Χαρρολλια – 89

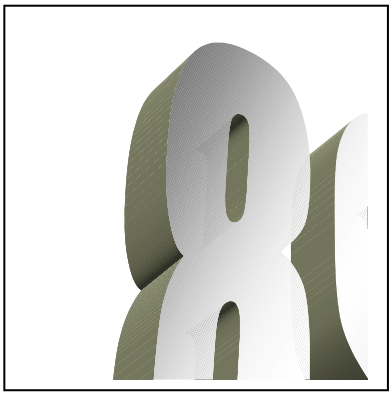
junio 2006

Dirección en la web: www.mensa.es/carrollia

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [**C**], es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.

Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

Josep M. Albaigès	**Francesc Castanyer**	**Pedro Crespo**
www.albaiges.com		http://pedroweb.dyndns.org



Primo, factor en el primer pseudoprimo de Mersenne: $2^{11} - 1 = 2047 = 23 \cdot 89$, pero a la vez exponente en el 10º primo: $2^{89} - 1$. Es también el undécimo término en la sucesión de Fibonacci que además contiene la centésima parte de la sucesión en el desarrollo decimal de su inverso:

1 0,01
2 0,001
3 0,0002
4 0,00003
5 0,000005
6 0,0000008
7 0,00000013
8 ……………

1/89 = 0,0112359…

Año aJC en que fue concedida a todos los italianos la ciudadanía romana.
Un litro/ha pesa 0,089 galones imperiales por acre.
En loterías es "la bula".

Portada: Curiosa fotografía de reactores tomada por Alfredo Pérez Jiménez

ÍNDICE

Sesquicentenario del nacimiento de Sigmund Freud (6 mayo)

Ya estamos en el 6.6.6

Sí, la tan temida fecha está llegando ya cuando se escriben estas líneas. Esperamos que haya sido superada, sin catástrofes ni cataclismos, cuando sea enviada la revista. En todo caso, quizá simbólicamente, Jorge Viaña nos envía una bonita serie de sellos sobre faros argentinos, esos humildes artilugios que expanden sin cesar luz y orientación, tan ausentes en nuestra época. Dice Jorge:

Muy estimado Josep-Maria y colegas de Carrollia & BOFCI,

Con un abrazo cordial, extensivo a todos (es decir: amplio) te remito este trabajo, por ahora, como precedente del ESQ que deseo reaparezca en Carrollia. Quizás te remita el mismo por Electronic-mail, pero éste es el original y la intención es de ser artículo, no ESQ.

Va con sellos postales que te complacerá emplear en las ilustraciones de tu (nuestra) sección de correspondencia (todo ello, clásicamente antiguo en estos tiempos de e-mail). También te enviaré algo para el BOFCI (epitafios, esta vez en alemán: acorde al Papa alemán que te imaginarás que me tiene muy satisfecho).

Hace tiempo que Jorge no se asomaba a estas páginas, en las que ya sabe que tiene siempre alojamiento su revista ESQ (EL Señor Quijote), tan afín con [C]. Jorge acompaña un interesante artículo que trata sobre el tema, tan vacilado a veces, de si el número 1 es primo o no. La respuesta, con la que estoy de acuerdo, es que 1 no es ni primo ni compuesto. Es decir, que, contra lo que dicen algunos tratados de aritmética elemental, los números naturales se dividen en 3 tipos: el 1, los primos y los compuestos. Espero el ESQ donde se trate en profundidad el tema.

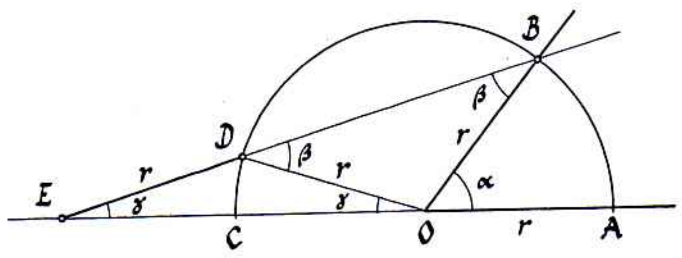
Dentro del cruce de correspondencia generado alrededor de Carrollia, Manuel Rodríguez Sánchez, de Barcelona, envió la comunicación:

Hojeando cosas en la biblioteca de matemáticas de la Universidad Central, el otro día di con un librito de historia de la matemática cuyo título es:

"*Episodes from the early history of mathematics*" de Asger Aaboe.

Dentro he visto un par de cosas de ARQUÍMEDES que me han impresionado. Son la trisección del ángulo y la construcción del heptágono regular. Creo que merece la pena que os haga llegar una fotocopia de las páginas que las contienen.

Como mis conocimientos del inglés yo juraría que son escasos, he interpretado que "neusis construction" quiere decir algo así como construcción "a ojo".



