, por ejemplo unos albarelos y un bargueño español, admiramos la **Dama del Armiño** de **Leonardo**.
En la basílica de **Santa María**, hacia el medio día, vimos la apertura de las dos hojas del retablo de **Stoss** que es una maravilla, está tallado en madera de tilo y tardó 12 años en esculpirlo. A la salida, mirando a lo alto de una de las dos torres de la iglesia, la que tiene un precioso capitel gótico, escuchamos el toque de trompeta súbitamente interrumpido. La leyenda dice que el centinela, habiendo vislumbrado a los Tártaros que se acercaban a la ciudad, avisó con un toque de corneta que no pudo terminar al ser atravesado por una flecha.
En la gran plaza frente a Santa María visitamos la **lonja de los paños** y la pequeña iglesia románica de san **Adalberto** (san Vojciecha) donde Mamen se dio un batacazo, por culpa de un mal iluminado escalón, golpeándose la cabeza, pese a que un aviso decía "**¡uwaga!**" (¡atención!)...
El resto del día, hasta las 7, hora de la salida del tren, continuamos viendo iglesias; la de los **Jesuitas** con su aspecto típico; la de **San Francisco** que tiene unas bellas vidrieras florales, junto a ella está el palacio episcopal frente al que los cracovianos depositan flores y farolillos (ver foto), en memoria de su obispo que luego fue Papa. Llegamos callejeando hasta el castillo **Wawel** situado sobre una colina a orillas del Vístula y de allí hasta la **Barbacana** y la plaza Matejki donde está el monumento a la batalla de **Grunwald** que, en 1410, polacos y lituanos ganaron a los alemanes. La parte vieja de la ciudad está rodeada de un anillo verde ajardinado. Cracovia ha sido declarada ciudad Patrimonio de la Humanidad, sin duda lo merece.
De nuevo en Varsovia continuamos nuestra exploración de la ciudad con intentos frustrados de visita al "mercado de las pulgas" (que sólo abre los domingos), y un paseo en barco por el Vístula, también frustrado tras una divertida peripecia para alcanzar el muelle de embarque. En la plaza del mercado entramos en el **Museo de la Ciudad** donde vimos un escalofriante documental, en español, sobre la destrucción de Varsovia; en una sala se exponía una curiosa colección de batutas, desde las más sencillas y ligeras a otras verdaderamente pesadas con una lira en su punta.

En la calle Muranowska vimos un singular monumento dedicado a los polacos muertos en occidente: un vagón de mercancías lleno de cruces. En una fachada nos llamó la atención una placa cobriza con inscripciones en español y polaco dedicada a **Ignacio Domeyco** (1802-1889) que llegó a ser rector de la Universidad de Chile, geólogo (da nombre a una cordillera en los Andes), etnógrafo, filareta y filomata. Estos dos últimos adjetivos nos dejaron un tanto desconcertados; tras consultar una enciclopedia descubro que **filaretes** era el nombre dado a los miembros de una sociedad secreta de estudiantes nacionalistas polacos fundada en 1820 por el poeta **Mickiewicz** (del que era amigo Domeyco) y que fueron perseguidos por los rusos. Lo de filomata no lo aclaro; parece ser que hay una revista editada en Cracovia con este nombre y también un liceo. Por supuesto **Mickiewicz** tiene sus respectivos monumentos en Varsovia y Cracovia.

Eclipse de Sol

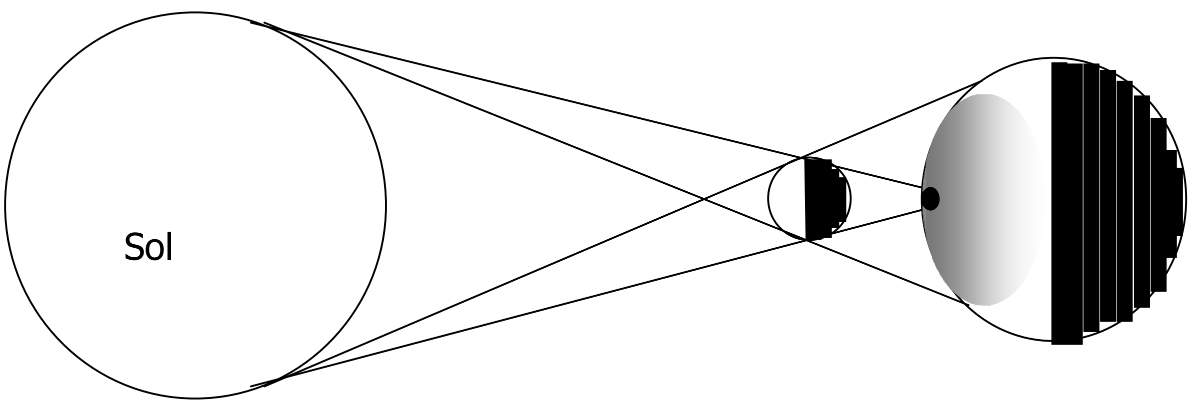
por Marcel Mañé



Esta figura (efectuada con Word) representa la Tierra vista desde la Luna durante un eclipse de Sol. Obsérvese que hay una zona de oscuridad total y alrededor una zona que pasa progresivamente de negro a gris de varios tonos hasta el blanco.

En los libros, la representación habitual es mostrando el Sol, la Luna y la Tierra de lado, con una líneas que indican la zona de oscuridad total y la zona de penumbra; no obstante, la zona de penumbra suele estar dibujada con un mismo tono gris sobre la Tierra, lo cual engaña porque no se ajusta a la realidad. Probablemente dicha representación falsa es debida a la dificultad de dibujarla bien. No he conseguido dibujarla por ordenador con Word ni con Paint. ¿Puede alguien conseguirlo?

