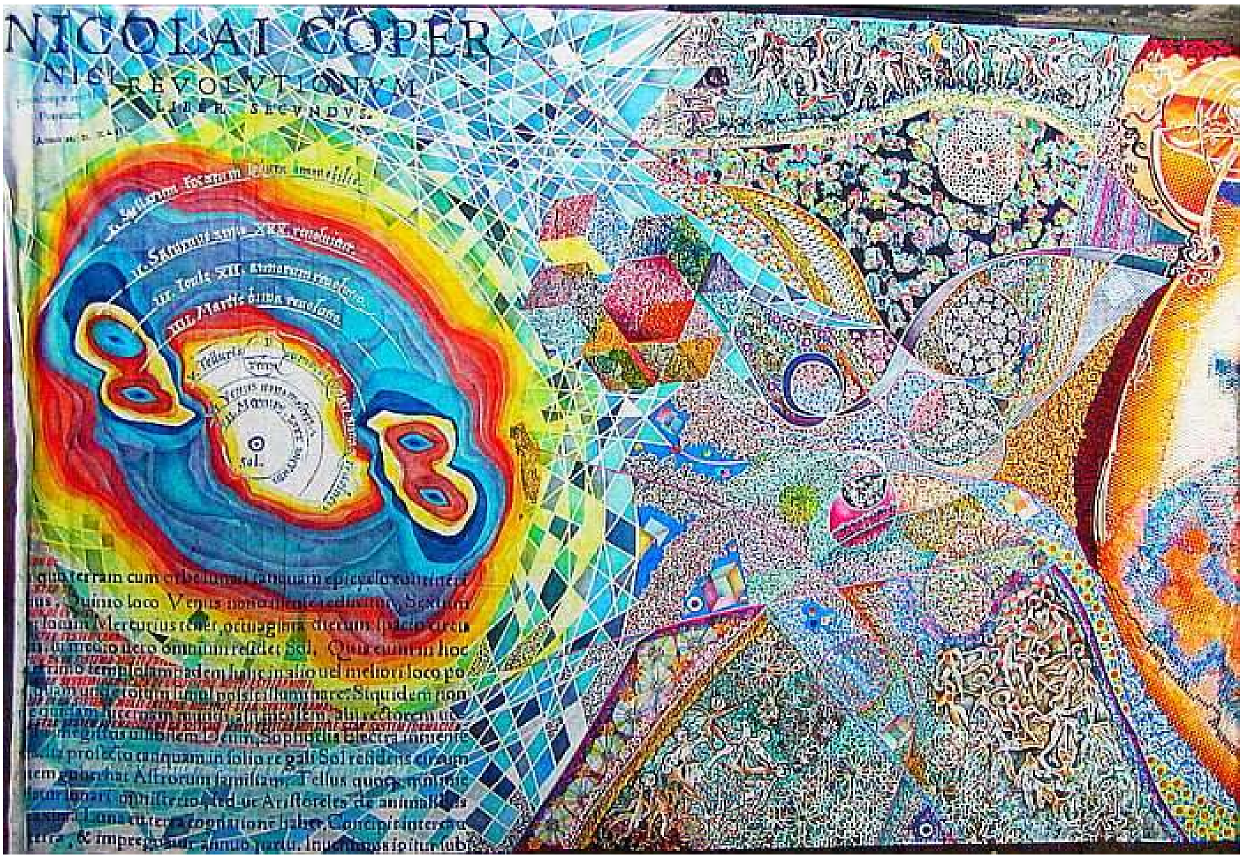


C-88

Carrollia, revista de Matemáticas Recreativas y Lingüística

Número 88, marzo de 2006

Dirección en la web: **www.mensa.es/carrollia**

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [**C**], es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.

Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

Josep M. Albaigès **www.albaiges.com**	**Francesc Castanyer**	**Pedro Crespo** **http://pedroweb.dyndns.org**

88 Compuesto, 23·11. Es la mínima temperatura registrada en la Tierra (Vostok, Antártida, -88,2º C, en 1922).

Existen, en Mitología, 88 argonautas censados. En poesía, el Ras-Samra opone este número al 77, al referirse a los descendientes del héroe. 88 es el número de las pasiones humanas malignas según el budismo.

En Astronomía, el cielo se divide en 88 constelaciones desde 1925, por acuerdo de la Unión Astronómica Internacional.

88 teclas hay en el piano.

En loterías la onomástica es abundante, como es costumbre en los números formados por dos cifras iguales. "Las mamellas", "las tetas de…" (alguien conocido), y, en barroquismo típicamente andaluz, "los bombos de la carraca, uno achuca y otro atraca, barriga de lata, barriga de corcho".

ÍNDICE

Portada: Fragmento del *Mural de los cuatro elementos* (Miguel Vivanco, Edimburgo). Remitido por este amable oyente del programa de RNE-1 *No es un día cualquiera*.

¡Más correo que nunca!

Ya en 2006. Dejamos atrás a Cervantes y entramos en Mozart. De genio a genio. El primero en escribir (en realidad, su carta llegó ya cerrado el [C-87]) fue Jorge Viaña, de La Plata (Argentina). Dice nuestro fecundo elaborador de *El Señor Quijote*:

Con un abrazo cordial, extensivo a Francesc, Pedro y todos los demás del grupo, te envío ésta, con el anhelo de que alcance a tiempo para C-87. [Ya hemos visto que no fue así]. Sus contenidos serán los que debía haber incluido en ESQ-S del año que ya termina (en el 2006, te enviaré esa mi modesta colaboración regularmente).

Comienzo, por lo tanto con la conmemoración anual: el IV Centenario de la primera edición del **Ingenioso Hidalgo** (que dio origen a ESQ) y, luego, algún comentario de noticias (cronológicamente tomadas): unas personales, otras del CARROLLSIG y también generales. Todas habrían estado incluidas en los cuatro ESQ.

El 2 de abril (feriado en Argentina, por las Islas Malvinas), murió el Papa Juan Pablo II y, poco después, fue electo el Cardenal Ratzinger, ahora **Benediktus der Sechszehnte** quien, además de mi conocida simpatía por los alemanes, era el candidato de mi predilección (por mi adhesión a sus ideas y personalidad). Al terminar junio, cumplí los 68 de edad cronológica (la edad mental corresponde a mi IQ-CI, que es bastante mayor...). En agosto, en la vigilia de la Asunción, el 14, a la hora del té (16 hs. 5 min.) nació nuestro primer nieto: Joaquín (Joachim, o Jochen, diminutivo alemán, intraductible). Por entonces, me llegó Carrollia, con el adjunto BOFCI de los epitafios (te agradezco por la presentación y te ofrezco, para el 2006, algunos en alemán —con traducción casera— por si te parece bien continuar con esa cátedra). Ahora estamos viviendo, con mi mujer, en el departamento donde comenzamos hace 32 años (en los dos últimos años —y medio— vivían acá los padres de Joaquín). Para correspondencia: jordanus19937@hotmail.com, que puedes incluir en la lista anual de carrollistas.

Por correo común te enviaré la tarjeta navideña (con sellos ídem muy buenos, para ilustrar tu sección Correo, aunque no creo que llegue a tiempo para C-87... será para el 2006). Reitero mi saludo cordial a todos, por Navidad y Nuevo Año.

Gracias, Jorge. Por desgracia no se recibió esa tarjeta navideña, y he tenido que suplir los sellos con otros de otros amigos. Me alegró tu carta, que por unos días no pudo ser enrolada en [C-87], donde por cierto se te aludía, y que espero te haya llegado sin novedad. Me alegro de que tengas un correo mail estable, esto nos permite la comunicación sin las inercias de costumbre. Se echa de menos ESQ, confío en él para marzo (el número 88 empieza a ya a ser importante); quizás puedas incluso mandarlo electrónico, y me ahorrarás el pase.

Aquí está terminando ya la conmemoración del IV centenario del Quijote, a la que he contribuido modestamente con un artículo sobre las “Claves en los nombres del Quijote”, que presenté en el Coloquio anual de Onomástica; los interesados pueden consultarlo en mi página web www.albaiges.com, sección de Onomástica.

Por cierto que esta página (que alcanzó las 100 000 visitas un día antes de cumplir el año de vida, el 9 de febrero) tiene infinidad de visitas desde que me ocupo de un programa radiofónico que trata de amenizar algo las matemáticas para el profano, pueden seguirse sus

andanzas en la sección “Matemáticas recreativas”. Como colofón de la emisión se propone un pequeño problema, al que responden con gran entusiasmo mis oyentes, está también en el mismo lugar:
http://www.albaiges.com/matematicas/matematicasrecreativas/problemasradio.htm; seguro que interesa también a los lectores de [C].

El otro pico de frecuentación de la página se había registrado hace unos meses, con motivo del fallecimiento de Juan Pablo II y advenimiento de Benedicto XVI, a lo que aludes. Puedes ver también los artículos que fueron más consultados en la sección “Religión”.

José Antonio de Echagüe, de Madrid, comenta a propósito de los “números interesantes”:

Me pregunto yo también si realmente existirán “números no interesantes”. Al parecer deben ser más bien escasos lo que, paradójicamente, los haría en verdad interesantes. ¿Realmente el 87 será el menor de ellos? Lo dudo, resulta que el 87 que empieza por ocho es, precisamente:

$$87 = 1+2+3+5+8+13+21+34$$

es decir, la suma de ocho términos consecutivos de nuestra querida y antigua amiga la Sucesión de Fibonacci. No es poco interesante.

Sí, hombre, pero... creo recordar que existe un teorema que dice que cualquier número es descomponible en suma de términos de Fibonacci. Claro que este caso es particularmente interesante, pues todos son consecutivos... pero falta el primero.

Alfredo Pérez Jiménez es un nuevo simpatizante de [C], captado gracias al programa de radio *No es un día cualquiera*. Además, papirofléctico insigne, como se vio en la portada de [S-69], con su juego de cuerpos platónicos decorados según modelos escherianos. Me remite esta carta:

Sobre los platónicos, me he llevado un pequeño sobresalto. Veo que los has hecho objeto de portada del 69 :-)) de SEMAGAMES ¡qué honor!, pero incluyes esta frase:

"...esa colección de poliedros regulares, obra de Alfredo Pérez Jiménez, que combina la eterna simetría de los cuerpos platónicos con el imaginativo contenido biológico de M. Escher."

que me pone un poco nervioso. Te adjunto una foto del libro que cito en el artículo, y verás que el aspecto de los poliedros ¡ESTÁ AHÍ! Lo que pasa es que esa publicación incluye unos recortables clásicos para construirlos, mientras que lo que hice con la colaboración de dos amigos, fue ingeniármelas para crear unas plantillas cuadradas de aspecto escheriano que plegadas según métodos papiroflécticos, produjeran el mismo resultado que los recortables. No necesito extenderme en qué es lo que me pone nervioso...

Hombre, Alfredo, seda tus nervios por mi comentario, que creo que responde a la realidad. Los griegos pusieron el concepto de poliedro regular, Escher la decoración y tú la realización práctica (has actuado como lo hago habitualmente yo, de “ingeniero”). De todos modos, para tranquilizar tu conciencia, reproduzco tu carta, escrúpulos incluidos.

Quizá nuestro más fiel y prolífico colaborador es Mariano Nieto, cuyas creaciones llevan disfrutando los lectores de [C] desde hace años. Dice en esta ocasión:

El último número de Carrollia me ha parecido estupendo. También el viaje por Italia, la verdad es que leyendo a José Mª dan ganas de seguir sus pasos. Desde luego esa zona es preciosa, pudimos comprobarlo en una pequeña incursión que hicimos desde Roma hasta **Tívoli** y **Subiaco**. Italia tiene muchos bellos laguitos que ni siquiera aparecen en los mapas a pequeña escala; uno de ellos, junto a Nápoles, y que ocupa el cráter de un antiguo volcán extinto, tiene el inquietante nombre de **Averno** que al parecer deriva del griego **aornos** “sin aves” pues las emanaciones impedían el vuelo de los pájaros sobre sus aguas provocándoles la muerte.