El mismo Manuel incluyó el conocido gráfico atribuido a Arquímedes para la trisección del ángulo, que reproduzco por su belleza. Partiendo del ángulo α señalado en un círculo a partir de la recta r, marquemos en una regla la distancia r, y deslicemos esta regla de forma que dichos puntos marcados caigan respectivamente siempre sobre la recta r y la circunferencia (puntos E y D), En algún momento la regla pasará además por B, y entonces el ángulo γ es α/3. En efecto: el ángulo β es suplementario de ^ODB por externo al triángulo EDO (que es isósceles al ser dos de sus lados radios, por lo que tiene dos ángulos iguales), y por tanto igual a la suma 2γ de los otros dos. Pero α es suplementario de ^EOB por análoga razón, y es por tanto igual a la suma β + γ de los otros dos ángulos del mismo triángulo. Por tanto tenemos:

$$\alpha = \beta + \gamma = 2\gamma + \gamma = 3\gamma$$

¿Se trata de la trisección del ángulo por fin descubierta? ¡No, claro que no! Pues hemos hecho una construcción "prohibida" como es deslizar una regla sobre dos curvas. Aparte de que también, en la geometría con regla y compás, es atípico marcar distancias sobre una regla.

En cuanto al heptágono, podéis hallar una construcción aproximada en mi artículo "El humilde heptágono", en mi página web www.albaiges.com.

Le contestó Pedro Crespo, también de Barcelona:

El método de construcción neusis proviene del griego *neuein* (plural *neuseis*) que significa "inclinarse hacia", y consiste en colocar un segmento de línea de una longitud dada entre dos líneas determinadas, a y b, de modo que el segmento apunte a (es decir su línea pase por) un punto fijado P. O sea, un extremo del segmento descansa sobre la línea a, el otro sobre la b, y el elemento de línea se "inclina", o sea apunta al punto P.

Para este método empleaban una "*regla neusis*", con marcas y giratoria alrededor del punto P. Se ponía un clavo en P y se pinchaba la regla sobre el clavo. Si te aparece por ahí la palabra *diastema* significa "distancia" en griego. A P se le llama el polo de la *neusis.*

La importancia de este método descansaba en el hecho de que permitía resolver problemas que el uso estricto de la regla y el compás no resolvían. Por ejemplo la trisección del ángulo o la construcción del heptágono regular de los que hablas. Arquímedes era todo un experto en el uso del método *neusis*.

Pero bueno, como te decía, explicación completa en

http://en.wikipedia.org/wiki/Neusis_construction

(creo que no hay equivalente del artículo en la wikipedia en español)

Siguiendo con la historia, otro método tipo neusis para resolver la trisección del ángulo consiste en plegar papel:

http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/PaperFolding/AngleTrisection.shtml

El mismo Pedro Crespo manda otro chiste matemático:

Primer acto: un cuadrado
Segundo acto: un cubo
Teseracto: pues eso mismo.

En el número anterior aludí a una propiedad de los números de Fibonacci: que cualquier número natural es descomponible en suma de aquéllos, y alguno me ha pedido aclaraciones. Se trata de una característica fundamental de la sucesión de Fibonacci, enunciada por J. A. de Echagüe en su monografía *Ensayo sobre los números áureos y las sucesiones de Fibonacci*:

"Todo número natural puede descomponerse en suma de uno o más términos de la sucesión F_n. Puede existir más de una descomposición de N en F_n, pero existe una única en que cada término de Fibonacci entre una sola vez, y no hay términos sucesivos".

Así, recordando que la sucesión de Fibonacci es {1,1,2,3,5,8,13,21,34,55…}, en que cada término es suma de los anteriores, tenemos por ejemplo: 17 = 13 + 3 + 1; 46 = 34 + 8 + 3 + 1.

La demostración es casi obvia. Restemos del número N el Fibonacci inferior más próximo F_i. La diferencia será menor de F_i (pues cada F_i es menor del doble del anterior) y podrá restarse de ella otro Fibonacci, claro está que también inferior a Fi. Y así procederemos sucesivamente hasta llegar al menor término posible.

Desde Málaga escribe Rafael León una de sus cartas, tan amena, divertida y documentada como siempre:

Hoy en día en que la ETA anuncia su 4ª tregua que califica del mismo modo equívoco, oigo decir "ojaláy", por "ojalá". Esta misma noche, por TV, dos veces a Zaplana. Creo que es un residuo de "ojalá y la Virgen", que solemos decir incluso sin ser conscientes de "ojalá = "quiera Dios".

Muchas gracias por lo que dices en Carrollia de mis cuadernitos. La verdad es que nos hemos metido los dos en estas aventuras de la microedición, y que tanto tú como este amigo tuyo padecemos sus páginas casi en exclusiva.

No sé si es errata ese *catilus* ('cachorro'). Desde luego *catillus* es 'escudilla' y *catula* es 'perrita, cachorra'.