Eclipse de Sol con penumbra

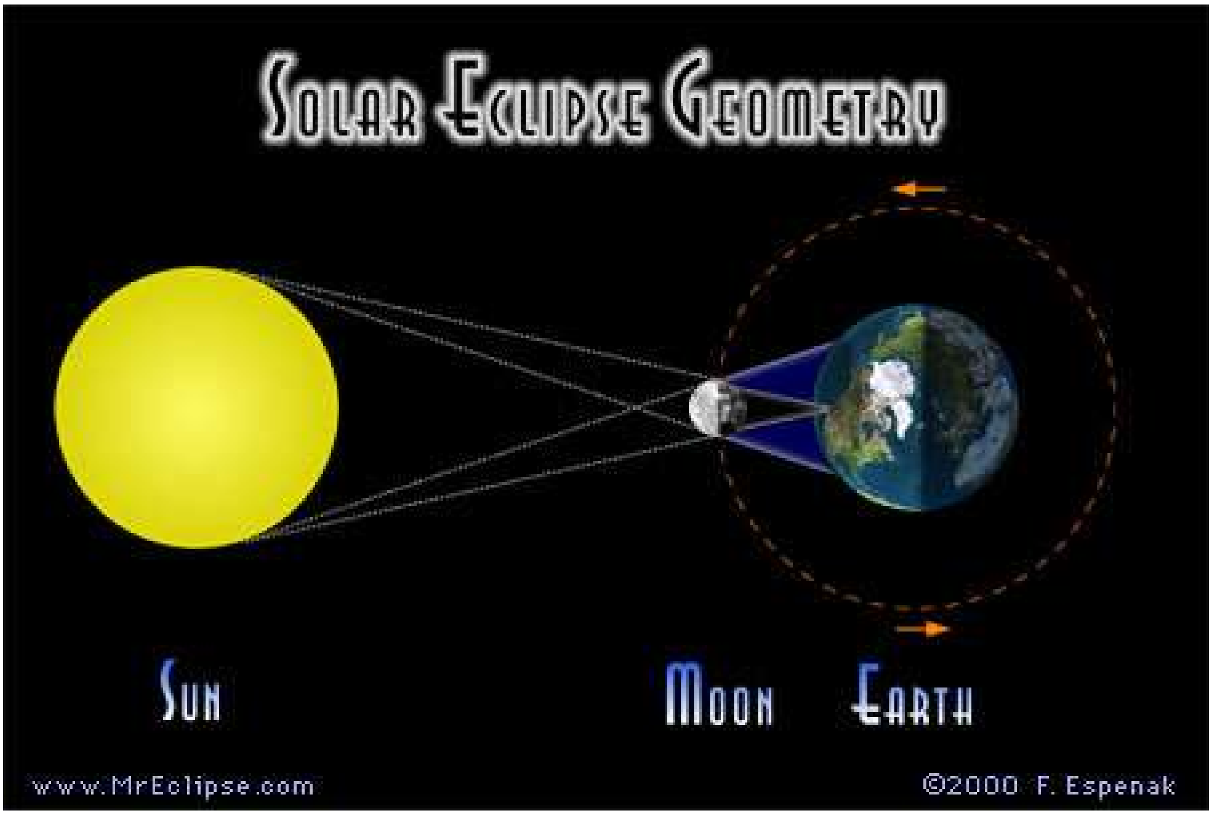


El dibujo anterior está hecho en Word, con dificultades y sin quedar tan perfecto como sería deseable. Los dibujos de estos eclipses en los libros suelen olvidar dibujar la penumbra o la hacen toda del mismo tono de gris; pero en realidad este gris debería estar degradado desde el negro hasta el blanco, un poco a semejanza con el dibujo anterior.

PRÓXIMOS ECLIPSES por JMAiO

Los lectores de [C] recordarán la gran ocasión del 11 de agosto de 1999, en que un eclipse total de sol pasó muy cerca de España. Algunos amigos nos acercamos hasta la vecina Francia para disfrutar del magno espectáculo.

Marcel Mañé me ha mandado unos dibujos de su cosecha, sobre el conocido croquis de un eclipse. Marcel observa que la mayoría de los que aparecen en libros y revistas son imperfectos, pues dibujan la zona de penumbra como si fuera uniforme, cuando en realidad ésta se va aclarando a medida que nos alejamos del centro de totalidad (si la hay), hasta confundirse con la luz.



Incluso la página de Fred Spenak sobre eclipses, http://sunearth.gsfc.nasa.gov/eclipse/, incurre en este error. Página, por otra parte, digna de ser visitada. En ella se encontrará todo tipo de información sobre las fechas de próximos eclipses, zonas de totalidad, desarrollo del evento, etc.

Resulta que tenemos uno muy próximo. Es anular, lo que ocurre cuando el cono de sombra queda corto en relación a la Tierra. Entonces se ve el Sol obstruido en su parte central por un gran anillo. Habrá un eclipse de este tipo en España el próximo 3 de octubre, que recorrerá desde Santiago hasta Alicante, pasando por Madrid. Los mensistas de esos lugares van a tener un bonito espectáculo. ¿Alguien de la zona catalana o valenciana se anima a acompañarme hasta la soleada Dénia para verlo?

El 29 de marzo de 2006 habrá otro eclipse total, pero hay que ir esta vez un poco más lejos. Hasta Turquía nada menos. Hace unos años estuve allí, siguiendo las huellas de san Pablo. Quizá sea el momento de repetir la experiencia, que tan grata fue.

EL CÓMPUTO DE LOS AÑOS EN DOCUMENTOS MEDIEVALES SEGÚN EL ESTILO DE LA ENCARNACIÓN DEL SEÑOR *(MOS PISANUS Y MOS FLORENTINUS),* Y SEGÚN EL DE LA NATIVIDAD

La determinación exacta de las fechas en períodos lejanos, como puede ser la Edad Media, comporta siempre cierta complejidad y su recta interpretación o no puede producir alguna situación incongruente, como se puso en evidencia en el artículo *Nacido en mayo y muerto en febrero del mismo año*, donde se ve que una determinada fecha puede adolecer de una indeterminación de un año, como consecuencia del momento de cambio de un año al siguiente, cambio que depende del sistema utilizado en este punto concreto, pues no todos los tipos de computar eran uniformes.

Unas observaciones del Archivero mallorquín Antonio Mut inciden en este tema, a propósito de una consulta a que fue sometido en marzo de 2005 sobre la fecha exacta de un documento expedido en el siglo XIII en uno de los territorios integrantes de la Corona de Aragón.