Por cierto —aparece aquí mi implacable caza de gazapos— mencionas “una conducción mediante acueductos de agua”; la cosa parece un pleonasmo pues los acueductos siempre conducen agua, aunque está claro que te refieres a la conducción.

Con el problema 2 de vuestra felicitación fallé estrepitosamente, lo que demuestra mi escaso conocimiento del catalán, ¡sólo acerté el pi! Bueno, pero ahora ya sé cómo se llaman el olmo, chopo, haya y abedul.

Respecto al problema 4 he aquí un comentario con ganas de buscarle tres pies al gato: si la solución es que “no en té cap”, la afirmación de Carla diciendo que **tiene** menos, parece ser la única cierta, como exige el enunciado. Pero yo me pregunto si “**no tener**” es **tener** menos; pienso que **tener menos** es **tener algo**, pero de ninguna manera **no tener** nada. Mas si el Albert “no en té cap”...

Tras leer el artículo de Crespo sobre la cámara oscura, me explico las curiosas proyecciones del eclipse sobre el césped del Retiro que te envié, análogas a la de la foto de la portada de Carrollia.

Celebro que te gustara mi artículo sobre Italia; para mí fue un apasionante descubrimiento que este bellísimo país guarda infinidad más de objetivos que los consabidos Roma, Venecia, Florencia, etc. Con ser éstos valiosísimos, no agotan las posibilidades de una tierra a la que pienso volver muchas más veces. Lo recomiendo.

Ahora pasemos a tus denunciados gazapos. Desde luego los “acueductos de agua” es un flagrante pleonasmo, nunca se acaba de repasar bastante los artículos. Lo he corregido en el original.

En cuanto a los problemas, en el envío de Christmas incluí una traducción castellana para los no catalanoparlantes, aunque me temo que en algunos casos ésta fue omitida; mis disculpas. El acertijo sobre los árboles monosilábicos es un clásico en el folclore catalán, aunque suele limitarse a *pi-om-xop*. Yo añadí dos más, y todavía pude haber puesto un tercero (*poll*, forma contracta de *pollancre*, chopo), pero me pareció que con pedir cinco la cosa ya estaba bien. No te acomplejes pues; los añadidos por mí eran algo rebuscados (*beç* es una variante poco usada de *bedoll*, abedul). En la traducción castellana, sustituía este problema por otro, que te invito a resolver:

> Hallar una palabra de doce letras que pueda mecanografiarse usando sólo la mano izquierda. Lo mismo con nueve letras y la mano derecha.

La solución, en mi página web, sección de Matemáticas.

Y ahora pasemos al más interesante de los que denuncias: ¿Tener menos presupone tener algo? No desde el punto de vista matemático, posiblemente sí desde el coloquial, como dice Alicia, incluso mosqueándose un poco, cuando en la “reunión alocada” el Sombrerero le pregunta si quiere más té, y ella contesta: “¿Cómo que si quiero más? ¡Si no he tomado nada!” En todo caso, el análisis de las oraciones de este tipo ha llevado a los lógicos modernos a revisar las formas clásicas del silogismo para suprimir dos de ellas (no recuerdo ahora cuáles, ¿alguien puede echar una mano?) por el absurdo que supone predicar propiedades en algo que no existe. De todos modos, pienso que la duda surge del hábito gramatical de la doble negación: “no tener nada” debería decirse, en realidad, “tener nada”, como hacen en inglés.

Escribe Rodolfo Franco, poeta brasileño radicado (por ahora) en Mérida:

Por aquí llevo una vida muy activa, entre otras cosas coordino la ANTIESCUELA, un ciclo cultural heterodoxo que me tiene entusiasmado. Quedé con J. Lladó de representar el CPI en el EDITA 2006. Encuentros Int. de Editores independientes, ya te lo contará.

Rodolfo Franco, bien conocido de carrollistas y semagamistas, es “antropólogo de formación, diseñador gráfico de profesión, poeta de vocación, además tiene la pretensión de llegar a mago”.

Obra tanto en español como en portugués desde varios frentes: formas clásicas, haikus, poemas concretos, poemas visuales, poemas objeto, performances, canciones, y practica procedimientos ludolingüísticos como los palíndromos y los anagramas. Por ello merece un destacado lugar en [C] y en [S], en ambas publicaciones de este trimestre se publican muestras de su obra.

En todo caso, Rodolfo ha llevado la representación de [S], [B] y [C] a la feria EDITA, donde se dan a conocer los editores de revistas minoritarias como la nuestra. Esperemos que esto redunde en el conocimiento de todas nuestras publicaciones.

Nueva carta de Mariano Nieto, que se refiere al problema de los ordenadores portátiles, expuesto en la radio (véase http://www.albaiges.com/matematicas/matematicasrecreativas/problemasradio.htm):

Te escuché esta mañana. En el problema de los ordenadores se dice: “si pierdes perderás tu portátil...” Así es, pero aunque sea el tuyo no deja de ser el más barato; tanto si ganas como si pierdes será siempre el ordenador más barato.

Ahí va este problema para Carrollia: Alrededor de una gran mesa circular se sientan 40 comensales ocupando toda su circunferencia de forma equidistante; la mitad son negros la otra mitad blancos. La ocupación de los asientos se hace al azar. Demostrar que siempre existe un diámetro que deja a cada lado de la mesa igual número de comensales blancos y negros.

Has presentado el problema de los portátiles de una manera muy elegante; yo le di muchas más vueltas en mi libro “¿Se atreve Vd. con ellos?”.

El problema de los 40 comensales es fácil: tracemos un diámetro cualquiera y contemos los que quedan a un lado; sean B y N; B’ y N’ los del otro lado. Si B = B’ también será N = N’, y ya está demostrado. Si no, vamos girando unidad por unidad el diámetro; cada vez B (y N) variaran en 0, 1 ó -1 unidades. Si es D = B – N, cuando se haya dado media vuelta, llegaremos al valor –D. Por tanto, éste habrá pasado por 0. La demostración es muy parecida a la de que toda función continua que tome valores opuestos en un intervalo se anula en un punto de éste.

De todos modos, Mariano presentó una solución homomórfica:

Supongamos ahora que la mesa en vez de ser circular, es rectangular, muy alargada y que los comensales están sentados a un mismo lado. Éstos sólo pueden abandonarla por los extremos libres. Demostrar que hay una estrategia de abandono que permite que queden sentados 10 negros y 10 blancos.

Se puede asimilar el problema al de un móvil que recorre todos los caminos posibles de longitud mínima desde un vértice A de una retícula al opuesto B, pasando de cada nudo a otro más próximo. Las bolas podemos figurarlas por desplazamientos horizontales o verticales del móvil según que las bolas ensartadas sean rojas o azules.

Como los números de desplazamientos H y V son iguales, la retícula es cuadrada y de dimensiones 2n x 2n.

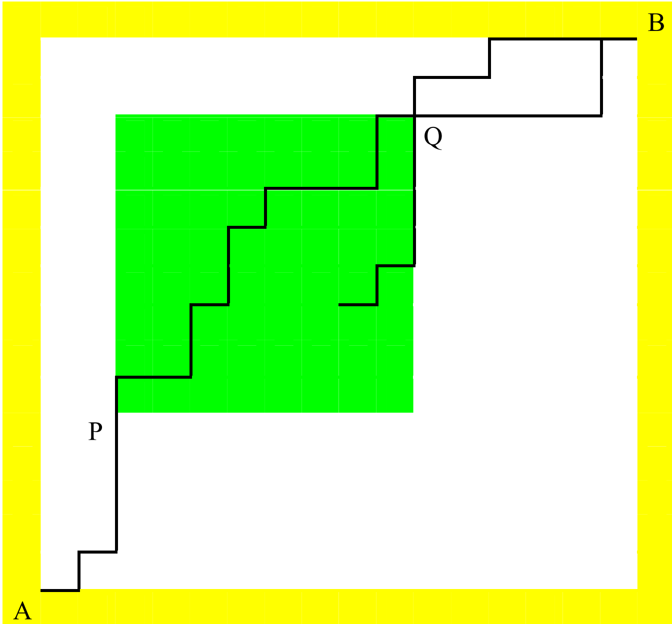
El trayecto PQ de las 2n bolas que queremos encontrar, es la diagonal un cuadrado interior de la retícula de dimensiones n x n.

Imaginemos ahora una traslación de 2n movimientos unitarios en la dirección de la diagonal AB de la primera parte del trayecto. Después de la traslación P pasará a estar en Q, final del tramo buscado. Se esto se deduce el modo de determinar el tramo buscado:

1º Se dibuja el itinerario completo.

2º Se traslada la poligonal formada por los 2n primeros nudos 2n lugares en dirección paralela a la diagonal AB.

3º Los puntos en que se crucen la trayectoria total con la trasladada son extremos de la solución.



Nuestro co-editor Pedro Crespo, de Barcelona, aporta su habitual nota de humor:

> El área de un cuadrado es el lado al cuadrado.
> Sin embargo, el área de un triángulo no es el lado al triángulo.
> Para que luego digan que las matemáticas son lógicas
>
> Es de Perich.

Por mi parte, se me ha ocurrido a veces pensar que, igual que medimos las superficies en "metros cuadrados", podíamos medirlas también por ejemplo en "metros triangulares", comparándolas con la de un triángulo equilátero de lado unidad. Claro que entonces el cálculo de áreas sería un poco más complicado. Por ejemplo, el área de un rectángulo podría ser base × altura y por el coeficiente 0,866 (¿se adivina por qué?). El guasón maestro de mi pueblo, cuando nos explicaba el cálculo del área de un rectángulo, decía con sorna: "Antiguamente, para medir un campo había que andar con una madera cuadrada de 1 m^2 e irla superponiendo sobre el terreno. Todo el mundo quedaba deslomado. ¡Pero gracias al que inventó esta fórmula, podemos ir hoy con el espinazo derecho!"

Miguel Ángel Lerma, actualmente en Chicago, plantea una interesante cuestión:

Alguien me propuso recientemente este problema. Una aerolínea tiene la regla de que las suma de las tres dimensiones (ancho, largo, alto) de una maleta no debe exceder 100 cm. ¿Es posible hacer trampa colocando una maleta cuyas dimensiones suman mas de 100 cm dentro de otra maleta que cumple la regla?

En otras palabras, supongamos que dentro de una caja de dimensiones a, b, c, hay otra caja de dimensiones a', b', c'. ¿Es posible que a'+b'+c' > a+b+c?

(Por supuesto la caja interior no tiene por que tener sus lados paralelos a la caja exterior; en ese caso la respuesta seria trivial).