Claro que *paulus* o *paullus* es 'pequeño, poco, débil, insignificante'. Me ha interesado siempre *paula*, porque la santa de ese nombre es, junto a San Ciriaco, patrona de Málaga. Corominas piensa en un posible posverbal del andaluz "apaular", junto a sus diminutivos "paulella" y "polilla".

Por cierto que Corominas deriva "polla", en su sentido obsceno, de "polla" 'muchacha, jovencita'. Pienso que es más obvia la posibilidad de relacionar "polla" con 'gallina', puesta sobre sus huevos. Pero me meto en todo este pollerío para advertirte que ese mismo don Joan documenta un "pollezno" que deberás incluir en tu relación de nombres de cachorros junto a "gamezno", "lobezno", "osezno", "viborezno". Pero, ¿es que esa desinencia *-ezno* debe reducirse a los nombres que citas o a alguno más que recordemos, o bien es un artilugio del idioma con libre aplicación a cualquier otro nombre que lo admita?

Sobre "buche" ('pollino') seguramente recuerdes que Tragabuches era el nombre que se dio a uno de los Siete Niños de Écija (que no eran siete, ni niños ni de Écija), como recuerda José Carlos de Luna en cierto poemita más conocido que meritorio, porque ese bandolerito se comió un buche "de una sentá". (Para quien rechace el buche como recurso gastronómico habrá que recordarle la esquisitez (en Francia, al menos) de la carne de caballo.

Dejo para el final advertirte que en relación con la letra D de tu "Orígenes y significado del alfabeto" (donde he aprendido tantas cosas), haces referencia a un "triángulo público" (con ele intercalada), que no siempre me ha parecido de tan generosa oferta. (No te desconsueles: la edición de *Poeta en Nueva York* de Federico García Lorca, llevada a cabo por Tabaprés, hablaba también del *vello público* de ese triángulo).

Casualidades de la vida: precisamente hace poco cayó en mis manos la historia del Sacabuches, perfecto ejemplo del antiguo lema hispánico de "la maté porque era mía". Parece ser que este bandido (dicen que generoso) de los tiempos de Fernando VII, habiendo vuelto sorpresivamente a su casa, encontró a su mujer en camisa y al amante escondido en un tinajón. Puedes suponer el final: degüello para ambos.

Pedro Crespo incidió, con no menos galanura, en el mismo tema:

Reconociendo espléndida la síntesis que ofreciste en [C-88] de los misterios del alfabeto, no puedo por menos comunicarte la malhadada consecuencia que para mí ha tenido el saber de la letra D. Enterarme a estas alturas de la vida, cuando ya poco alcanza para sacar provecho de ese conocimiento, de que esa figura geométrica que según dices tienen las mujeres (y que a buen seguro es eso que tan de cabeza me ha llevado siempre) resulta que está, y por lo que dices siempre ha estado, a disposición de todos, me ha sumido en una profunda depresión unida al sufrimiento por lo que tiene ya escaso reparo.

Lo peor ha sido la trifulca con Isabel [su mujer], a la que he reprochado que me haya ocultado siempre semejante característica. La muy lagarta ha ensayado diversas fórmulas de protesta, tratando incluso de aparentar que nada sabía de lo que le recriminaba. Pero yo he sentenciado mi filípica explicándole que lo sabía por ti, y agregando eso de *Magister dixit* he quedado como un señor.

Gracias a ambos por vuestras observaciones, un tanto exageradas. Lo del vello "público" es sin duda una trastada del corrector automático incorporado al Word pues trastroca las palabras cuando las ignora (¿lo habrá diseñado un misógino?). Pero escribir en español no es nada: hacerlo en catalán es un tormento, pues continuamente cambia palabras.

No recuerdo de dónde saqué el *catilus*, creo que de Moll o de Coromines. En cuanto a Paula, una curiosidad: en mi comarca se dice que una mujer es "paula" cuando es buena chica, pero algo paleta e infeliz. ¿Será porque se cae, del caballo o no?

La palabra *polla*, que antes era muy malsonante y ahora veo que se usa sin ninguna inhibición, ¿no tendrá que ver también con algo diminuto y juguetón (bueno, según las personas)? Hace muchos años, en una sesión de viernes en un hotel de Arabia Saudí con cubanos (era fiesta allí, y no había sitios a dónde ir) la conversación derivó a los nombres figurados de nuestro miembro impar, y salieron muchos diminutivos como "mi tronquito" y similares, que lamento no recordar.

Sí, los 7 Niños de Écija es una triple mentira, que se repite en otros casos. Escribí un articulín hace tiempo sobre el tema; lo hallaréis en http://www.albaiges.com/linguistica/tresmentiras.htm. Cualquier addenda será bienvenida.