****

El denominado estilo de la Encarnación del Señor, propio de la datación o era cristiana, frente a otros sistemas más antiguos utilizados en algunos reinos de la Península Ibérica —cual la Era Hispánica, muy extendida, o también según el reinado de los Reyes francos como ocurría a veces en Cataluña la vieja por su inclusión en la Marca Hispánica—, presenta la particularidad de que el cambio de año se realiza no el 1 de enero, como se hace en la actualidad, sino el día 25 de marzo, en recuerdo a la Encarnación (asimismo de la Anunciación) del Hijo de Dios en el mundo. Prescindiendo de otros detalles, lo cierto es que en el año 1180, en un sínodo celebrado en Tarragona, por impulso de Alfonso el Casto de Aragón, el Arzobispo Berenguer prohibió fechar en adelante en los territorios cristianos orientales de la Península por los años de los Reyes de Francia y prescribió el uso de los años del Señor,

Esta nueva manera de fechar es fácilmente reconocible por su enunciado a través de fórmulas tales como *anno Domini, anno incarnationis Domini, anno Dominice incarnationis, anno ab incarnatione Christi y* alguna otra menos usual, como *anno trabeationis Domini,* aparte de su traducción a las nuevas lenguas romances o vulgares, como p. e., *any del Senyor, anno del Senyor* o algo así. Por tanto, para poder determinar a qué año de la datación actual corresponde la fecha de un documento expedido en los siglos medievales, según el sistema de la Encarnación, resulta esencial conocer con exactitud el enunciado de la fecha completa en el propio texto documental, a saber, el día, el mes y el año expresados.

La no observación de tales detalles ha inducido a más de un error entre los investigadores, máxime si se tiene en cuenta que, para mayor complicación, dentro del sistema, cómputo o estilo de la Encarnación hay dos modalidades, a saber, los llamados *mos pisanus* y *mos florentinus.* La diferencia estriba en que para los territorios donde se sigue la costumbre o estilo pisano, *el mos pisanus*, el año empieza en el momento mismo de la Encarnación, es decir, el 25 de marzo, lógicamente anterior en nueve meses al día de Navidad. Mientras que para quienes utilizan el *mos florentinus,* propio de Florencia, el año cambia también el 25 de marzo, pero el posterior a la celebración de nuestra Navidad,

Por tanto, habida cuenta de nuestro sistema vigente, en un documenta datado por el *mos pisanus*, para reducir el año al cómputo actual, si las fechas son entre el 25 de marzo y el 1 de enero, hay que restar un año. De manera que un 24 de marzo de 1257 por el estilo pisano corresponde a nuestro mismo año y fecha; pero un 25 de marzo de 1280 pisano corresponde al actual 25 de marzo de 1279, porque al llegar al 25 de marzo los pisanos entran en un nuevo año y en nuestro sistema actual no.

Pero en un documento datado por el *mos florentinus,* para reducirlo a nuestro cómputo actual, si las fechas van del 1 de enero al 24 de marzo, hemos de añadirle un año. Y así un 1 de enero de 1240 por el *mos florentinus* corresponde a nuestro 1 de enero de 1241; un 12 de febrero de 1240 florentino equivale a un 12 de febrero de 1241 actual; y el 25 *de* marzo de 1253 florentino es igualmente el 25 de marzo de 1253 nuestro, pues en dicho día 25 los florentinos cambiaban el año que nosotros ya habíamos iniciado el 1 de enero**.**

Un problema adicional ante un documento fechado por el *anno Domini* u otras fórmulas similares del estilo de la Encarnación, radica en saber si sigue el cómputo pisano o por el contrario el florentino. Y comoquiera que en el tenor documental no hay diferencia de expresión entre uno y otro, el único recurso consiste en estudiar o conocer dónde se aplicaba éste o aquél, y obrar en consecuencia.

Y sobre este tema se ha de indicar que en los territorios medievales de la Corona de Aragón imperó el sistema florentino. Ahora bien ¿se equivocaban alguna vez los Escribanos al datar los documentos? Resulta infrecuente que así fuera, pero no imposible. De hecho, hay casos dudosos, que sólo por otras vías, generalmente a través de un análisis histórico del tenor documental, se intentan resolver. Las normas diplomáticas no dan a veces la solución.

Otro momento a tener en cuenta en el modo de datar con referencia a un evento de la vida de Cristo, es cuando se substituye ya en el siglo XIV el sistema de la Encarnación por el de la Natividad, según el cual el año empieza el 25 de diciembre en conmemoración a su nacimiento como principio de contar los años. En este caso la fórmula documental empleada es la de *anno a nativitate Domini, anno nativitatis Domini, any de la nativitat del Senyor, anno del nascimiento de nuestro Sennor, año del nascimento de nuestro Señor* o *de nuestro Señor Jhesu Christo,* o alguna expresión dentro de esta línea. En todo caso, la *natividad o nacimiento son* mencionados de manera explícita.

De acuerdo con este sistema, los documentos datados entre el 25 de diciembre y el 31 de diciembre, llevan mencionado un año por delante de nuestro cómputo. Así el 26 de diciembre de 1415 por el estilo de la Navidad corresponde, al actual 26 de diciembre de 1414; pero el l de enero de 1482 según la natividad del Señor ya corresponde asimismo a nuestro 1 de enero de 1482. Y siguen coincidiendo hasta la próxima Navidad.

Respecto al nuevo sistema de la Natividad conviene tener presente que empezó a utilizarse en los territorios de la Corona de Aragón —substituyendo al de la Encarnación— en cumplimiento de una disposición de Pedro el Ceremonioso, por la cual el 25 de diciembre de 1349 pasó a ser el 25 de diciembre de 1350. Exactamente en esta fecha. Ahora bien, en el Reino de Valencia dicha orden no se cumplió hasta 8 años después.

Las cuestiones de datación en los otros Reinos hispánicos, como los de Castilla y León, de Navarra o de Portugal, van por otros caminos y conviene consultar algún Tratado *de Diplomática* o de *Cronología*, pues suelen variar de un Reino a otro.

Antonio Kent, marzo 2005

Buscando el 666 en π

En la dirección electrónica http://ciencianet.com/curiosidades.html se ofrece la posibilidad de buscar una cadena cualquiera de números dentro de la expresión decimal de π, hasta la cifra 200.000.000.