Tras un cruce de correspondencia, ofreció la solución al problema:

En el análogo bidimensional, dos rectángulos de dimensiones a por b y a' por b' respectivamente, el segundo dentro del primero, es fácil ver que no es posible tener a + b < a' + b', porque

$$(a + b)\,2 = a^2 + b^2 + 2ab = d^2 + 2S$$

donde d = diagonal y S = área del rectángulo a por b. Así que la prueba se reduce a observar que la diagonal y el área del rectángulo interior no pueden superar las del rectángulo exterior. Mi prueba para el caso tridimensional es análoga a esta, pero la del profesor Kornfeld (el ruso que me propuso el problema) es completamente diferente, y en un sentido más ingeniosa (en realidad la prueba no es original suya, creo que el la encontró en algún otro sitio). En el caso bidimensional su prueba (de imposibilidad) sería como sigue. Tomemos el rectángulo a por b y "engordémoslo" añadiéndole los puntos del plano que distan de él a lo sumo una cantidad r dada. Esto equivale a añadir a cada lado una banda rectangular de anchura r, mas un cuarto de círculo de radio r a cada vértice. Consecuentemente el área del rectángulo crece en una cantidad:

$$2ar + 2br + 4\pi r^2/4 \;=\; 2r(a + b) + \pi r^2$$

Por tanto su área total será

$$S_1(r) = ab + 2r(a + b) + \pi r^2$$

Haciendo lo mismo con el rectángulo interior a' por b', obtenemos

$$2ar + 2br + 4\pi r^2/4 \;=\; 2r(a' + b') + \pi r^2$$

Área total:

$$S_2(r) = a'b' + 2r(a' + b') + \pi r^2$$

Obviamente el "rectángulo" engordado interior seguirá dentro del "rectángulo" gordo exterior, por lo tanto la diferencia de áreas será positiva independientemente de cuán grande sea r:

$$S_1 - S_2 \;=\; ab - a'b' \;+\; 2r[(a + b) - (a' + b')] \;>\; 0$$

Pero si el término entre corchetes fuera negativo, la expresión se haría negativa para un valor lo bastante grande de r. Contradicción.

Las dos pruebas se generalizan a tres (y probablemente más) dimensiones, pero la prueba de Kornfeld es más fácil de ver en el caso tridimensional, la mía requiere algunas consideraciones adicionales sobre el área total de un poliedro convexo.

Habló también sobre el problema de las mechas, visto en un anterior número (también en mi página web):

El de las mechas irregulares que arden en una hora me hizo preguntarme si hay otros intervalos de tiempo que se pueden medir aparte de los obvios. Por ejemplo ¿es posible medir 15 minutos con una sola mecha de 1 hora?

Si uno esta dispuesto a poner energía en ello resulta que sí es posible, basta encender la mecha por los dos extremos y también por el centro. Lo más probable es que una de las dos mitades de la mecha se consuma más rápido que la otra, pero en ese caso lo único que hay que hacer es prender inmediatamente el otro tramo por su centro tan pronto como una de las dos mitades se haya consumido. Mientras haya cuatro puntos de combustión la mecha se estará consumiendo 4 veces más rápido de lo normal y durara 1/4 de hora. En teoría quizás tengamos que reencender la mecha un número infinito de veces, lo cual en la práctica es imposible, pero nadie aspira a medir el tiempo con precisión infinita, el método proporciona una manera de medir 15 minutos dentro de cierta precisión razonable. Nótese que el número de puntos de combustión no tiene que ser par si se nos permite apagar uno de los extremos, por ejemplo encendiendo la mecha por un extremo y por el centro tendremos 3 puntos de combustión. Si el tramo con un solo punto de combustión se consume primero, entonces podemos apagar un extremo del otro tramo y prender el centro, y seguiremos teniendo 3 puntos de combustión, así que podemos usar el sistema para medir 1/3 de hora = 20 minutos. Con una sola mecha podemos medir cualquier fracción 1/n de hora usando n puntos de combustión. Fracciones de hora más complicadas se podrían medir usando varias mechas y expresando la fracción deseada como suma de fracciones egipcias.

Sobre el tema de las dos mechas también había fantaseado yo. Jugando a encender por un lado o los dos, y reemprendiendo oportunamente algunos encendidos cuando algunas mechas se consumen del todo, llegué a la conclusión de que eran medibles los tiempos que respondieran a la suma de potencias negativas de 2. O sea, a números cuya expresión "binarial" fraccionaria constara de ceros y unos.

Y con todo esto, la primavera está viniendo, y nadie sabe como está siendo. Que la paséis feliz.

El editor

Los “libros de memoria”

Rafael León, de Málaga, en uno de sus deliciosos opúsculos nos habla de los “libros de memoria”, esos cuadernillos en que, mucho antes de la invención de la grabadora de voz, las personas *à la page* apuntaban las ideas que les venían en mente. Calderón de la Barca, en *El Conde Lucanor*, hace que alguien reconozca:

Es un libro de memoria
Que traigo en la faltriquera.

León divulga las pesquisas de Peter Stallybrass y Roger Chartier, de la Universidad de Pennsylvania, quienes en referencia con esos libros, ya existentes en la época, le aclararon que la frase del *Prince of Denmark* de Shakespeare:

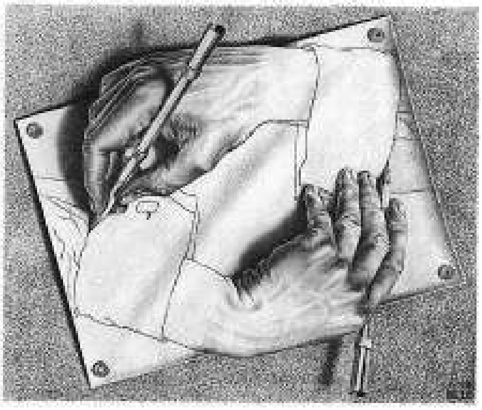
Yea, from the table of my memory
I'll wipe away all trivial fond records,
All saws of books, all forms, all pressures past,
That youth and observation copied there...

("Sí, del bloc de mi memoria borraré todas las anotaciones agradables y triviales, todo el sentido de los libros, todas las hojas, todo el agobio pasado que la juventud y la observación copiaron allí".)

tenía un alcance no metafórico, sino absolutamente real.

Bienvenidas sean esas obras de Rafael León, con las que nos deleita la vista, el tacto y la sensibilidad.

JMAiO, BCN, sep 04



El mar, el barco y la moneda.

El poema de Jorge Luis Borges que reproducimos seguidamente sugirió a JMAiO el problema que se enuncia después del mismo.

A UNA MONEDA

Fría y tormentosa la noche que zarpé de Montevideo.
Al doblar el Cerro,
tiré desde la cubierta más alta
una moneda que brilló y se anegó en las aguas barrosas,
una cosa de luz que arrebataron el tiempo y la tiniebla.
Tuve la sensación de haber cometido un acto irrevocable,
de agregar a la historia del planeta
dos series incesantes, paralelas, quizá infinitas:
mi destino, hecho de zozobra, de amor y de vanas vicisitudes,
y el de aquel disco de metal
que las aguas darían al blando abismo
o a los remotos mares que aún roen
despojos del sajón y del fenicio.
A cada instante de mi sueño o de mi vigilia
corresponde otro de la ciega moneda.
A veces he sentido remordimiento
y otras envidia,
de ti que estás, como nosotros, en el tiempo y su laberinto
y que no lo sabes.

.Jorge Luis Borges

Y aquí viene el problema: Cuando Borges echó la moneda al mar, ¿qué ocurrió con el nivel de éste? ¿Subió, bajó o permaneció constante?

Solución:

La solución podría razonarse de este modo: al tirar la moneda, el barco *deja* de desalojar un volumen de agua igual al peso de dicha moneda. Puesto que la densidad de la moneda es mayor que la del agua (según el poema se hunde, cosa habitual en las monedas que caen en el agua), el volumen de agua que deja de desalojar el barco es mayor que el volumen de la moneda. El volumen total definido por el continente y la superficie del agua, prolongada por el interior del barco, aumenta en el volumen de la moneda y disminuye en el volumen referido que desaloja de menos el barco; como este último es mayor que el de la moneda, el volumen total desciende, y por tanto el nivel del agua baja.

Un análisis en términos matemáticos podría ser el que sigue. Llamemos V al volumen delimitado por el continente y la superficie del agua, prolongada ésta por el interior del barco. Sea A el peso (volumen) del agua, P el peso del barco y M el de la moneda. Para simplificar las cosas supondremos que los volúmenes y los pesos se expresan de modo que la densidad del agua resulte igual a la unidad (litros y kilos, o gramos y centímetros cúbicos, por ejemplo). Por el principio de Arquímedes, podemos plantear la relación siguiente, válida antes del lanzamiento de la moneda:

$$V = A + P + M \qquad (1)$$

ya que P + M será el peso (volumen) de agua desalojado.

Una vez lanzada la moneda, la relación será ahora la siguiente:

$$V' = A + P + v \qquad (2)$$

donde V' será el nuevo volumen total y v el de la moneda. Si ahora dividimos (2) entre (1) resultará, si llamamos δ a la densidad del material de la moneda:

$$V' / V = (A + P + v) / (A + P + M) = (A + P + v) / (A + P + \delta.v)$$

valor que será inferior a la unidad puesto que es $\delta > 1$. Concluimos que es $V' < V$, de modo que el nivel del agua descenderá.

Si se suponen paredes verticales como borde del continente, el descenso del nivel del agua es cuantificable al ser

$$a' = a \;.\; (A + P + v) / (A + P + \delta.v) \qquad (3)$$

donde a y a' son las alturas del nivel del agua antes y después de que la moneda haya entrado en el agua. En condiciones ordinarias el valor de la diferencia es naturalmente ínfimo. Siendo la superficie total del mar de unos 361 x 10^6 km^2 y suponiendo que la moneda pesa unos 10 gramos y es de plata (densidad 10,5 gr/cm^3), la diferencia de nivel (el peso del barco es irrelevante) resulta ser del orden de 2,5 x 10^{-18} cm (ver cálculos más abajo), cien mil veces menor que el diámetro del nucleón (protón o neutrón), que es del orden de 1 femtómetro, igual a 10^{-13} cm. Para una experiencia real puede utilizarse una tina (el mar), un recipiente de plástico (el barco) y una piedra (la moneda), por ejemplo, en cuyo caso podemos comprobar que el nivel del agua desciende al sacar la piedra del interior del recipiente y colocarla en el fondo de la tina.

Cálculo: La diferencia de nivel buscado, teniendo en cuenta la ecuación (3), será:

$$\Delta a = a - a' = a\,[1 - (A + P + v) / (A + P + \delta.v)] = a\,v\,(\delta - 1) / (A + P + \delta.v)$$

Ahora bien, tanto P como δ.v pueden despreciarse en el denominador, por ser su orden de magnitud muy pequeños comparados con el valor de A. Nos queda entonces:

$$\Delta a = a - a' \approx a\,v\,(\delta - 1) / A = v\,(\delta - 1) / S$$

donde S es la superficie del agua. Observemos que la diferencia de nivel no depende de la profundidad media del agua. Tendremos en definitiva

$$\Delta a \approx (10 / 10{,}5)\,(10{,}5 - 1) / S = (9{,}5 / 1{,}05) / (361 \times 10^{16}) \approx 2{,}5 \times 10^{-18} \text{ cm.}$$

P. Crespo, enero 2006

La gran ola, por Katsushika Hokusai

Orígenes y significado del alfabeto (JMAiO)

Es sobradamente conocido que la escritura pasó desde un primer estadio ideogramático, en el que los objetos eran representados mediante símbolos (el ejemplo más clásico es el antiguo Egipto) a un estadio mucho más abstracto, en el que ciertos sonidos, por asociación, pasaban a ser representados directamente: había nacido el alfabeto, tal como hoy lo entendemos.

Se ha sugerido que la transición entre ambos sistemas de escritura tiene sus raíces en lo que se ha llamado "escritura proto-sinaítica" por su lugar de aparición. En numerosos epigramas descubiertos ha podido seguirse la evolución de los primitivos sonidos hacia símbolos que se alejaban ya de la evocación objetual directa para convertirse en referentes abstractos, meros evocadores fonéticos.

Lo que sigue es una historia de nuestro alfabeto, acuñada por el profesor Marc-Alain Ouaknin en su apasionante libro *Mysteries of the Alphabet* (Abbeville Press Publishers, New York, 1999). Quien desee ampliación, puede dirigirse a esta obra.