Nueva incidencia de Pedro Crespo:

Cosas de que me voy acordando y que quizá te sean útiles en lo de Hilbert y el Instituto Clay:

1) Hay una diferencia importante en cuanto a la intención de los problemas propuestos por Hilbert y los del CMI (Instituto Clay de matemáticas):

La intención de Hilbert fue la de trazar áreas de exploración en la matemática, y los problemas seleccionados eran los paradigmáticos en dichas áreas. Es como si un jefe de exploradores propusiera una serie de montes a escalar con la convicción de que ello obligaría al reconocimiento del terreno adivinado y por explorar. Los problemas de Hilbert eran, por así decirlo, los rótulos de un programa de exploración. La del CMI, sin embargo, no está enfocada a señalar áreas matemáticas dignas de exploración. Son problemas propuestos por el propio interés intrínseco de los mismos.

2) De los problemas de Hilbert algunos resultaron ser más bien fáciles. Otros claramente no. Creo que ahora están todos resueltos menos uno, que es justamente la conjetura de Riemann. Y digo justamente porque es uno de los siete del CMI.

3) No hay que confundir los problemas de Hilbert con el llamado «programa de Hilbert». Hilbert fue el primero en obtener una axiomatización perfecta de la geometría euclidiana, y tenía fe en que

ese tipo de metodología se podía extender a toda la matemática. Esta promoción de la idea de la axiomatización de toda la matemática es a lo que se llama «programa de Hilbert». En cierto modo, Gödel asestaría más tarde un golpe mortal a dicho programa.

4) Hilbert propuso sus problemas en 1900 (el 8 de agosto) en un congreso internacional de matemáticos celebrado en París. El CMI hizo su anuncio en mayo de 2000, y también en París, como referencia a la propuesta de Hilbert.

5) Los problemas del CMI están ordenados por el criterio de la longitud de su título en inglés, del más corto al más largo, como para que se pueda formar una especie de esquema de árbol de Navidad:

P versus P
The Hodge Conjecture
The Poincaré Conjecture
The Riemann Hypothesis
Yang-Mills Existence and Mass Gap
Navier-Stokes Existence and Smoothness
The Birch and Swinnerton-Dyer Conjecture

6) A los del CMI se les llama «Los problemas del Milenio» un poco tontamente. En primer lugar, no fueron anunciados en el 2001, que es el inicio del milenio, sino en el 2000, para imitar lo de Hilbert. Pero los llama así también el propio Instituto Clay. Supongo que es porque empieza el tercer milenio, no creo que esperen que se tarde mil años en resolverlos.

7) Son tan puñeteros los problemas que el propio CMI ha publicado un libro en el que los explica, para que sirva de referencia también a las bases del premio. También tienen y venden vídeos para familiarizar a los «laymen». (www.claymath.org)

6) El Carrollia en el que hablo de la conjetura de Poincaré como a punto de ser resuelto es el de diciembre de 2004, me parece que es el [C-83] (junto a la broma sobre la conjetura de Pérez-Parra). A estas alturas ya lo habrá resuelto el ruso en cuestión. No me consta que le hayan concedido el premio, ya que las bases del concurso tienen previsto que han de pasar un par de años para que los «referees» se tomen su tiempo y la solución se asiente.

Pues ya que hablas de pollas, ahí va una anécdota escuchada de primera mano. En su día trabé conocimiento con un matrimonio, rumana ella y peruano él, cuando no hacía mucho que se acababan de establecer en Barcelona. De eso, como de casi todo, hace ya treinta años. Un día me contó ella una historia graciosa. Según me dijo, estaba haciendo cola en una administración de lotería a la espera de cobrar un décimo que le había tocado a su marido. Aclaro que era mi amiga una mujer espléndida, joven, rubia y de ojos verdes, así que no debió pasar mucho tiempo antes de que el señor que la precedía en la cola le dirigiera la palabra. A una pregunta que debió ser algo así como «¿Y le ha tocado mucho?» ella contestó sin ambages: «No, fue mi marido quien se sacó la polla». Se formó un círculo de miradas perplejas en torno de la muchacha. Quiso la suerte que el señor que había entablado la conversación era dueño de una academia de idiomas, y que por lo visto comprendió de inmediato la situación. Según me contó ella, el caballero le entregó una tarjeta y la invitó a tomar clases de castellano en su academia, cosa que nuestra amiga aceptó y de lo que supo extraer mucho aprovechamiento, a juzgar por los resultados.

En el BOFCI comenté un día que en los días de la agonía de Franco se cruzaban apuestas sobre cuál iba a ser el de su fallecimiento. Una interpretación macabra lo establecía así:

Inició la guerra el día:	18-07-36
La terminó:	01-04-39
Sumando ordenadamente:	19-11-75

El día "oficial" fue el 20 (por cierto, también aniversario de las muertes de José Antonio y de Durruti), y se comentó que quizás, dentro de un encarnizamiento terapéutico que hizo historia, se le "obligó" a vivir unas horas más para que no se cumpliera el "chiste".

Y he aquí que al poco me escribe Carles Sala, que forma parte, como yo, del club de los expresidentes de Mensa:

Me he divertido con el número de BOFCI sobre las coincidencias en las fechas. ¡Gracias por seguir publicándolo después de tantos años!