Cómo no, hemos buscado el 666, y es abrumadora la cantidad de veces que se repite. Añadiendo seises, la cadena se va haciendo más rara. El récord lo consigue la 666666666, que aparece por vez primera en la posición 45.681.781 contando desde el primer dígito tras la coma decimal (el 3 no cuenta). Ésta es la cadena, con los dígitos contiguos:

86731050497515079094 **666666666** 71734856294979983444

En 200.000.000 de dígitos, no se presenta el 6.666.666.666.

JMAiO, may 05

La capacidad del CD

De no ser por la inercia que representa el enorme arsenal de discos compactos de música que existen en la actualidad, los días del CD como memoria externa de fácil intercambio de los ordenadores personales estarían contados, al no resistir la comparación con el otro soporte digital que ya empieza a ser corriente, el DVD, y el nuevo recurso que comienza a despuntar, los discos externos de gran capacidad (algunos de los cuales, aunque caros todavía, superan el terabyte). El CD, por lo tanto, caería en desuso en pocos años —y es probable que así ocurra en el ámbito de los ordenadores, a pesar de lo dicho—, como está ocurriendo de hecho con el diskette, de tan dilatada vida que ya parecía inmortal, y que está cediendo ante las memorias sólidas tipo «pen drive» (conectables al puerto USB, las más corrientes albergan 64, 128 o 256 Megabytes, y no es raro que hagan a la vez las funciones de reproductores de música, grabadores de voz y hasta de radio FM). Las tarjetas tipo «Flash-Card» o «Secure-Digital», por ejemplo, son también competidores del diskette e incluso del CD regrabable: del tamaño de un sello de correos, su función principal es la de ampliar la memoria de agendas y máquinas fotográficas, pero hacen perfectamente el papel de soporte para el intercambio de datos entre ordenadores; tarjetas con 1 GigaByte de memoria empiezan a ser moneda corriente en el mercado de los artilugios digitales.

Vale la pena hacer un poco de historia de este buen amigo el CD, y preguntarse también por las razones que impusieron su capacidad de datos.

El CD, disco óptico digital, fue ideado en 1969 por el físico holandés Klass Compaan. En 1978, en un congreso (*Digital Audio Disc Convention*) celebrado en Tokio con la participación de 35 fabricantes, Philips propuso el establecimiento de un estándar mundial para dicho soporte. Al año siguiente se tenían listos y se demostraron prototipos de CD en Europa y en Japón, y en ese mismo año Sony estuvo de acuerdo con la fórmula de colaboración. Sony y Philips se comprometieron a utilizar la ratio de muestreo digital de 44 100 muestras por segundo y Philips, por su parte, aceptó la propuesta de Sony para utilizar muestras de 16 bits. Se decidió también que la duración máxima del disco debía ser de 74 minutos, y se adoptó un diámetro de 120 mm para el mismo. A continuación justificamos brevemente algunos de estos detalles.

En teoría de la información existe un teorema, debido a Nyquist, de expresión matemática algo abstrusa, pero que aplicado al área de la audición permite concluir que para evitar que la digitalización de una señal analógica (como es la del sonido) introduzca armónicos espurios, la frecuencia de muestreo ha de ser al menos el doble de la que corresponde al umbral del oyente. El oído de un adulto joven (no habituado a discotecas ni al empleo del walkman) puede escuchar frecuencias de hasta unos 22 mil ciclos por segundo. La edad y la vida en nuestras ciudades se encargan de lastimar rápidamente esa capacidad. De lo dicho resultan los 44 100 kHz elegidos como frecuencia de muestreo.

Por otra parte, consideraciones que tienen que ver con los decibelios permiten de modo semejante llegar a la conclusión de que para distinguir entre un «pianissimo» y un «fortissimo» (de nuevo el patrón es el adulto joven de oído no castigado), hace falta una información de al menos 16 bits, lo que implica una escala de 65 536 incrementos.

Los dos datos anteriores nos dicen, teniendo en cuenta la conocida equivalencia entre un byte y 8 bits, que cada segundo debe consumir una información de 44 100

× 2 bytes = 88 200 bytes. Un minuto de sonido con calidad musical representará por lo tanto 5 292 000 bytes ≈ 5 MB. (1 Megabyte= 1024, 1 Kilobyte = 1024 bytes). Así pues, para una duración de 74 minutos, la capacidad de información exigida será de unos 350 MB. Falta ahora añadir un detalle, que obliga a duplicar la capacidad del disco, y es la necesidad de disponer de dos canales para el sonido estereofónico. Llegamos así a la cifra de 700 MB, que es la que en general corresponde a la capacidad de los CD, tanto de música como los que se manejaban inicialmente en los ordenadores personales.

El diámetro de 12 cm. es una consecuencia de lo anterior y del estado de la técnica de grabación y de reproducción de la época. El estándar se ha conservado desde entonces, a excepción de algunas variantes pensadas para uso exclusivo en el ordenador (como el CD de 80 y hasta el de 90 minutos, o los CD regrabables de tipo magneto-óptico).

Queda por responder a una cuestión: ¿por qué 74 minutos? Aquí aparece la leyenda urbana, y podemos hablar de dos versiones.

Los primeros prototipos de CD tenían un diámetro de unos 115 mm, capaces de albergar unos 60 minutos de música. La recomendación para pasar a los 74 minutos de música, que exigían un diámetro de 120 mm provino directamente del presidente de Sony, Norio Ohga. Se cuenta que la razón fue su interés para que cupiera en un único CD la novena sinfonía de Beethoven, una de sus piezas favoritas. Se dice también que la exigencia se debió a la esposa de Akio Morita, otro de los altos cargos de Sony; también en este caso la razón aducida tuvo que ver con la novena sinfonía de Beethoven.