A En el alfabeto proto-sinaítico la palabra *alef* significa 'buey', y los símbolos en que deriva en otros alfabetos se caracterizan por la constante presencia en el símbolo de los cuernos del animal: , tanto en posición derecha como tumbada o invertida. Esto ocurre tanto en el hebreo, א (*álef*), como en el griego, α/A (alfa), y posteriormente en el latino, a/A (obsérvese que la minúscula no es más que una forma cursiva de escribir la mayúscula). Del significado abstracto inicial, "fuerza", derivan los de "ser humano, inicio, posibilidad".

B Es la primera letra de la palabra *bayit*, que en hebreo y en el lenguaje protosemítico, significa 'casa', de donde la forma primitiva , que al ser tumbada originó la β/B griega y las latinas b/B. El hebreo prefirió el símbolo *beth*, ב, que figuradamente significa "lumbre, chimenea", una cavidad abierta, la de la casa o la del fuego de hogar. Por ello adquiere un significado netamente femenino: "cavidad, abrigo, intimidad, familia, pareja casada".

C Inicialmente fue la G, la primera letra de la palabra hebrea *gimmel*, 'camello', y era sonora. Por ello su forma primitiva, , representa esquemáticamente una giba. Ésta evoluciona por giro a la griega mayúscula Γ. Extendiendo el primer trazo hacia arriba se llega a la hebrea ג o la primitiva , que al ser invertida produce la letra griega minúscula γ. La c/C latina, que inicialmente sonaba siempre como K, es ya sorda, atendiendo a los usos latinos, que consideraban ordinarios los sonidos sonoros. El camello representa el viaje, la carga, de donde los significados derivados de "llevar, devolver un favor".

D Es la primera letra del hebreo *daleth*, que significa 'puerta', representada mediante su dintel con el símbolo hebreo ד De ahí el significado de "abertura", y también de genitales femeninos (el triángulo público), de donde derivará la mayúscula griega Δ. Una forma simplificada de representarla, deriva en la minúscula δ al ser invertida. El significado abstracto de "dar vía, camino", especialmente a un recién nacido, ha hecho relacionarla también por otro camino con el triángulo, abstracción del pecho femenino. De donde también los significados derivados de “circulación, flujo, camino”. En latín evoluciona a d/D al ser representado el triángulo en posición vertical, .

E Deriva del sonido proto-sinaítico *heh*, el sonido de la respiración y, por extensión, de la plegaria y del espíritu. Por ello su representación primitiva fue un esquema humano, , que inmediatamente se simplificó a formas como , hasta acabar en hebreo en ה, y en griego en ε/E Por simple cierre cursivo de una de las cavidades pasó en latín a e/E. Significados abstractos: “respiración, vida, ritmo, movimiento, pregunta”.

F Es una variante fonética de la primera letra del hebreo *vav*, “uña”. Su original forma parece haber sido , que derivó en griego al sonido llamado *digamma*, pronunciado como la *v* francesa, y sustituido más adelante por la φ (que es, no lo olvidemos, una f aspirada, distinta de la f, de donde su representación latina por *ph*). En hebreo, por simplificación cursiva se adoptó una primitiva forma , llegando a la actual ו, y, en latín, a f/F. Su propia forma primitiva llega a las ideas de “coordinación, bifurcación, columna, dedo, falo”.

G Deriva del hebreo *zayin*, ‘arma’, y también ‘ornamento’, de donde su significado inicial de “encuentro cara a cara”. Como arma, su símbolo constaba originalmente de tres elementos, , que recordaban una flecha. Esta forma pasa fácilmente a la hebrea *zain*, ז (ver Z). En latín, el séptimo lugar en el alfabeto era ocupado por la g/G, que era una concesión a una forma particular de pronunciar la C en forma sonora. Los significados derivados son “revolución, fractura, distancia, desafío, contradicción”.

H Deriva del hebreo *heth*, que en leguas semíticas significa ‘cerrado, obstáculo, pared’, con el obvio símbolo . Es evidente la relación con la forma hebrea ח, con las griegas η/H y las latinas h/H. Su significado simbólico deriva, del inicial “cierre”, al más general de “limitación, obstáculo, norma, regla moral”. Claro es que en ninguna de esas lenguas la letra era muda.

I La letra I está basada en la *iod*, letra hebrea, basada en la décima del alfabeto proto-sinaítico, pronunciado en forma gutural. El sonido deriva de *iad*, que significa en hebreo ‘mano’, de donde las ideas abstractas “demostrar, contar, exhibir”. Derivada del signo jeroglífico , es la letra que sufrió un mayor grado de simplificación, evolucionando en hebreo a י, en griego a ι/I y en latín a i/I. El punto fue añadido en la edad media para no confundir, en la escritura cursiva, el diptongo latino *ui* con el *iu*; posteriormente se generalizó a todo el uso de la i minúscula.

J Es en realidad una variante de la i/I, llamada inicialmente i holandesa, que se empleaba en determinadas posiciones, especialmente al final de palabra (v. gr., en números romanos, 13 = xiij). Esto explica la presencia del punto. Posteriormente fue aprovechada por muchas lenguas europeas para representar sonidos afines pero distintos al de la i/I.

K En el alfabeto proto-sinaítico, la 11ª letra derivaba de *kaf*, que representaba la “la mano”, distinta de la mano con el brazo incluido. Las primitivas formas derivaron, por simplificación, a la hebrea כ (distinta de la *beth*, ב, ‘hogar’), y, menos simplificadamente, a las griegas κ/K y latina k/K. Las ideas asociadas con la letra son “tomar, acariciar, cubrir, cambiar, comerciar”.

L Deriva de *lamed*, la 12ª letra del alfabeto proto-sinaítico, que designa un aguijón para buey, utilizado para estimular la marcha de éste. Su forma inicial era , que pronto fue girada 90º para producir la letra hebrea ל. Más simplificado, se convierte en la griega λ/Λ, y en las latinas l/L. El sentido está claro: “mover, espolerar, causar movimiento”, de donde “enseñar, extenderse, oponerse”.

M la letra *mem*, 13ª del alfabeto proto-sinaítico, representa el agua móvil, sea en forma de corriente fluvial u olas, de donde su natural representación: , que pronto se simplifica a ם, en griego la *mu*, μ/M y en latín a m/M. Por su significado primitivo, se asocian con ella multitud de ideas: “dinamismo, movimiento, rapidez, fugacidad, vida”.

N La 14ª letra del alfabeto proto-sinaítico, la *nun*, significa ‘serpiente’, de donde el típico símbolo ondulado , que vemos en la *nun* hebrea, ן, y en las correspondientes *nu* griega, ν/N, y latina n/N. Significados asociados: “íntimo, femenino, vida, escondido, madriguera, movimiento”.

Ñ Es una letra exclusiva del alfabeto español (y alguno más que de él la han tomado: el gallego, el euskera...). En la edad media se representaba mediante el grupo *gn*, que se simplificaba representando las letras omitidas mediante un suprarrayado en $\overline{g}$ o en $\overline{n}$ (sigue utilizándose en palabras como *Barña* = Barcelona). Adoptada la simplificación, la raya horizontal se evolucionó a una tilde por razones estéticas. Pese al empecinamiento de la Academia, debería ser considerada como una simple variante de la n/N, de la misma forma que la ç/Ç lo es de la c.

O la 15ª letra del alfabeto proto-sinaítico, *ayn*, significa ‘ojo’, de donde la natural forma de la letra, , que se repite en la griega *ómicron*, o/O, y en las latinas o/O. Se ha pretendido que representa la forma de la boca al pronunciarla, pero véase la letra P. En hebreo, la letra sufrió una evolución peculiar: , , hasta acabar en el actual signo, ע. Como es natural, sus ideas asociadas se refieren a “la vista, la consulta”, y también a “aparecer, fuente de agua, agujero, visibilidad”.

P El significado inicial de la 16ª letra del alfabeto proto-sinaítico es *peh*, ‘boca’. Su representación natural hubiera sido un círculo, pero, estando ese símbolo ocupado por la O, se utilizó un rectángulo, , acabó finalmente en *peh*, ף. La forma cuadrada persiste, con ligeras variantes, en la griega *pi*, π/Π, y, por inversión especular del hebreo, al latín p/P. El significado inicial de “boca” lleva a los de “orificio, respiración, brecha, genitales femeninos, ley oral”.

Q La 17ª letra del alfabeto proto-sinaítico es *qof*, ‘mono’. No olvidemos que su sonido es distinto del K (la q es una explosiva velar, no palatal), por lo que no pasó al griego, que carecía de éste. La forma del animal con su cola es claramente sugerida por el símbolo hebreo, ק, y por el latino, q/Q. También significa “ojo de una aguja”, de donde las ideas asociadas de “cortar, separar, interrumpir” por su letra inicial.

R La 18ª letra proto-sinaítica es la inicial de *resh*, ‘cabeza’, de donde ‘fondo, principio, inicio’. El símbolo inicial sería , pero pronto actúa la reducción icónica, y pasa a ר. Así surge el griego ρ/P. En latín se conserva la “bufanda”, y el símbolo es R, que se simplificará más en la minúscula: r. La idea inicial lleva a la de “inicio, origen”.

S En proto-sinaítico la palabra *shin* significa ‘diente’, y es representada por un diente estilizado, , su 19ª letra. El símbolo se va simplificando y acaba en el hebreo שׁ. Obsérvese el parecido con la *sigma* griega en final de palabra, ς, algo más compleja en el centro: σ/Σ. En latín, el diente se transforma en s/S. Del significado análogo directo, “masticar, triturar”, se pasa a “mandar, proyectar, empujar”.

T La 20ª letra del alfabeto proto-sinaítico es *tav*, ‘marca, signo’, representado habitualmente con una cruz, , o un aspa, . El hebreo tomó ת, y el griego giró el signo hasta convertirlo en una cruz, y por simplificación, τ/T. Casi sin alteración pasó al latín, donde se conserva la forma de cruz en la minúscula: t/T. Innumerables son los significados asociados a su signo primitivo: “símbolo, alianza, complitud, perfección, energía”.

U Es una forma evolucionada de la V latina (v). Acaba adquiriendo timbre vocálico. En griego, un sonido próximo es el de la ípsilon, υ/Y, de sonido distinto a la u/U latinas, más cercano a la u francesa.

V El ya visto símbolo *vav*,  (véase F) es simplificado en latín a V. Pero éste resulta ambiguo, según vaya precedido o no de consontante (PLVS VLTRA: ‘plus ultra’). Procede de la *vav* proto-sinaitica (ver F), y cuando se escinde como un sonido diferente, recorta la parte baja, pasando a v/V en latín (en griego no existe el sonido). La necesidad de distinguir entre los dos sonidos posibles lleva a transformar progresivamente el ángulo de la V.

W Es una mera repetición de la v/V, utilizado en las lenguas germánicas para marcar una mayor cerrazón (cf. el alemán *Volk*, pronunciado /*folk*/. En otras lenguas adquiere otros valores, como el de u consonante en inglés.

X Deriva de la 15ª letra del proto-sinaítico, *samekh*, que significa ‘soporte’. Muchos autores opinan que la representación era un pez, lo que no cuadra mucho con la idea de “soporte”, por lo que se ha emitido la hipótesis de que le primitivo símbolo sugeriría una columna con su capitel, , que por simplificaciones posteriores pasaría al símbolo de la *xi* griega mayúscula, Ξ, simplificada en la minúscula para facilitar la escritura rápida en ξ. Otro tipo de simplificación produciría el símbolo hebreo ס. El concepto primitivo se explicta en “marco, infraestructura, esqueleto, escalera”.