Permíteme hacer una contribución personal.

Cuando Franco murió, mi esposa Elsy estaba ingresada en el mismo hospital (La Paz, de Madrid); habíamos tenido un grave accidente de automóvil.

Desde la habitación de Elsy, en un ala del hospital, en frente, unos pisos más abajo, estaban las habitaciones que ocupaba Franco; desde la habitación de Elsy se veía la antesala (que normalmente tenía la ventana con las cortinas abiertas) y reconocíamos algunos de los personajes del entorno más cercano a Franco.

Pues bien, el día 19 (no el 20), por la tarde, observamos un movimiento inusual, nerviosismo, caras llorosas, etc. Todos nos dijimos: Franco acaba de morir. La muerte no se anunció hasta el día 20, pero tenemos el convencimiento de que el anuncio se retrasó unas cuantas horas. En los corrillos políticos de Madrid se comentó que el retraso se debió a que estaban discutiendo quién lo anunciaba a los españoles y/o qué decía.

Quizás la razón es que no se quiso dar razón a la profecía (que yo no conocía y me parece divertida e imaginativa), que sumadas las fechas del inicio (18-07-36) y final (01-04-39) de la guerra civil daba la fecha 19-11-75 (no el 20). Parece, pues, que realmente la profecía se cumplió…

Una última contribución: Alfredo Pérez Jiménez manda esta obra de arte papirofléctica. Su título: El Sombrerero” (de Alicia, claro está). Gracias, Alfredo.

Y queda así completo el trimestre. ¡Feliz verano!

El Editor

EL 89 TARTAMUDEA

Partiendo de la igualdad: $\mathbf{4495^2 - 4494^2 = 8989}$ podemos añadir, después del 44, todos los 94 que queramos. Cada una de las diferencias de cuadrados formadas siempre es un número formado por el 89 tartamudo. Así:

$$\mathbf{449495^2 - 449494^2 = 898989}$$

$$\mathbf{44949495^2 - 44949494^2 = 89898989}$$

$$\mathbf{4494949495^2 - 4494949494^2 = 8989898989}$$

INTERCALANDO 89

Entre el 7 y el 82 podemos intercalar todos los 89 que queramos y siempre obtendremos el producto de 17 por el 46 tartamudo. Así:

$$\mathbf{78982 = 17 \cdot 4646}$$
$$\mathbf{7898982 = 17 \cdot 464646}$$
$$\mathbf{789898982 = 17 \cdot 46464646}$$

Acebrian Mayo 2006

* * * * * * * * *

RÉQUIEM POR UN COMPÁS.

Antonio García Martínez
Ingeniero de Caminos, Colegiado nº 94

Si por algo puede caracterizarse la última mitad del siglo pasado es por el avance irrefrenable de las nuevas tecnologías y, sobre todo, por el de las técnicas informáticas que han llevado a la jubilación forzosa y anticipada de una gran cantidad de instrumentos de cálculo, de edición y de dibujo que, allá por los años cincuenta, servían a los estudiantes, a los técnicos y a una infinidad de profesionales para desarrollar sus labores.

De entre ellos enumeraré algunos:

- Las tablas de logaritmos (entre otras las de Vázquez Queipo, las de Sánchez Ramos, ambas de seis cifras decimales, o las más perfectas, las de Schrön, con siete cifras decimales) que nos permitían resolver intrincados problemas de trigonometría esférica, aunque con unos trabajos ímprobos, ya que la mayor parte de los problemas acababan teniendo que calcular funciones trigonométricas de ángulos comprendidos entre 0 y 3 grados sexagesimales, con lo que las interpolaciones se hacían muy penosas y largas.
  A este respecto muchas veces me he preguntado qué sistema siguieron los autores de tales tablas para escribirlas, pero me imagino que, fuere cual fuere el sistema empleado, el trabajo debió ser de chinos.
- La regla de cálculo, instrumento hoy prácticamente desconocido, en sus tres versiones más difundidas: las de bolsillo (de unos 10 a 12 cm de longitud), la normal de sobremesa (de 30 cm de longitud) y la destinada a los expertos, de

sobremesa y 60 cm de longitud. Esta última permitía llegar a apreciar cinco cifras significativas de los números. También existían, aunque casi nadie las utilizaba, reglas de forma circular.