En otra de las versiones de la leyenda, de nuevo la novena sinfonía de Beethoven impuso su tiempo de duración. El director de orquesta Herbert von Karajan (que entonces grababa para la marca PolyGram, subsidiaria de Philips) tomó parte activa en la campaña de promoción del CD, y participó en la conferencia de prensa que Sony ofreció en Viena en 1981 para anunciar el prototipo de la compañía. La leyenda dice que se adoptó la duración de las grabaciones de von Karajan de dicha sinfonía con la Orquesta Filarmónica de Berlín. Lo cierto, sin embargo, es que casi todas las grabaciones modernas de la citada novena sinfonía (incluida la antes nombrada de Karajan) son unos minutos más cortas que los aludidos 74, de modo que no está claro que la decisión no tuviera que ver más bien con algo así como garantizar un cierto margen de seguridad, aparte de un redondeo en la cifra del diámetro del disco.

Para seguir con la historia del CD, diremos que en 1980 Philips y Sony propusieron el estándar definitivo del Compact Disc. La compañía Matsushita lo aceptó en 1981, seguida del *Digital Audio Disc Comittee*. Ese mismo año terminó la colaboración entre Philips y Sony.

En 1982 tanto Sony como Philips tenían productos listos para el mercado. En otoño se introdujo la tecnología CD en Europa y en Japón. En la primavera de 1983 se presentó en Estados Unidos. Naturalmente, junto con los CD se ofrecían los aparatos reproductores de los mismos.

En 1985 llegaron las unidades de CD-ROM al mercado de los ordenadores. Hasta 1996, año en que se presentó la tecnología de los DVD, el reinado de los CD fue absoluto.

Pedro Crespo, 30 octubre 2004

La ‘falacia del fiscal’

José F. Merino Merechán
Profesor de Dercho Constitucional
Revista *Otrosí*, No 63, enero 2005

En un Estado social y democrático de Derecho de plenas garantías efectivas que reconoce como derecho fundamental la presunción de inocencia (artículo 24.2 CE), resulta difícil que pueda producirse la llamada *falacia del fiscal,* ya que todo ciudadano es considerado inocente mientras no se demuestre lo contrario mediante pruebas ciertas e irrebatibles.

Ahora bien, todos los que nos dedicamos al ejercicio de la abogacía hemos observado en alguna ocasión que el juzgador goza de ciertos márgenes apreciativos sobre la rotundidad de la prueba de cargo predicable del procesado. Esto puede resultar más grave en aquellos sistemas judiciales en los que el jurado popular se erige como elemento determinante de la culpabilidad o inocencia del procesado.

En concreto, ha ocurrido ya en algunos juicios en Estados Unidos que el uso del cálculo de probabilidades como argumento para apoyar o negar determinadas acusa-ciones ha dado lugar a la llamada *falacia del fiscal,* siendo fundamental la habilidad del fiscal y de los abogados intervinientes en el proceso para plantear las cuestiones fácticas que afectan a la culpabilidad del acusado.

Se va a exponer un ejemplo sencillo de la denominada *falacia del fiscal.* Supongamos que en el escenario de un crimen se han encontrado rastros de sangre de un grupo sanguíneo que sólo se encuentra en el 1 % de la población. La policía, después de realizar las pesquisas correspondientes, detiene al sospechoso que resulta tener dicho grupo sanguíneo.

Abierto el proceso, el fiscal argumenta que si el sospechoso fuera inocente, la sangre tendría que provenir de otra persona, lo que sucede con probabilidad del 1 %. Por consiguiente, según el fiscal, la probabilidad de que el sospechoso sea inocente es justamente del 1 %; o, dicho de otra forma, hay un 99% de probabilidad de que sea culpable. Bajo esta burda argumentación, por raro que pueda parecer, cuando el acusado no se ha podido pagar un buen abogado, en determinados juicios ocurridas en Estados Unidos se ha llegado a esa errónea conclusión, al quedar seducido el jurado por la brillante oratoria del fiscal apoyada sedicentemente por una argumentación matemático-probabilística.

¿Dónde está el error del fiscal al formular tal acusación?

El fiscal confunde las probabilidades p(GS/I) y p(I/GS), donde I representa el suceso *ser inocente y GS* el suceso *tener el grupo sanguíneo en cuestión.* La evidencia es que el sospechoso tiene el grupo sanguíneo, es decir, se verifica GS, y hay que calcular p(I/GS), esto es, !a probabilidad de que, teniendo ese grupo sanguíneo, sea inocente.

Supongamos ahora que en la ciudad donde se cometió el crimen hay un millón de personas. El número de personas con el grupo sanguíneo GS es de 10.000, que se convierte en el espacio muestral para la probabilidad condicionada p(I/GS). Ahora bien, de esas 10.000 personas hay 9.999 que son inocentes (supo-nemos que hay un único culpable), con lo que p(I/GS) = 9.999/10.000 = 0,9999; o, lo que es lo mismo, hay un 99,99% de probabilidad de que el sospechoso sea inocente si la única prueba de que se dispone es el grupo sanguíneo.

Se ha de observar finalmente que bastaría con que la población que cumpla GS tuviera dos individuos para que el sospechoso tuviera el 50% de probabilidades de ser inocente. O, dicho de otro modo, para que este tipo de evidencias sean concluyentes por sí mismas debe verificarse que la población estimada que cumple GS se reduzca a 1, que será, evidentemente, el propio acusado.

Empero no puede rechazarse radicalmente el cálculo de probabilidades en los procesos judiciales, siempre que éstos tomen correctamente el espacio muestral, que es lo que sucede, por ejemplo, con las pruebas genéticas de ADN, que consiste en una combinación de cuatro ácidos fundamentales pero de una longitud tan extraordinaria que la probabilidad de que dos personas tengan el mismo código genético es nula. De aquí precisamente la contundencia de esta prueba.

El experimento y su interpretación

Los experimentos físicos no demuestran en principio nada: es el científico quien debe interpretarlos, libre de apriorismos, lo que no es tan fácil como parece, pues a menudo el experimento es diseñado para demostrar una teoría, y el experimentador está inclinado a ver en los resultados lo que la confirme.

James Burke nos da un curioso ejemplo de este tipo en su artículo *¿Qué encierra el nombre?* (*Investigación y Ciencia*, junio de 2001). En el siglo XIX la teoría corpuscular newtoniana de la luz se hallaba combatida por la ondulatoria, y los científicos se afanaban por imaginar experimentos que demostraran una u otra. El experimentalista victoriano William Crookes, defensor de Newton, diseñó el llamado radiómetro o molinete de luz, aparato que constaba de cuatro aspas pequeñas, ennegrecidas por hollín por uno de sus lados, sujetas a unos ejes cruzados que se balanceaban delicadamente sobre un vástago de acero que se sostenía en una copa. El conjunto se incluía en una campana de cristal en la que se había hecho el vacío.