Y La *iod* era distinta de la *ypsilon* griega, cuyo sonido era distinto de la i (equivale a la actual u francesa). La y fue adoptada en el alfabeto romano, pero ha pasado al nuestro como una mera reliquia, pues se limita a repetir el símbolo de la i (se usa en diptongos al final de palabra).

Z La necesidad lingüística produjo la rehabilitación de la Z, que fue incorporada al alfabeto latino; al estar el séptimo lugar ocupado por la G, fue relegada al último como un símbolo nuevo, .

CUESTIONES LINGUÍSTICAS
Sexo vs. número

Volviendo a la cuestión lingüística, yo he visto incluso discutir frases como "el hombre es un animal racional", parece que deberíamos decir "el hombre y la mujer son racionales". Aquí es claro que la palabra "hombre" se usa para referirse a la especie humana en su conjunto. Algunos animales tienen nombres de género femenino, como la rana, la rata, la comadreja, la serpiente, etc., pero en español, la especie humana se llama "hombre". Además, por la misma regla de tres tendríamos que decir "el león y la leona son fieros", "el toro y la vaca son reses", etc.

La cuestión del género es polémica, pero hay otro asunto igualmente discutible que no parece haber dado lugar a tanto jaleo. Me refiero al número. Cuando un grupo puede contener uno o más individuos es costumbre referirse a él usando el plural. Por ejemplo, "los alumnos que aprueben el examen de ingreso serán admitidos". Me pregunto por qué nadie insiste en que se diga siempre: "el alumno o los alumnos que...". Y combinando con las consideraciones sobre el género, habría que decir: "el alumno, o la alumna, o los alumnos o las alumnas que...", o quizás "el alumno, o la alumna, o los alumnos, o las alumnas, o los alumnos y la alumna, o las alumnas y el alumno, o los alumnos y las alumnas que apruebe o aprueben el examen, será o serán, admitido, o admitida, o admitidos, o admitidas, o admitido y admitidas, o admitidas y admitido, o admitidos y admitidas".

Como es bien sabido, las reglas de nuestra gramática establecen que cuando en un grupo hay elementos de género masculino y femenino, se alude al conjunto usando el género masculino. Lo mismo se hace habitualmente cuando en una frase nos referimos a un elemento genérico de un grupo que contiene (o puede contener) individuos de género masculino o femenino. Por ejemplo: "los ciudadanos tienen derecho a vivir en libertad", "el alumno que apruebe el examen será admitido", etc. La influencia de las feministas ha llevado a que en frases como esas ahora se diga cada vez más: "los ciudadanos y ciudadanas...", "el alumno o alumna...", etc., evitando así usar el género masculino para referirse a ambos sexos.

Yo estoy fundamentalmente de acuerdo con la mayoría de los postulados feministas, pues considero que es positivo eliminar de nuestra sociedad toda clase de prejuicios, tengan que ver con el sexo, la raza, las creencias, la edad, o cualquier otra característica que lleve a juzgar a un individuo no por sus capacidades y realizaciones personales, sino por características atribuidas a un grupo humano. Sin embargo me parece ambicioso y algo incómodo pretender cambiar la gramática para ello, y además creo que muchas de las propuestas feministas están fundamentalmente equivocadas. Por un lado es prácticamente inevitable que la Lengua arrastre arcaísmos y condicionamientos de viejas características culturales, que en mi opinión hoy son bastante inofensivos. Por ejemplo, tengo entendido que la palabra "ojalá" significa "Alá lo quiera", pero la usamos sin problema aunque no seamos musulmanes. Por otro lado, la insistencia en usar el género femenino en palabras como "médica" y "jueza" creo que produce un efecto contrario al pretendido. Puede que el uso del femenino en títulos profesionales contribuya a divulgar la idea de que muchas mujeres consiguen acceder con éxito a profesiones que antes parecían terreno exclusivo para hombres, pero por otro lado podrían dar la impresión de que hay algo diferente en que dicha profesión sea ejercida por una mujer en vez de un hombre. Como ejemplo, ilustrativo de lo que quiero decir, supóngase que en Sudáfrica llega al poder un gobierno decidido a terminar definitivamente con los prejuicios raciales, y para ello decide imponer algunos cambios en las denominaciones profesionales. De ahora en adelante, si un negro consigue un título de doctor en Medicina, no se dirá que es un "médico" sino un "medinegro", los que lleguen a juez serán "negrijueces", y así sucesivamente. Lo que está claramente equivocado en esta estrategia es que los prejuicios no se combaten acentuando la característica que distingue a las víctimas, sino convirtiéndola en irrelevante. Si un día acudimos a una consulta profesional, y el hecho de que nos atienda un blanco o un negro, un hombre o una mujer, es tan irrelevante como que nos atienda una persona de pelo negro o rubio, entonces podremos decir que los prejuicios raciales y sexuales han desaparecido en esa área de la vida social.

Miguel Ángel Lerma, 1994

Apostilla de JMAiO: Creo que la mala conciencia en temas como el feminismo, el racismo, etc., nos hace soportar sin reírnos a mandíbula batiente la enorme cantidad de despropósitos que en nombre de estas corrientes hay que oír en los tiempos que corremos. Una demostración de verdadera no discriminación por estas razones sería denunciar sin tapujos tales tonterías, cuyo asentimiento o cortés silencio perpetúa la situación de minoría de edad en que se han mantenido tradicionalmente esos grupos. Otro tic muy socorrido es tener que aclarar previamente, antes de comentar una de estas tonterías, que somos feministas, o antirracistas, o lo que sea. Esto me recuerda que en tiempos de Franco, si se quería criticar el régimen (muy suavemente, claro) había que empezar diciendo: "Yo no soy comunista, pero..."

Apostilla de PC: Continuando la nota de JMAiO diré que… yo no soy machista, pero... pero es cierto que termina siendo un poco latoso tanto esfuerzo por resultar «políticamente correcto». Por empeñarse en no excluir a las mujeres ha pasado a la colección de disparates la frase voluntariosa «jóvenes y jóvenas» dicha por Carmen Romero en un acto multitudinario cuando era diputada por Cádiz por el grupo parlamentario socialista; lo hizo, como apunta Vázquez Montalbán, con la autoridad que le confería el haber sido (lo sigue siendo en excedencia) profesora de Lengua y Literatura Española. Otra bobería causada por el mismo empeño es la de Julio Anguita, a quien le debemos la perla «Compañeros y compañeras: el proyecto que defendemos nosotros y nosotras». De seguir así terminaremos distinguiendo entre «los policías y las policíos». El sociólogo y profesor de la Universidad Complutense Enrique Gil Calvo llama «vicio lingüístico» a esa duplicidad: «[...] vicio lingüístico, adoptado por ciertas feministas y difundido por la literatura progresista, de llamar por dos veces a las mismas personas: españolas y españoles, ciudadanos y ciudadanas, funcionarias y funcionarios.» Y con respecto al uso de «ciudadanos y ciudadanas» dice «¿Quiere esto decir que la ciudadanía masculina difiere en términos cívicos de la femenina? ¿Y cuál sería entonces la más cívica?; ¿habría una ciudadanía *de primera* y otra *de segunda*? ¿Deben los ciudadanos introducir sus votos en *los urnos* y las ciudadanas *sus votas* en las urnas? Se advertirá lo absurdo de esta duplicidad apelativa, sobre todo respecto al atributo de ciudadanía, que consiste precisamente en la estricta igualdad de todos ante la ley, sea cual fuere su cualificación singular (género, número, origen, raza, clase social, etcétera)» Y no digamos, sigo yo ahora, de soluciones del tipo «querid@s amig@s» o de propuesta para la creación de un neutro que funcionara al estilo de «querides amiges». En relación con esta cuestión vale la pena consultar página de la Dra. Soledad de Andrés Castellanos, también de la Complutense, titulada «Sexismo y lenguaje. El estado de la cuestión: reflejos en prensa», que se encuentra en la dirección

http://www.ucm.es/info/especulo/numero16/sexis984.html.

Evolución y progreso
Enunciados de un problema matemático

La reforma de la enseñanza nos interesa a todos. Un grupo de docentes ha examinado la cuestión del enunciado de un problema.

Plan de 1960:
Un campesino vende un saco de patatas por 1000 pesetas. Los gastos de producción se elevan a las 4/5 partes del precio de venta. ¿Qué beneficio obtiene?

Enseñanza tradicional, 1970:
Un campesino vende un saco de patatas por 1000 pesetas. Los gastos de producción se elevan a 4/5 partes del precio de venta, es decir, a 800 pesetas. ¿Qué beneficio obtiene?

Enseñanza moderna, 1970:
Un campesino establece una correspondencia F entre un conjunto de patatas y un conjunto M de monedas. El cardinal del conjunto M es igual a 1000 y cada elemento *PFM* vale una peseta. Dibuja 1000 puntos gordos que representen los elementos del conjunto M. El conjunto G de los gastos de producción contiene 200 elementos menos que el conjunto M y da respuesta a la pregunta siguiente: ¿cuál es el cardinal del conjunto B de los beneficios? (Dibuja este conjunto en rojo)

Enseñanza renovada, 1980:
Un agricultor vende un saco de patatas por 1000 pesetas. Los gastos de producción se elevan a 800 pesetas y el beneficio es de 200 pesetas. Tarea: subraya la palabra "patatas" y discútela con tu compañero.

Enseñanza reformada, 1980:
Un campecino kapitalista privilejiao s'anrequesío injuttamente de 200 pelas con una tocha d'patata, analisa el testo y busca las fartas d'ortografía, de sintasi y de puntuasión y cuenta de que tu piensas de su manera de s'enriquesé.

Enseñanza asistida por ordenador, 1990:
Un productor del espacio agrícola en red de área global peticiona un data-bank conversacional que le displaya el day-rate de la patata. Después se baja un software computacional fiable y determina el cash-flow sobre pantalla de mapa de bits (bajo MS-DOS, configuración floppy y disco duro de 40 megabytes.)
Dibuja con el ratón el contorno integrado 3D del saco de patatas. Después haces un log-in a la Red por 36.15 código BP (Blue Potatoe) y sigues las indicaciones del menú.

Enseñanza 2000:
¿Qué es un campesino?

Investigación y Ciencia, septiembre 1996
(Remitido por M. Dolors Hipólito)

¿Dónde está el error?

Mediante la aplicación del principio de equivalencia de Einstein he deducido la fórmula exacta del desplazamiento al rojo en función del potencial gravitatorio, según se razona a continuación.