- La clásica máquina de escribir a la que cierto escritor echaba de menos, ya que después de muchos años y ante su incapacidad para dominar un ordenador personal, ha tenido que volver a recurrir a la pluma estilográfica ante la práctica imposibilidad de encontrar en el mercado cintas para máquina de escribir.
- Las primeras máquinas de calcular mecánicas a base de manivela que había que manejar con destreza. Entre ellas existía una de marca Curta, que, con su aspecto de bote de leche condensada, se conservaba en un embalaje metálico con apariencia de bomba de mano, y era algo así como una calculadora de "bolsillo".
- Las primeras máquinas de calcular electro-mecánicas, entre las que recuerdo una, de marca Frieden, que fue la primera que tenía una tecla que permitía extraer raíces cuadradas, lo cual no era obstáculo para que, si se escribía en su teclado "144" y se apretaba la susodicha tecla, hubiera que soportar un buen rato de estruendosos movimientos de carros, engranajes y otros artilugios hasta que al fin aparecía en el correspondiente visor el resultado: "12".
- Vinieron después las primeras máquinas que mediante circuitos (ignoro de qué tipo) permitían programar pequeñas operaciones repetitivas. En general esa programación consistía en establecer la secuencia de teclas que se empleaban en el caso de hacer la operación manualmente y la máquina la memorizaba para repetirla varias veces seguidas. No admitían más que un programa simultáneo y, en general, no tenían memoria permanente con lo que, cada vez que se apagaba la máquina, había que a volver reescribir el programa, previamente conservado por escrito como oro en paño.
- Y qué decir de los primeros ordenadores que, aparte de exigir superficies y volúmenes ingentes para su instalación, requerían controles estrictos y continuos de humedad y temperatura, además de toda una pléyade de personal: analistas, programadores, perforistas, comprobadores de las perforaciones, sin contar con las enormes cantidades de fichas perforadas y de listados en papel "pijama". Y todo eso para proporcionar unas capacidades de memoria y unas velocidades de cálculo muy inferiores a las de cualquier ordenador de sobremesa o portátil de los que hoy en día manejamos.
- Aparecieron después las antecesoras de los actuales ordenadores personales que ya tenían soportes magnéticos (tarjetas, casetes, disquetes, etc.) con unas capacidades de memoria que hoy consideraríamos irrisorias. Pero aun así cumplían su misión. Personalmente llegué a crear programas de trazado y de cálculo de estructuras con un Hewlett Packard de 32 kb de memoria.
- Entre los instrumentos de dibujo ya prácticamente desaparecidos pueden citarse los tiralíneas, los compases, las bigoteras, los Rotring, las plantillas perforadas para rotulación, los llamados "cangrejos" también para rotular, las plantillas de curvas circulares, parabólicas o de clotoides, y, hasta si me apuran, los simples juegos de escuadra y cartabón, que, aunque todavía existan, prácticamente han caído en desuso, barridos por los programas de dibujo asistido por ordenador.
  Como recuerdo de aquellos ya lejanos años de la preparación para el ingreso en la Escuela quedan las horas y horas empleadas en realizar complicadas láminas de dibujo lineal y rayado, en las que, sobre todo, había que esmerarse en conseguir unas tangencias perfectas entre rectas y arcos de circunferencia, de tal manera que no fueran perceptibles.

Ante semejante "holocausto tecnológico" me he creído en la necesidad de ofrecer un homenaje a sus víctimas y he elegido entre ellas al humilde compás y a su indudable utilidad para la resolución de problemas gráficos, tanto en compañía de su inseparable regla, como individualmente.

Ya en el año 1797, Lorenzo Mascheroni (1750-1801) publicó su libro *Geometría del compasso*, en el que demostró que todas las construcciones geométricas posibles usando la regla y el compás podían resolverse mediante el uso exclusivo del compás. Claro está que lo único que no es posible es trazar una recta que, en este caso, queda sustituida por dos de sus puntos.

Años más tarde, Jacob Steiner (1796-1863), inspirándose en la obra de Mascheroni, trató de realizar esa misma hazaña pero usando tan sólo la regla de un solo borde. Fracasó en el intento, pero demostró que basta que en el plano del dibujo se incluya *una sola circunferencia* y su centro para que ya la regla sea el único instrumento necesario para resolver otra gran diversidad de construcciones. En ellas se requieren métodos de geometría proyectiva.

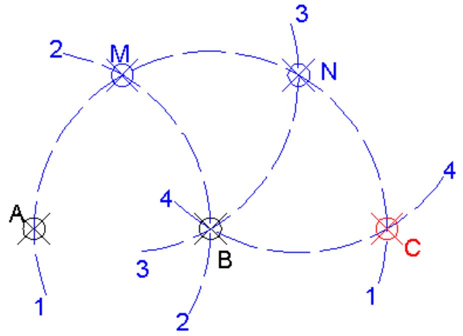
Para oficiar ese réquiem que da nombre a estas notas me he dediqué a rebuscar viejos apuntes y a reproducir (naturalmente usando el dibujo asistido por ordenador) algunas de esas construcciones entresacadas de ellos y que no tienen otro objeto que provocar la añoranza de los que ya las conocieron y demostrar a los jóvenes el ingenio que derrocharon nuestros antepasados cuando no contaban como ahora con potentísimos medios de cálculo y de dibujo.