Cuando se llegaba la luz al aparato de Crookes, las palas empezaban a girar, lo que todo el mundo (y, desde luego, el experimentador), atribuían al golpe de las partículas de luz contra las aspas negras, más absorbentes.

Pero el experto en fluidos británico Osborne Reynolds halló la verdadera explicación: lo que realmente sucedía era que, al calentarse la parte oscura de las aspas, se expandían y escapaban pequeñas cantidades de gas atrapadas en el hollín. Era el gas y no la luz lo que provocaba el impulso. Tras la demostración, el pobre Newton perdió uno de sus más firmes valedores. Peso a ello, todavía se ve en algunos libros de Física el dibujito del radiómetro de Crookes como "demostración" de la fuerza del "viento solar".

Si un experimento "demuestra" algo, siempre lo hace en función de unas asunciones previas, en el fondo, de lo que estemos "dispuestos" a aceptar. La luz, en sus trayectorias de refracción y reflexión, sigue siempre el camino más rápido posible, por lo que en principio sería perfectamente válido, hablando científicamente, definir el fenómeno así: "la luz escoge siempre el camino más corto". Pero, ¿no parece inaceptable una descripción que presupone una propiedades mágicas, por no decir inteligentes, en la luz? No, preferimos acogernos a otras explicaciones. Con ello no hacemos más que seguir implícitamente la norma de la navaja de Occam: elegir, entre dos explicaciones, la más sencilla posible (sobreentendiéndose "la que a nosotros nos parece más sencilla").

Un hombre de la Edad Media aceptaba tranquilamente que todo el Universo girara alrededor de la Tierra. A fin de cuentas, para su visión religiosa y providencialista, la explicación más "sencilla" era ésta. No ocurrió lo mismo en la Edad Moderna. La visión laica de la naturaleza imponía otros puntos de vista: la máquina del universo no estaba a nuestro servicio, sino que funcionaría igualmente sin nosotros. En realidad, las tesis copernicanas no triunfaron hasta que la humanidad estuvo dispuesta a aceptarlas, y para ello se había seguido un largo camino en la evolución de las ideas.

¿Quién sabe cuáles serán mañana las explicaciones científicas de fenómenos que parecen definitivamente asentados hoy? De hecho, Einstein ha introducido ya un nuevo punto de vista: a nosotros nos resulta suficientemente inteligible pensar que lo que se da en realidad en el movimiento de la Tierra es un fenómeno que puede ser descrito de ambas maneras: la medieval y la moderna.

JMAiO, Torredembarra, mar 05

Las ecuaciones de CosmoCaixa

CosmoCaixa, el nuevo Museo de la Ciencia de la Fundación «La Caixa» fue inaugurado el pasado 23 de septiembre de 2004, y pretende con fundamento ser uno de los museos más modernos de toda Europa en su género.

En las paredes interiores de su entrada figuran escritas treinta y cuatro fórmulas representativas de leyes fundamentales del mundo natural. Las reproducimos más abajo, precedidas de la leyenda que las acompaña. No podemos evitar poner un cierto reparo a un detalle: si de nosotros hubiera dependido, las ecuaciones de carácter genuinamente matemático —la 27 y la 30 pueden servir como ejemplos— no hubieran figurado en la lista, pues ello implica el profundo dilema, no resuelto, de si la matemática es una mera construcción humana o si por el contrario está ahí afuera, formando realmente parte del mundo natural, y nuestra tarea se limita únicamente a descubrirla.

◊◊◊◊◊◊◊◊◊◊

«No todo lo imaginable llega a ocurrir en la realidad. Los objetos y los sucesos reales tienen ciertas restricciones inviolables: las leyes de la naturaleza. Su conocimiento ayuda a cumplir con una vieja ilusión de los seres vivos: anticipar la incertidumbre. Las leyes se escriben con ecuaciones matemáticas, una relación entre las magnitudes relevantes (masa, energía, carga...) y sus cambios en el tiempo y el espacio. Una ecuación de una ley es tanto más fundamental cuanto mayor es su ámbito de aplicación. Una gran ecuación de una gran ley es como un poema, un concentrado de inteligibilidad y belleza.

Las grandes ecuaciones de la naturaleza

1. $H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \lg p_i$

Entropía de Shannon o información media de una fuente

2. $V = H.\ d$

Ley de Hubble para la expansión del Universo

3. $\partial_t \overline{X} = F(\overline{X}) + \Delta \overline{X}$

Ecuación de reacción-difusión

4. $\partial_t ps + div\, \vec{j}_s = \sigma$

Balance local de entropía para un sistema termodinámicamente abierto

5. $\lambda = \dfrac{h}{p}$

Longitud de onda de De Broglie

6. $\dfrac{1}{c^2}\dfrac{\partial^2 \psi}{\partial_t^2} = \Delta \psi$

Ecuación de ondas

7. $i\hbar \partial_t \psi = \overline{H}\psi$

Ecuación de Schrödinger, ley fundamental de la mecánica cuántica

8. $x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{v}{c}\right)^2}}; \qquad t' = \dfrac{t - \dfrac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \left(\dfrac{v}{c}\right)^2}};$

Transformaciones de Lorentz, ecuaciones fundamentales de la teoría de la relatividad especial de Albert Einstein

9. $\Delta S \geq 0$

Segundo principio de la termodinámica o ley del aumento de la entropía

10. $\Delta G = \Delta H - T\,\Delta S$

Ecuación de Gibbs o combinación del primer y segundo principio de la termodinámica

11. $\Delta U = Q - W$

Primer principio de la termodinámica o ley de la conservación de la energía

12. $(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi = 0$

Ecuación de Dirac, ley fundamental de la mecánica cuántica relativista

13. $\vec{F} = G\frac{m\,m'}{r^2}\hat{r}$

Ley de gravitación de Newton, una de las cuatro fuerzas fundamentales de la naturaleza (gravitatoria, electromagnética, nuclear fuerte y nuclear débil)