Sea un disco de radio r que gira con velocidad angular ω y un observador situado en el centro O del disco y que no participa del giro del mismo. Desde un punto P de la periferia del disco se emite una onda de luz monocromática. Puesto que la velocidad de un rayo luminoso no es afectada por la de la fuente y dado que el punto P se mueve con relación al observador perpendicularmente a la dirección OP, la relación entre la frecuencia emitida v y la recibida v’ vendrá dada por la fórmula relativista del efecto Doppler transversal:

$$\upsilon' = \upsilon\sqrt{1-\frac{\omega^2 r^2}{c^2}} \qquad (1)$$

El punto P está sometido a una aceleración inercial centrífuga de valor ω^2 r. El principio de equivalencia que está en la base de la teoría de la relatividad general autoriza a equiparar localmente la aceleración inercial centrífuga mencionada con un campo gravitatorio de igual intensidad. La diferencia de potencial entre el punto de emisión y el observador es

$$\Phi = \int_0^r \omega^2 r dr = \frac{1}{2}\omega^2 r^2$$

de modo que tendremos

$$\omega^2 r^2 = 2\Phi$$

por lo que la ecuación (1) puede escribirse en la forma

$$\nu' = \nu\sqrt{1-\frac{2\Phi}{c^2}} \qquad (2)$$

Corolario: Si ahora se supone que el rayo se ha emitido desde una distancia R del centro de un astro de masa M (en particular desde su superficie, en cuyo caso R será el radio del astro masivo) y se observa en un punto lo bastante alejado como para que podamos despreciar la influencia de su campo gravitatorio, tendremos que en tal caso la diferencia de potencial entre los puntos de emisión y de recepción del rayo luminoso se puede calcular como

$$\Phi = \int_R^\infty \frac{GM}{r^2} dr = \frac{GM}{R}$$

de modo que la expresión (2) será ahora

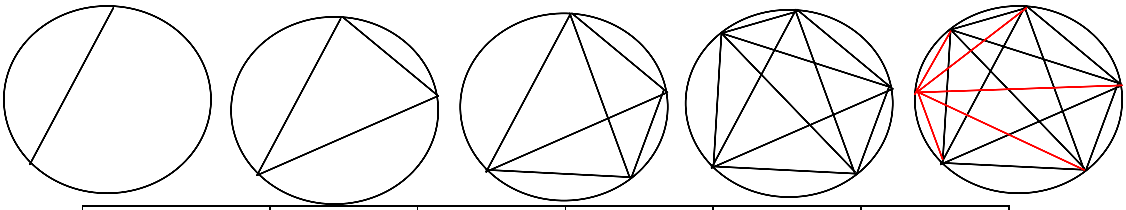
$$\upsilon' = \upsilon\sqrt{1-\frac{2GM}{Rc^2}} \qquad (3)$$

Cuestión: Resulta que Einstein no halló, cuando aplicó su principio de equivalencia —antes de obtener la formulación definitiva de su teoría de la gravitación—, la expresión (2), sino otra aproximada. Puesto que la fórmula (2) (también la (3)) es la que se considera exacta, y dado que Einstein disponía entonces de todos los ingredientes necesarios para la deducción presentada aquí, la pregunta es ¿dónde está el error en nuestro razonamiento? Como en el caso del hombre sujeto a una rama en el borde de un abismo en el chiste de Eugenio, mi grito de auxilio aquí sería: sí, ya sé que Dios está aquí arriba, pero ¿hay alguien más ahí?

Pedro Crespo, enero 2006

TROCEANDO UN QUESO MANCHEGO

Supongamos que queremos trocear un queso manchego mediante cortes planos verticales, con la condición de que por la línea de intersección de dos cortes no pase un tercero, y nos preguntamos cuántos trozos de queso obtendríamos tras un cierto número de cortes. Cada corte podemos representarlo por la unión mediante una recta de dos puntos situados en la periferia del queso.



nº de puntos	1	2	3	4	5
nº de trozos	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4

Estos primeros resultados nos inducen a pensar que para 6 puntos la respuesta sería 2^5 es decir 32 trozos y, para **n** puntos la fórmula general sería $\mathbf{2^{n-1}}$, sin embargo es fácil comprobar que, para 6 puntos, la respuesta es 31.

¿Cómo obtener la fórmula correcta? *Conway*, en su libro *The Book of Numbers*, ataca el problema empezando por numerar los puntos de (0) a (n-1) y estableciendo un ingenioso y complicado sistema de numerar cada trozo, llega así a la curiosa fórmula, fácil de recordar:

$$\boxed{\binom{n-1}{0}+\binom{n-1}{1}+\binom{n-1}{2}+\binom{n-1}{3}+\binom{n-1}{4}}$$

Hay otro procedimiento, tal vez más intuitivo, de lograr nuestro propósito, consiste en suponer que conocemos el número de trozos T(n-1) correspondiente a (n-1) puntos y, partiendo de esta cifra, tratar de encontrar T(n).

Los trozos resultantes al añadir un nuevo punto serán los ya existentes T(n-1) más el número de **segmentos** acotados por los puntos de intersección que surgen al unir mediante rectas el nuevo punto con los (n-1) anteriores, ya que cada uno de dichos segmentos divide cada trozo de los T(n-1) en dos, es decir añade un trozo más.

El número de nuevos puntos de intersección es: comb.(n , 4) – comb.(n-1 , 4)

El número de segmentos es igual a: (n-1) + comb.(n , 4) – comb.(n-1 , 4).

Así pues, T(n) = T(n-1) + (n-1) + comb.(n , 4) – comb.(n-1 , 4).

Teniendo en cuenta que T(1) = 1 llegamos a la fórmula general:

$$\mathbf{T(n) = 1 + n/2(n-1) + comb.(n\ ,\ 4) = 1/24(n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24).}$$

El número de trozos es pues igual a uno, más el número de cortes, más el número de intersecciones interiores.

Aristogeronte.
Madrid, enero 2005.

EL GURRIATO Y EL PERDIGÓN

En primer lugar, digamos que, hablando genéricamente, pollo significa "pequeño" (latín *paulus*), aunque se aplica primordialmente al cachorro del gallo/gallina. En cuanto al cachorro (lat. *catilus*) es por antonomasia el del perro, aunque también el nombre se extiende a otros mamíferos, especialmente los cuadrúpedos.

Algunos nombres de cachorros de animales son dificilísimos de adivinar si no se buscan en un diccionario especial. Ahí van algunos:

águila	aguilucho
asno, burro	buche, pollino
ballena	ballenato
cabra	chivato
cerdo	lechón
ciervo	cervato
cigüeña	cigoñino
conejo	gazapo
corzo	corcino
cuervo	corvato
gamo	gamezno
golondrina	golondrino
gorrión	gurriato
guanaco	chulengo
jabalí	cochastro, jabato
liebre	lebrato
lobo	lobezno, lobato
ñandú	charito, charo, charabón
oso	osezno
oveja	cordero, borrego
paloma	palomino, pichón
perdiz	perdigón
vaca	ternero
víbora	viborezno
yegua	potrillo, potranca, muleto (cruce de yegua con burdégano o asno grande)

JMAiO, feb 04

El teorema de los cuatro colores: algo de historia y una anécdota.

El problema

El llamado «teorema de los cuatro colores» establece que bastan cuatro colores distintos para colorear un mapa cualquiera en un plano, de tal modo que cualesquiera dos regiones que compartan una frontera común —una línea, el punto no cuenta— tengan asignados colores diferentes. La historia de esta conjetura, finalmente confirmada, es lo bastante alambicada como para merecer una breve reseña.

Este problema fue inicialmente conocido con el nombre de «problema de Guthrie», puesto que fue Francis Guthrie, a la sazón estudiante en el University College de Londres, quien primero lo dio a conocer, el año 1853. No satisfecho con las pruebas que trató de desarrollar, habló del problema a su hermano Frederick, el cual lo comunicó a su vez a su instructor, el famoso Augustus De Morgan. En una carta fechada el 23 de octubre de 1852, De Morgan mencionó el problema a Sir William Rowan Hamilton, el cual, entreviendo probablemente la extrema dificultad del mismo, le contestó que no tenía intención de considerarlo en un futuro próximo. Como es natural, De Morgan habló con frecuencia de este problema con otros matemáticos. De hecho, se cree que fue él mismo el autor de un artículo anónimo aparecido en el número del 14 de abril de 1860 de la revista Athenaeum y que trata del problema de los cuatro colores, siendo ésta la primera referencia publicada de dicha conjetura.

En la década de 1860 ya se tenía constancia del problema en Norteamérica, donde atrajo el interés del filósofo C. S. Pierce. El 13 de junio de 1878 el matemático Arthur Cayley preguntó si el problema había sido resuelto, y poco después publicó un artículo sobre el asunto, en el cual exponía las dificultades inherentes al mismo [A. Cayley, «*On the colourings of maps*», Proc. Royal Geog. Soc. 1 (1879), págs. 259-261].

El número del 17 de julio de 1879 de la revista Nature anunciaba que el problema de los cuatro colores había sido resuelto, en el sentido de confirmar la conjetura, por el abogado inglés Alfred Bray Kempe. Su solución apareció en un artículo publicado en el ejemplar de la revista American Journal of Mathematics de 1879. Así, el artículo de Kempe fue la primera pretendida demostración de que las regiones de un grafo plano cualquiera se pueden colorear con cuatro colores de forma que a regiones adyacentes correspondan colores distintos.

Durante la década que siguió a la publicación del artículo de Kempe el problema de los cuatro colores se consideró resuelto. Por ese supuesto logro, Kempe fue nombrado Fellow de la Royal Society, y presentó algunos perfeccionamientos de su prueba. Algo después, P. G. Tait, de la Universidad de Edimburgo, describió otra pretendida demostración. Lewis Carroll creó un juego para dos jugadores en el cual cada uno de ellos diseñaba un mapa, sujeto a ciertas restricciones, que su oponente debía colorear con cuatro colores, siendo ganador el que lo conseguía antes. En 1889, el Obispo de Londres, Frederick Temple, más tarde Arzobispo de Canterbury, publicó su propia solución del problema de los cuatro colores en la revista Journal of Education.

Pero en 1890 se comprobó que el problema era mucho más rebelde de lo que parecía. Percy John Heawood anunció haber descubierto un error en la demostración de Kempe, de tal gravedad que él mismo no fue capaz de corregirlo [P. J. Heawood, «*Map-colour theorem*», Quart. J. Math. 24 (1890), págs. 332-339]. En su artículo, Heawood proporcionó un ejemplo de un mapa que, a pesar de poderse colorear fácilmente con cuatro colores, dejaba claro que la técnica de la demostración de Kempe no tenía validez general. El mapa usado por Heawood tenía 18 regiones, que más tarde se comprobó que podían reducirse a 9. De pasada, Heawood utilizó la técnica de la demostración de Kempe para probar que cualquier mapa puede colorearse con cinco colores.

El problema de colorear mapas se generaliza a superficies no planas. Heawood obtuvo una fórmula que establecía el mínimo de colores necesarios para un mapa en una superficie cerrada cualquiera, con la excepción del caso de la botella de Klein, para la cual la fórmula de Heawood da el valor de siete, pero seis son bastantes para la tarea. Para una superficie cerrada con una característica de Euler igual a n (el problema de los cuatro colores es un problema de topología, en concreto de la teoría de grafos), Heawood calculó el número mínimo de colores en

$$(7+\sqrt{49-24n})/2$$

En el caso de un toro, para el que n = 0, el número mínimo de colores es de 7. Para la esfera es n = 0, de modo que el número mínimo de colores es de cuatro. No se sabe con seguridad si la fórmula de Heawood establece la cota inferior para el número de colores en todos los casos, dejando aparte el de la botella de Klein.

A principios de la segunda mitad del siglo XX fue posible demostrar que bastan seis colores para el caso de la clase a la que pertenece el plano, y este número se redujo también fácilmente a cinco, pero rebajar el número de colores a cuatro resultó ser un problema sumamente difícil.

El teorema

El 21 de junio de 1976 Kenneth Appel y Wolfgang Haken, de la Universidad de Illinois, anunciaron que, con la ayuda de John Koch, habían resuelto el problema de los cuatro colores. No sorprende que su pretensión fuera recibida con escepticismo, entre otras razones porque la solución propuesta requería cientos de horas de cálculos mediante computador. No obstante, dicha solución ha resistido el escrutinio y la prueba del tiempo.

La singularidad del teorema

Debido a que parte de la prueba consiste en un análisis exhaustivo de muchos casos discretos mediante computador, algunos matemáticos no aceptan esta prueba como una demostración rigurosa. Esta actitud hostil hacia teoremas cuya demostración descansa en parte en una comprobación por computador se ha relajado posteriormente entre los matemáticos, y actualmente se considera que el algoritmo del programa de cálculo puede considerarse válido como parte de la prueba. Se trata empero de una cuestión delicada, porque supone un encadenamiento de actos de fe: en el comportamiento del hardware, merecedor de una credibilidad ciega, en el del compilador del lenguaje empleado, cuyo grado de fiabilidad es ya menor, y en el diseño del propio programa, que habrá de ser contemplado y examinado como un lema; no es menos cierto, sin embargo, que la aceptación de ciertos teoremas cuya demostración es muy compleja (la solución de Andrew Wiles a la conjetura de Fermat, por ejemplo) descansa a fin de cuentas en el crédito concedido a un grupo limitado de matemáticos de vanguardia especializados en la disciplina. El siguiente teorema que se apoya en comprobaciones por computador es el que corresponde a la conjetura de Kepler para el empaquetamiento de esferas, cuya demostración fue anunciada por Hales y Ferguson en agosto de 1998.