Las construcciones resultado de ese trabajo han sido:

1. Duplicar un segmento dado
2. Dado un círculo dibujado hallar su centro
3. Encontrar el inverso de un punto respecto de un círculo
4. Hallar el punto medio de un segmento dado
5. Hallar el punto medio de un arco
6. Inversión de una recta e intersección de recta y círculo
7. Intersección de dos rectas
8. Círculo que pasa por tres puntos
9. Construcción de polígonos regulares

Veamos, como ejemplo, las dos primeras:

1.- DUPLICAR UN SEGMENTO DADO



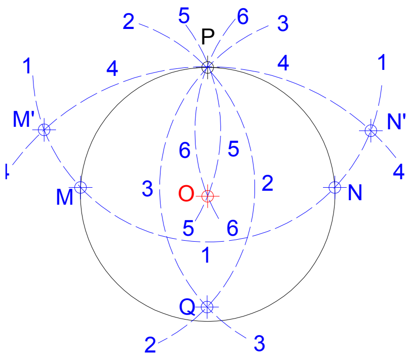
Dado un segmento rectilíneo, **AB**, se puede duplicar usando sólo el compás mediante las siguientes construcciones:

- 1.- Con centro en **B** se traza una circunferencia (1) de radio **AB**.
- 2.- Con centro en **A** se traza una circunferencia (2) de radio **AB**, que corta a la (1) en el punto **M**.
- 3.- Con centro en **M** se traza una circunferencia (3) de radio **MB**, que corta a la (1) en el punto **N**.
- 4.- Con centro en **N** se traza una circunferencia (4) de radio **NB**, que corta a la (1) en el punto **C**, que es el extremo opuesto al **A** en el segmento **AB** duplicado.

Aplicando sucesivamente esta construcción se puede triplicar, cuadruplicar, o multiplicar las veces deseadas, un segmento rectilíneo.

Como puede comprobarse lo único que se ha hecho es determinar el vértice opuesto al **A** en un hexágono de centro en **B**.

2.- HALLAR EL CENTRO DE UN CÍRCULO DIBUJADO



El único dato es una circunferencia, sin que esté dibujado su centro, y se va a determinar éste utilizando tan sólo el compás. Las construcciones a realizar son las siguientes:

1. Desde un punto cualquiera de la circunferencia, **P**, se traza otra (1) de radio arbitrario, que cortará a la primera en dos puntos: **M** y **N**.
2. Haciendo centro en **M** y **N** se trazan circunferencias (2) y (3) que pasen por **P**.
3. Las dos circunferencias (2) y (3) se cortan en un punto **Q**.
4. Con centro en **Q** se dibuja otra circunferencia (4) que pase por **P**. Esta última corta a la circunferencia (1) en dos puntos: **M'** y **N'**.
5. Con centro en **M'** se dibuja una circunferencia (5) que pase por **P**.
6. Análogamente se procede con el punto **N' (6)**. Las dos circunferencias (5) y (6) se cortan en un punto **O**, que es el centro buscado de la circunferencia original.

Este mismo proceso puede aplicarse al caso de que en vez de una circunferencia el dato inicial sea un arco de circunferencia.

La demostración de que el sistema empleado es correcto es bastante sencilla pero se ha considerado que no es objeto de estas breves líneas.

Seguirán estas construcciones en próximos números de [C].

* * * * * * * * *

¿Cómo neutralizar las llamadas impertinentes?

Suena el teléfono.

— ¿Dígame?

—Buenos días, ¿podría hablar con el titular de la línea?

— Soy yo mismo.

— ¿Me dice su nombre por favor?

—Juan Luis.

—Don Juan Luis, le llamo de Telefónica para ofrecerle la promoción de instalar una línea adicional en su casa en donde usted tendrá derecho a...

—Disculpe la interrupción, pero, exactamente ¿quién es usted?

—Mi nombre es Judith Pérez, de Telefónica y estamos llamando...

—Doña Judith, discúlpeme, pero para nuestra seguridad me gustaría comprobar algunos datos antes de continuar la conversación, ¿le importa?

—No hay problema, señor.

— ¿Desde qué teléfono me llama? En la pantallita del mío solo pone "NUMERO PRIVADO".

—1004.

— ¿Para qué departamento de Telefónica trabaja?

—Telemarketing Activo.

— ¿Usted tiene número de trabajadora de Telefónica?

— Señor, discúlpeme, pero creo que toda esa información no es necesaria...

— Entonces tendré que colgar porque no tengo la seguridad de hablar con una trabajadora de Telefónica

— Pero yo le puedo garantizar...

— Además, yo siempre estoy obligado a dar mis datos a toda una legión de empleados siempre que llamo a Telefónica para algo.

— Está bien...mi número es 666-666.

—Un momento mientras lo verifico, no se retire, Judith.

Transcurren dos minutos

— Un momento por favor, no se retire Judith.

Transcurren cinco minutos.

— ¿Señor?

Sólo un poco más, por favor, nuestros sistemas van lentos hoy.