14. $E = \sigma T^4$

Ley de Stefan-Boltzmann o energía emitida por un cuerpo negro

15. $S = \frac{1}{4}\frac{k\,c^3}{G\hbar}A$

Entropía de un agujero negro

16. $R_{\mu\nu} - \frac{R}{2}g_{\mu\nu} = \frac{8\pi\,G}{c^4}T_{\mu\nu}$

Ecuación de Einstein, ley fundamental de la teoría general de la relatividad

17. $E = m\,c^2$

Ecuación de Einstein para la equivalencia entre energía y materia

18. $E = h\nu$

Cuanto de Planck

19. $\vec{F} = m\,\vec{a}$

Segunda ley de Newton. Regula el movimiento de cualquier cuerpo no cuántico y no relativista

20. $r_s = \frac{2\,G\,M}{c^2}$

Radio de Schwarzschild para un agujero negro

21.

$$\left.\begin{aligned} \partial_{\mu}\,F^{\mu\nu} &= j^{\nu} \\ \partial_{\mu}\,\tilde{F}^{\mu\nu} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

Ecuaciones de Maxwell, leyes fundamentales del electromagnetismo

22. $S = k\ln W$

Entropía de Boltzmann, expresión fundamental de la mecánica estadística

23. $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$

Función Gamma, una versión de la idea de factorial matemático para números complejos

24. $e^x = \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$

Suma de una serie matemática que para *x = 1* es el número **e**, base de los logaritmos neperianos

25. $x^n + y^n = z^n$

La ecuación de Fermat no tiene soluciones enteras para *n* mayor que *2*, como ha demostrado recientemente Wiles después de tres siglos de misterio. Para *n = 2* se obtiene el teorema de Pitágoras

26. $i = c\,r\,t$

Ley de interés simple

27. $e^{i\pi} = -1$

Fórmula de Euler. Curiosa expresión matemática en la que intervienen números de distintas familias: ***e***, número real trascendente, base de los logaritmos neperianos; ***i***, unidad imaginaria; ***π*** (pi), número real trascendente razón entre el perímetro y el diámetro de una circunferencia; y ***1***, la unidad natural

28. $I(p.p') = I(p) + I(p')$

La información es aditiva

29. $I(p) = -\lg p$

Información que se obtiene después de presenciar un suceso cuya probabilidad antes de ocurrir era *p*. Esta información se expresa en bits si el logaritmo es en base 2 (Claude Shannon)

30. $\sqrt{a.b} \leq \dfrac{a+b}{2}$
La media geométrica nunca es mayor que la media aritmética

31. $\Phi^2 = \Phi + 1$
Ecuación cuya solución es el famoso número áureo $\Phi = (1+\sqrt{5})/2 = 1{,}6180$, antigua y renombrada proporción estética

32. $H(X) - H(X/Y) = H(Y) - H(Y/X)$
Intercambio de información entre dos fuentes, *X* e *Y*

33. $\pi = \sqrt{\sigma \sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^2}}$
Suma de una serie matemática que converge en el número ***π*** (pi), razón entre el perímetro y el diámetro de una circunferencia

34. $\aleph_0 < c$
Números transfinitos de Cantor»

Pedro Crespo, noviembre 2004

Hubo un tiempo…

Hubo un tiempo en mi vida en que me creía...

...que los Reyes Magos traían juguetes a los niños buenos y carbón a los malos.

...que si bebías agua después de beber leche te ponías muy enfermo.

...que España se nos moría a golpes de hoz y martillo y vino a salvarla Franco, nuestro invicto Caudillo.

...que todas las mujeres, por serlo, eran débiles, virtuosas y candorosas.

...que todos los que llevaban un uniforme, fuera el que fuera, eran los buenos.

…que con un duro se podía salvar a un chinito o a un japonés.

...que cuando fuera mayor lo sabría todo.

...que en las casas malas sólo se bebía vino, se contaba y bailaba.

...que si era buen estudiante me haría mayor antes y sabría nadar.

...que los que llevaban sotana eran todos unos santos y por esto les besábamos la mano.

...que los pobres iban todos al cielo pero los ricos lo tenían muy difícil.

Pero lo que nunca llegué a creerme es que llegaría un día en que no creería nada de lo que estaba creyendo.

Albert Torres i Graell

BIBLIO MENSA

"Si tuviésemos una Fantástica, como hay una
Lógica, se habría descubierto el arte de inventar"
Novalis (1772-1801)

Hace unos años llegó a mis manos el cuento que viene después de este rollete. Se lo mandé a Javier Camuñez y me pidió que hiciera un comentario sobre el autor para que volviera a aparecer esta sección.

El autor del cuento es Gianni Rodari. Para la realización del comentario voy a basarme esencialmente en su libro titulado "Gramática de la Fantasía", el subtítulo es "Introducción al arte de inventar historias".

La profesión de Rodari es inventor de historias para niños y en este libro lo que hace es exponer sus herramientas para inventar historias fantásticas para niños e intentar ayudar a que las inventen ellos mismos.

El libro es un verdadero manual en el que hay expuestas un montón de técnicas y ejemplos para encontrar argumentos de una historia.

La labor de Rodari es digna de reconocimiento por el esfuerzo que supone analizar y extraer ciertas reglas y pautas de un proceso tan anárquico como es el creativo.

> “espero que estas páginas puedan ser útiles a quien cree en la necesidad de que la imaginación ocupe un lugar en la educación”

Para ilustrar la opinión y los objetivos de Rodari creo que basta con citar un párrafo del prefacio del libro:

"Yo espero que estas páginas puedan ser útiles a quien cree en la necesidad de que imaginación ocupe un lugar en la educación, a quien tiene confianza en la creatividad infantil; a quien conoce el valor de liberación que puede tener la palabra".

Hay también voces en desacuerdo con Rodari, Estas argumentan que muchas de esas técnicas conducen a historias que lían a los niños y dificultan la formación de sus escalas de valores. Por ejemplo: Cenicienta es una buena pieza que desquicia a su paciente madrastra y que les quita el novio a sus pías hermanastras...

Si quieren tener su propia opinión deberían leer a Rodari. Los dejo ya con el cuento que dio pie a todo esto.