Otras demostraciones

Una prueba potencialmente independiente del teorema de los cuatro colores ha sido construida recientemente por Robertson y otros (Robertson, Sanders, Seymour y Thomas, desarrollada en 1996 y publicada en 1997).

En un encuentro científico que tuvo lugar en Francia en diciembre de 2004, G. Gonthier de Microsoft Research de Cambridge, Inglaterra, en un trabajo realizado conjuntamente con B. Werner de INRIA, Francia, anunció la verificación de la demostración de Robertson y otros, formulando el problema mediante el programa *Coq* de ecuaciones de tipo lógico, y confirmaron la validez de cada uno de sus pasos (Devlin 2005, Knight 2005).

Una demostración sospechosamente concisa, ya que consta solamente de 12 páginas, y que no ha sido verificada fue propuesta por Cahit en el año 2004.

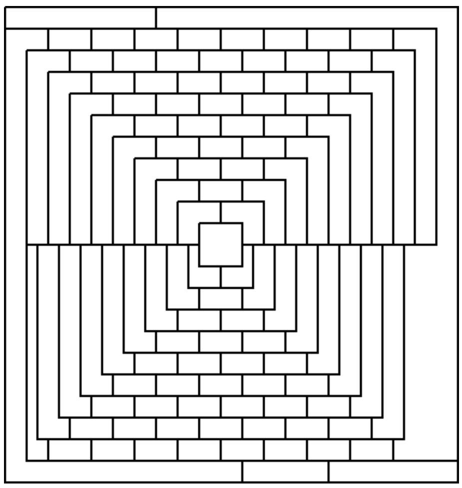
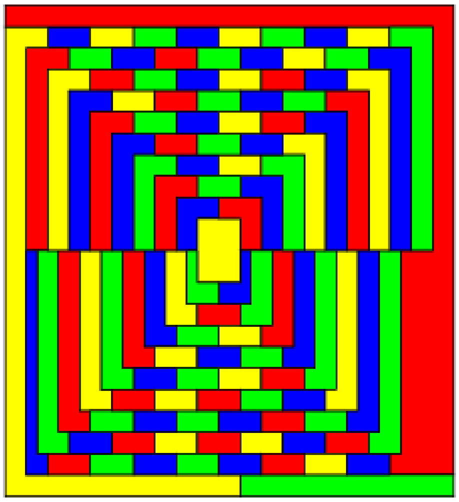


Figura 1

La anécdota: la broma de «April Fool» de Martin Gardner

Martin Gardner, editor durante muchos años de la columna «*Mathematical Games*» de la revista *Scientific American*, gastó en el número de abril de 1975 una broma de «April Fool» (equivalente a nuestro día de los Santos Inocentes) pretendiendo que se había demostrado que el mapa de 110 regiones ilustrado en la figura 1 requería necesariamente cinco colores, constituyendo así un contraejemplo que invalidaba la por entonces todavía conjetura de los cuatro colores. Sin embargo, el coloreado reproducido más abajo y debido a Wagon (1998; 1999, pp. 535-536) muestra claramente que este mapa puede colorearse con cuatro colores.



El propio Gardner, en el número de agosto de 1998 de *Scientific American*, hace un recuento de 25 años de colaboración con la revista, titulado «*A Quarter-Century of Recreational Mathematics* (1956-1981)», y dedica un recuerdo especial a la broma de abril de 1975. Además de proponer seriamente el mapa que pretendidamente se había demostrado que necesitaba de cinco colores, Gardner hacía tambalearse parte de la ciencia: su artículo incluía también una refutación de la teoría de la relatividad, la revelación de que Leonardo había inventado el retrete que se limpia con el agua de su cisterna, el supuestamente reciente descubrimiento de que el movimiento de apertura de peón a cuatro torre de rey en ajedrez ganaba indefectiblemente la partida, y que la base de los logaritmos naturales, el número ***e***, elevado a la potencia $\pi\sqrt{163}$, da como resultado un número entero, 262 537 412 640 768 744. Cuenta el famoso editor de la columna «*Mathematical Games*» que no le cabía duda de que todos los lectores reconocerían la broma de «April Fool» en su aportación de ese mes, pero que para pasmo suyo recibió centenares de cartas con el mapa coloreado con cuatro colores, tarea que muchos lectores confesaban que les había llevado varios días.

Más sobre la cuestión

En Carrollia-65 Miguel Ángel Lerma trata la extensión del teorema a grafos con un número infinito de regiones.

Nota acerca del April Fool's Day

El día 1 de abril, conocido en los países de habla inglesa como *April Fool's Day*, equivale a nuestro día de los Santos Inocentes del 28 de diciembre, y existe la misma costumbre de gastar bromas. El origen de dicha costumbre parece ser muy antiguo y sus raíces no son claras. Aunque no parece muy fundada, una idea lo sitúa en Francia y lo atribuye a los tiempos de la reforma gregoriana del calendario, que trasladó el comienzo del año del día 1 de abril, hasta ese momento el tradicional, al primero de enero; según dicha idea, los que se resistieron a adoptar la nueva consigna eran tildados de tontos y objeto de todo tipo de bromas.

Y a todo esto, ¿qué fue de Francis Guthrie?

El autor del problema que comentamos se trasladó a Sudáfrica, en donde ejerció como profesor de matemáticas en el South African College de Ciudad del Cabo, más tarde convertido en la Universidad de Ciudad del Cabo. Fue también un botánico aficionado, un hobby recompensado por la abundancia de flora indígena en la región. Tres raras especies de flores tienen su nombre en recuerdo de Guthrie; las tres crecen en el área de Bredarsdom, y son:

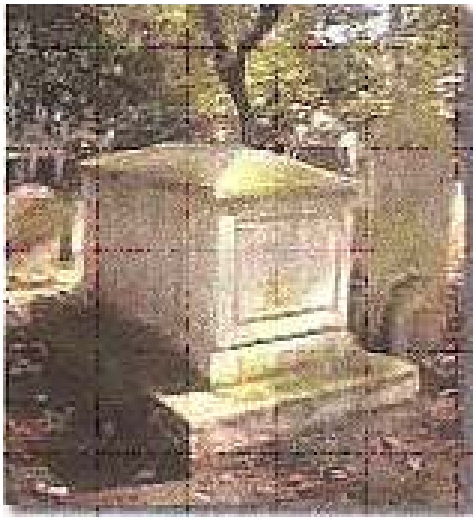
a) Cyrtanthus guthrieae, también llamada Amaryllidaceae. Florece en marzo, antes de que aparezcan sus hojas.

b) Gladiolous guthriei, conocida también con el nombre de Iridaceae. Florece en invierno (junio y julio). Tiene un intenso aroma y es común en la zona de Pearly Beach.

c) Homoglossum guthriei. Florece en primavera (agosto-septiembre). Carece de aroma y se encuentra con dificultad.

P. Crespo, mayo 2005

Hablemos del reverendo BAYES



Reverendo Thomas Bayes.
Hijo de los conocidos Joshua y Ann Bayes. 7 de abril de 1761. En reconocimiento al importante trabajo que realizó Thomas Bayes en probabilidad. Su tumba fue restaurada en 1969 con donativos de estadísticos de todo el mundo.

Thomas Bayes, nació en Inglaterra a principios del siglo XVIII y murió en 1761. Sus restos yacen en el cementerio londinense de Bunhill Fields (ver foto). El reverendo Bayes fue ministro presbiteriano. Al parecer la teología le llevó a la teoría de probabilidades, dedicando su atención al estudio de las causas a través de los efectos observados; este estudio, orientado en plan casi teológico al establecimiento de una Causa fundamental de las cosas, motivó un ensayo, publicado en 1763 dos años después de su muerte, titulado ***Essay towards solving a problem in the doctrine of chances***. En este ensayo póstumo quedó patente el intento de establecer las probabilidades a partir de acontecimientos observados, es decir, sobre la **probabilidad condicionada.**
Pierre Simón **Laplace,** que tenía 14 años cuando murió Bayes, se interesó desde el principio de su carrera científica por la teoría de la probabilidad a la que hizo contribuciones fundamentales; su gran obra, publicada en 1812, *"**Essai philosophique sur les probabilités**"*, tuvo importante repercusión en posteriores tratadistas del tema y es considerada como una de las más sobresalientes contribuciones a la literatura matemática. Hay una frase en este libro que me interesa resaltar. Dice Laplace: "Si se considera la **lógica fina y delicada** que exige su empleo en la solución de los problemas (sobre probabilidad), se verá que no hay otra ciencia más digna de nuestras meditaciones". Cuando no se aplica esta lógica "fina" se incurre a menudo en paradojas como las de **Bertrand**. Laplace dio a conocer definitivamente las revolucionarias teorías de Bayes algunos años después.

Hecha la presentación del reverendo Bayes, expongo a continuación su interesante **fórmula,** sin entrar en la demostración, seguida de unos típicos problemas que se resuelven gracias a ella.

Un suceso A puede realizarse solamente si ocurre una de las situaciones

$$B_1, B_2, \dots B_n$$

mutuamente incompatibles y exhaustivas. Conocemos las **probabilidades** de estas situaciones en ausencia del conocimiento de que A haya ocurrido o no.

$$(B_1), (B_2), \dots (B_n)$$

También conocemos las **probabilidades** de A **condicionadas** a que ocurra B_i

$$(A, B_i);\ \ i = 1, 2, \dots n$$

La fórmula de **Bayes**, que nos da la probabilidad de B_i condicionada a que A haya sucedido es:

$$(B_i, A) = \frac{(B_i)(A, B_i)}{(B_1)(A, B_1) + (B_2)(A, B_2) + ... + (B_n)(A, B_n)}$$

Con este valioso recurso podemos dar solución a problemas como los siguientes:

Tres urnas. Tres urnas, **X**, **Y** y **Z** contienen bolas coloreadas de acuerdo con la siguiente tabla:

Urna **X**: 1 blanca, 2 negras, 3 rojas.
Urna **Y**: 2 blancas, 1 negra, 1 roja.
Urna **Z**: 4 blancas, 5 negras, 3 rojas.

Se escoge al azar una de las urnas y se extraen dos bolas que resultan ser blanca y roja. ¿Cuál es la probabilidad de que procedan de la urna **Y**?

***

Control de calidad.- Una fábrica dispone de dos máquinas con las que produce 5.000 envases diarios. La máquina **X** produce 3.000 de estos envases, de los que el 2 % son defectuosos; la máquina **Y** produce los otros 2.000 de los que el 4% son defectuosos. De la producción de un día se toma al azar un envase que resulta ser defectuoso ¿Qué probabilidad hay de que proceda de la máquina **X**?

***

Dos urnas.- Dos urnas **X** e **Y** contienen respectivamente 2 bolas blancas y 1 negra; y 1 bola blanca y 5 negras. Transferimos una bola de la urna **X** a la **Y** y extraemos una bola de esta última. Ocurre que es blanca. ¿Cuál es la probabilidad de que la bola transferida fuese negra?

***

¿Tendré cáncer?.- (Tomado de Devlin, *The language of mathematics.)* Supongamos que he pasado un test sobre un tipo de cáncer relativamente raro. Este cáncer tiene una incidencia del 1% entre la población general. Pruebas amplias han mostrado que la fiabilidad del test es del 79%. Más precisamente, aunque el test no falla cuando realmente existe el cáncer, da un resultado positivo en el 21% de los casos en los que no existe cáncer, lo que se llama un "falso positivo". ¿Cuál es la posibilidad de que tenga realmente cáncer?

Soluciónes

Tres urnas.
Sean B_1, B_2, B_3 los sucesos de elegir la urna **X**, **Y** o **Z** respectivamente y (B_1), (B_2), (B_3) sus respectivas probabilidades:

$$(B_1) = (B_2) = (B_3) = 1/3.$$

Sea A el suceso de que las dos bolas extraídas sean una blanca y la otra roja:

$(A, B_1) = 1/5$; $(A, B_2) = 1/3$; $(A, B_3) = 2/11$

Sustituyendo valores en la fórmula de Bayes tendremos que $(B_2, A) = 55/118 =$ **0,466.**

Control de calidad.
Sea A el suceso de tomar un envase defectuoso.
B_1 y B_2 los casos de que A provenga de la máquina **X** o de la **Y** respectivamente
Tendremos; $(B_1) = 0,6$ $(B_2) = 0,4$ $(A, B_1) = 0,02$ $(A, B_2) = 0,04$
Sustituyendo estos valores en la fórmula de Bayes obtenemos que la probabilidad de que el envase defectuoso provenga de la máquina **X** es $(B_1, A) =$ **0,428**

Dos urnas.
Llamemos A al suceso de sacar una bola blanca de la segunda urna; este puede ocurrir de dos formas mutuamente excluyentes B_1 y B_2 debidas a que hayamos transvasado una bola blanca o una negra.

$(B_1) = 2/3$; $(B_2) = 1/3$; $(A, B_1) = 2/7$; $(A, B_2) = 1/7$

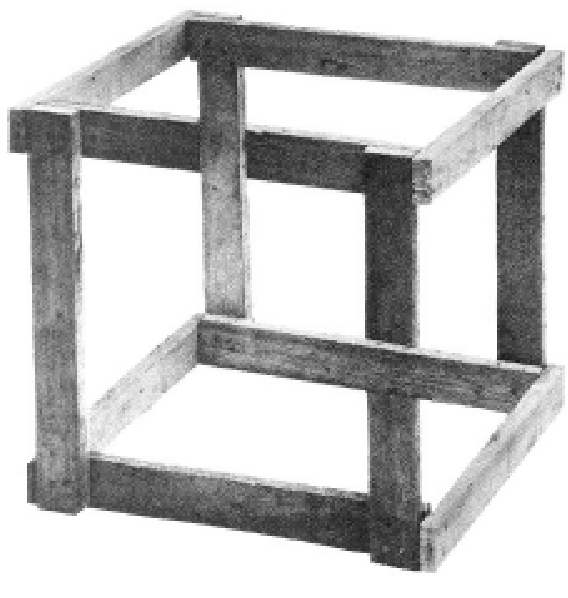
Aplicamos la fórmula de Bayes y obtenemos para (B_2, A) el valor **1/5.**

¿Tendré cáncer?
Sea A el suceso de que el test resulte positivo. Este suceso puede ocurrir de dos maneras excluyentes: B_1 porque se ha aplicado a una persona realmente cancerosa, o B_2 porque se ha aplicado a una persona sana.

$(B_1) = 0,01$; $(B_2) = 0,99$; $(A, B_1) = 1$; $(A, B_2) = 0,21$

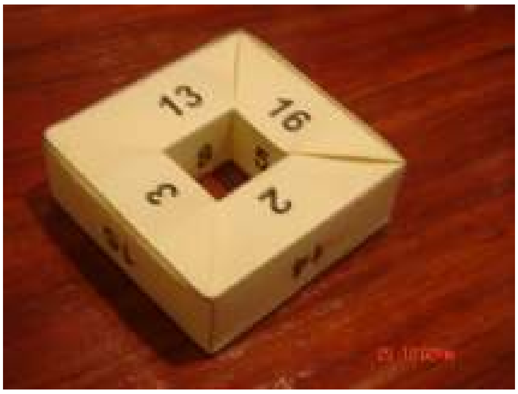
Aplicando Bayes obtenemos para (B_2, A), es decir la probabilidad de estar sano pese a que el test resultó positivo el valor 0,9541. Por consiguiente la probabilidad de tener realmente ese cáncer es del 1,000 – 0,9541 = 0,0459 o sea **4,59%.** Pese a todo aun resulta una posibilidad inquietante, pero, desde luego, no tan mala como el preocupante 79% que podría deducirse del hecho de que hemos dado un resultado positivo en el test y éste tiene una fiabilidad del 79%.

Aristogeronte
Madrid, enero 2006



Alfredo Pérez Jiménez, el papiroflexólogo

Alfredo Pérez, oyente mío en Radio Nacional, me sorprendió agradablemente con su regalo de Navidad: una serie de obras de papiroflexias increíbles. Empezó con un envío de los sólidos platónicos decorados vía escheriana, que adornó la portada del pasado [S-69]. Éstos iban acompañados de un par de piezas que vemos a continuación.



La primera es un conjunto de tres anillos topológicamente entrelazados, de modo que están sueltos entre cada par, pero el conjunto permanece indisolublemente unido. La segunda es un “toro mágico”. En cada una de sus 16 caras figuran cuatro números del 1 al 16, en conexión con las caras vecinas y de forma que la suma es siempre 34, número que sin duda resultará familiar a los aficionados a los cuadrados mágicos: es el del de lado 4×4. Ejercicio: averiguar cuáles son los números en las caras no visibles; solución: obsérvese que es homomórfica con el cuadrado:

1	4	14	15
13	16	2	3
8	5	11	10
12	9	7	6

Pero su obra maestra es ese *Mammuthus primigenius*, creación de Satoshi Kamiya.

JMAiO, BCN, dic 05

TAXISTAS…

¿Por qué será que mucha gente usa la palabra como un insulto? No son pocas las anécdotas, por lo general negativas, que se atribuyen a ese sufrido gremio, siempre en busca del cliente ocasional con el que poder cubrir momentáneamente su necesidad. El taxista se parece al cazador paleolítico, pendiente siempre de hallar un dinosaurio con que saciar su hambre pero sabiendo al mismo tiempo que inmediatamente tendría que buscar otro para poder continuar su existencia.

De aquí y de allá he espigado algunas anécdotas sobre taxistas de muchas ciudades del planeta. Ahí van, e invito a todo el mundo a que engruese el repertorio.

Estambul. Se caracterizan por la velocidad de vértigo que imprimen a sus máquinas, capaz de sembrar el terror en cualquier cliente. Aunque, bien mirado, eso no es una característica constantinopolitana. Lo mismo ocurre en El Cairo, y en Lisboa, y…

Santo Domingo. Es tal la abundancia de licencias de taxi, que éstos llenarían totalmente las dos calles a que prácticamente se reducen todos los trayectos, impidiéndose circular unos a otros. Solución: cada día sale uno de cada dos taxis. Para evitar trampas, unos llevan la cubierta pintada de color blanco, y los otros, de color mamey. ¡Es espectacular el cambio de color que se opera cada día en el paisaje viario!

Amsterdam. Muchos taxis exhiben un certificado de buena conducta del conductor. ¡Al revés que en nuestras latitudes, donde muchos taxistas verían con agrado que hiciera lo mismo el cliente, especialmente en horas nocturnas o en trayecto apartados!

Beijing (Pekín). Los taxis tienen regulada su longitud, su cilindrada… pero no su color. Distinguir un taxi entre la marea urbana es ejercicio sólo al alcance de los locales.

Londres. El taxista considera una cuestión de honor conducirte sin vacilar a cualquier rincón de su extenso perímetro municipal, por apartado y complicado que esté. No en vano ha tenido que superar un examen en el que habrá memorizado unas 3.000 rutas distintas.

Ciudad de México. Finalmente se ha decretado que un taxi debe tener cuatro puertas. Pero transcurrirá tiempo antes de que la alegre compañía del conductor a vuestro lado desaparezca.

Moscú. Sólo hay un taxi para cada 2500 habitantes, pero, en compensación, cualquier vehículo puede ser un taxi. Párese uno cualquiera y hay buenas probabilidades de que su conductor aproveche para obtener unos ingresos extras al tiempo que te da un servicio.

Mumbai (Bombay). Vigilad que el taxista ponga en marcha el taxímetro, pero no os fijéis mucho en lo que marca. Sucesiones de revisiones sobre revisiones de tarifas hacen que el cobro se realice de acuerdo con una tabla de actualización, cuyo importe puede ser 15 veces lo que marca el taxímetro.

Nueva York. Sólo el 10 % de los taxistas han nacido en USA. Las probabilidades de hallar uno de tu propia nacionalidad son altas.

París. Como en la mayoría de ciudades, el taxista debe atender vuestras peticiones sobre ventanillas, volumen de la radio, etc. Pero también ellos practican su derecho de admisión. ¡Puede negarse a transportaros si vuestro olor le resulta poco grato!

Praga. La piratería taxista es intensa. ¡Ojo con los transportes al aeropuerto! Por más que se haya pactado el coste del viaje, puede ser que el taxista se detenga a medio camino para exigir el doble. Y no vale fingir acoplarse: utilizará vuestro equipaje como garantía de pago (es aconsejable no haber dejado éste en la baca, sino llevarlo consigo).

Roma. Como en muchas ciudades, no os sorprendáis si dos o tres personas irrumpen en el taxi solicitando una ruta distinta a la vuestra… y exigiendo una compensación por bajarse y dejaros hacer la vuestra. Luego, con el taxista celebrarán la “broma”.

Singapur. Los taxis están adornados con lujoso amueblado, incluso llevan una alarma que suena si el conductor corre demasiado. Como en otros lugares, un letrero puede advertir la ruta de su casa, y sólo tomará, a las horas de comer, viajeros en esa dirección.

Estocolmo. Sus taxis son los más modernos del mundo. La mayoría llevan GPS y sus conductores pueden predecir, casi al segundo, la hora a la que van a llegar al destino al que os llevan.

Tokio. Os llevaréis sorpresas con la automatización del taxi. La puerta se abre automáticamente cuando lo abandonáis. ¡Ojo! Una luz roja significa “libre”, y una verde, “Ocupado”.

Bangkok. Hay dos servicios de taxis: los normales, de una seriedad absoluta, y los *tuk-tuks* (motocarros), que sorprendentemente salen más caros, pues al no llevar taxímetro siempre exigen mayor pago. Ojo.

JMAiO, BCN, dic 04

100 haikus (fragmento)
Rodolfo Franco

algo muy grave:
el deseo no satura
¡su objeto sí!
-

mucho cuidado:
Representar la vida
no es vivirla
-

¿buscas misterio?
detrás de la puerta
no hay nada
-

de las estrellas
penden hilos: títeres
¡nada más! somos
-

una pérdida
de tiempo la juventud:
¡nacería viejo!

me veo más viejo
pero ellas siguen con
la misma edad
-

qué pena: siempre
cercada de catetos
la hipotenusa
-

es intencional
cualquier semejanza
con la realidad
-

quiero ser p'a ti
lo que la letra u
es para la q
-

mambo con samba
mango naranja sangra
tanto de tanga

equidistantes
¿medicina? ¿veneno?
cuestión de dosis…
-

¿ves los caminos?
no son más que rastros
de otros hombres…
-

la realidad
está en los camerinos
no en la función
-

reglas del juego:
hacer ver sin ser visto
[el sol las da]
-

tirar y tirar
del ancla del pasado
[esto es la vida]

Niño ante el monte Fuji, por Katsushika Hokusai