PAÍS SIN PUNTA

GIANI RODARI (Cuentas por teléfono)

Juanito Pierdedía era un gran viajero. Viaja que te viaja, llegó una vez a un pueblo en el que las esquinas de las casas eran redondas y los techos no terminaban en punta, sino en una suave curva. A lo largo de la calle corría un seto de rosas y a Juanito se le ocurrió ponerse una en el ojal. Mientras cortaba la rosa estaba muy atento para no pincharse con las espinas, pero enseguida se dio cuenta de que éstas no pinchaban; no tenían punta y parecían de goma y hacían cosquillas en la mano.

—Vaya, vaya —dijo Juanito en voz alta

De detrás del seto apareció un guardia municipal sonriendo.

—¿No sabe que está prohibido cortar rosas?

—Lo siento, no había pensado en ello.

—Entonces, pagará sólo media multa —dijo el guardia, que con aquella sonrisa bien podría haber sido el hombrecillo de mantequilla que condujo a Pínocho al País de los Tontos.

Juanito observó que el guardia escribía la multa con un lápiz sin punta, y le dijo sin querer:

—Disculpe, ¿me deja ver su espada?

—¡Cómo no! —dijo el guardia.

Y naturalmente, la espada tampoco tenía punta.

—Pero, ¿qué clase de país es éste?—preguntó Juaníto

—Es el país sin punta —respondió el guardia, con tanta amabilidad que sus palabras deberían escribirse todas con letras mayúsculas.

—¿Y cómo hacen los clavos?

—Los suprimimos hace tanto tiempo; sólo utilizamos goma de pegar. Y ahora, por favor, déme dos bofetadas.

Juanito abrió la boca asombrado, como si hubiera tenido que tragarse un pastel entero.

—¡Por favor! No quiero terminar en la cárcel por ultraje a la autoridad. Si acaso, las dos bofetadas tendría que recibirlas yo. No darlas.

—Pero aquí se hace así, de esta manera le explicó amablemente el guardia. Por una multa entera, cuatro bofetadas; por media multa, sólo dos.

—¿Al guardia?

—Al guardia.

—Pero eso no es justo, es terrible.

—Claro que no es justo, claro que es terrible —dijo el guardia. Es algo tan odioso que la gente, para no verse obligada a abofetear a unos pobrecillos inocentes, se cuida mucho antes de hacer algo contra la ley. Vamos, déme dos bofetadas y la próxima vez vaya con más cuidado.

—Pero yo no quiero darle ni siquiera un soplido en la mejilla. En lugar de las dos bofetadas le haré una caricia.

—Siendo así —concluyó el guardia— tendré que acompañarle hasta la frontera.

Y Juanito, humilladísimo, fue obligado a abandonar el País sin punta.

Pero todavía hoy sueña con poder regresar allí algún día, para vivir del modo más cortés, en una bonita casa con un techo sin punta.

(Tomado de *Inmensa*, Revista oficial de Mensa Colombia, núm. 65).

EL NÚMERO TRES Y LA TAUROMAQUIA

Este guarismo es el que más preponderancia tiene en el mundo de los toros en el que juega un papel muy destacado. Tres son los toreros que generalmente intervienen en el espectáculo; tres las respectivas cuadrillas; asimismo tres los tercios; tres el número de veces que el toro ha de acudir al caballo y tres los rejones; tres los pares de banderillas que clavan los toreros en esta suerte, tres los componentes claves de la función: toro, torero y público.

Tres personas integran la presidencia: presidente, veterinario y asesor taurino; tres, por lo general, los que tocan clarines y timbales; tres los avisos que envía el presidente al torero; tres las partes en que se divide el ruedo: tablas, tercio y medios; tres el espacio habilitado para el público: tendido, grada y andanada. Tres son los cánones del toreo: parar, templar y mandar. Tres las partes fundamentales del traje de luces: chaquetilla, chaleco y taleguilla. Tres son también las mulillas que arrastran al toro al desolladero.

Esta presencia reiterativa del número tres se hace ostensible, curiosamente, en algunas dinastías toreras y empieza con Pedro Romero, máxima figura de todos los tiempos, que era el tercero de los hijos de Juan Romero. El gran "Gallito" era el tercero asimismo de los hermanos. También ocurre con Marcial Lalanda, Antonio Bienvenida, Luis Miguel Dominguín y Antonio Ordóñez. De aquí que este guarismo sea fundamental e histórico en la fiesta de los toros.

Álvaro Domínguez Gil.
Madrid, 13, septiembre, 2004.

85 = ES LA CONSTANTE DE UN CUADRADO MÁGICO DE 5X5 FORMADO CON 25 NºS CONSECUTIVOS DEL 5 AL 29.

5	**19**	**28**	**12**	**21**
27	**11**	**20**	**9**	**18**
24	**8**	**17**	**26**	**10**
16	**25**	**14**	**23**	**7**
13	**22**	**6**	**15**	**29**

Cualquier fila, columna o diagonal suma = 85

Acebrian mayo
2005

EL 85 Y LOS NUMEROS N = (354, 609, 864, 1431, 1941, 2196)

Observamos las relaciones siguientes:

1.- 85 × (Suma dígitos de cualquier N) – N = ± 666 (el número de la bestia)

85(3+5+4) – 354 = 666
85(6+0+9) – 609 = 666
85(8+6+4) – 864 = 666
85(1+4+3+1) – 1431 = -666
85(1+9+4+1) – 1941 = -666
85(2+1+9+6) – 2196 = -666

2.- La suma de cualquiera de los 3 primeros N con cualquiera de los 3 últimos es un múltiplo de **85**.

354	+2196	=2550	= **85** x 30
609	+2196	=2805	= **85** x 33
864	+2196	=3060	= **85** x 36
354	+1941	=2295	= **85** x 27
609	+1941	=2550	= **85** x 30
864	+1941	=2805	= **85** x 33
354	+1431	=1785	= **85** x 21
609	+1431	=2040	= **85** x 24
864	+1431	=2295	= **85** x 27

3.-

$$\frac{354 + 609 + 864 + 1431 + 1941 + 2196}{\text{Suma dígitos del numerador}} = \frac{7395}{87} = \mathbf{85}$$

Acebrian mayo 2005