—Pero... señor...

Sí, Judith, gracias por la espera.

— ¿Cuál era el asunto de su llamada?

—Le llamo de Telefónica, estamos llamando para ofrecerle nuestra promoción Línea Adicional, en la que usted tiene derecho a una línea adicional. ¿Usted estaría interesado, don Juan Luis?

—Doña Judith, voy a tener que pasarle con mi mujer, porque es ella quien decide sobre la alteración o adquisición de planes de Telefónica. Por favor, no se retire.

Coloco el auricular del teléfono delante de un altavoz de la cadena de música y pone el CD de Caribe Mix 2004 con el Repeat activado. Sabía que algún día, esa droga de música sería útil. Después de sonar el CD entero, mi mujer atiende el teléfono.

—Disculpe por la espera, gracias... ¿Me puede decir su teléfono? Pues en la pantallita del mío solo aparece "NUMERO PRIVADO".

—1004.

— ¿Con quién estoy hablando?

—Judith.

— ¿Judith... ¿qué más?

—Judith Pérez —ya demostrando cierta irritación en la voz.

— ¿Cuál es su número de trabajadora de Telefónica?

— 666-666 (más irritada todavía)

—Gracias por la información. ¿En qué puedo ayudarla?

—La llamo de Telefónica, estamos llamando para ofrecerle nuestra promoción Línea Adicional, en la que usted tiene derecho a una línea adicional. ¿La señora estaría interesada?

—Voy a abrir una incidencia y dentro de algunos días entraremos en contacto con usted para darle una decisión, ¿puede anotar el número de incidencia, por favor?... ¿hola?, ¿hola?

TUTUTUTUTU...

Tomado de Internet. Remitido por Antonio Casao.

LA ENUMERACIÓN DE LOS NÚMEROS PRIMOS

Esta enumeración consiste en presentar una sucesión completa y ordenada (generalmente en forma creciente) de todos los números naturales donde, cada uno de ellos, cumpla con la condición de ser primo, esto es: que tenga dos, y sólo dos, divisores (la unidad y él mismo).

Suele estar precedida por la pregunta: ¿Cuántos números primos... hay?, donde, reemplazando los puntos suspensivos por alguna condición restrictiva, se obtiene una respuesta única que, luego, puede ser seguida de la susodicha enumeración; por ejemplo, ¿Cuántos números primos menores que 10 (o de una sola cifra) hay?, y la respuesta es "cuatro", seguida de la enumeración: 2, 3, 5 y 7. O bien (otro ejemplo): ¿Cuántos números primos menores que 100 (o que constan, solamente, de una o dos cifras) hay? y la respuesta es "veinticinco", seguida de la enumeración: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

Si se suprimen los puntos suspensivos, la pregunta ¿Cuántos números primos hay?, tiene como respuesta: "innumerables, incontables", o bien: "infinitos" (empleando el singular y peculiar concepto del infinito matemático, que goza de una representación: ∞, cuasiguarismo, por la cual puede figurar como resultado de una ecuación o participar en representaciones junto a cantidades finitas. Esa representación –como es sabido– proviene de una modificación de la inicial del latín *aeternum*, es decir, eterno, siendo dable el aclarar que no es sinónimo de infinito: lo infinito es una imperfección de las cosas creadas –como enseña Santo Tomás de Aquino– y también lo es en los números, por ser entes de razón).

Sin embargo, el asunto al que se refieren estas líneas es otro, distinto a la digresión del párrafo anterior que, por eso, se mantiene entre paréntesis: se trata de que, en algunos lugares de obras matemáticas, se incluye la unidad entre los números primos.

A continuación, se citan algunos ejemplos donde sucede esto: en un lexicón (o diccionario) de Matemáticas[1] en el art. "criba" se describe el método inventado por Eratóstenes para determinar los números primos en una cantidad que se desee: se escriben los números naturales y, después de suprimir, tachar o "cribar" todos los números pares (excepto 2), se continúa tachándolos, de tres en tres, a partir de $3 \times 3 = 9$; luego, se sigue procediendo así, pero de cinco en cinco, a partir de $5 \times 5 = 25$, etc. Cuando se termine de cribar toda la cantidad de números naturales elegida, quedan sin tachar todos los números primos... aparentemente (pues no se cribó la unidad, colocada cuando se escribió toda la sucesión de números naturales); así aparece en la obra citada, con lo cual, los números primos serían veintiséis, dentro de la primera centena.

En otro diccionario (Wörterbuch), anterior en un siglo al del precedente ejemplo, en el Art. "Primzahlen" (Números primos) también se enumeran veintiséis primos dentro de la primera centena[2]

El error consiste en tomar como definición de número primo: "son aquéllos que quedan sin cribar cuando se aplica el método de Eratóstenes" (que, dicho de paso, es el que se continúa aplicando en los días actuales –no hay otro conocido, para determinar primos– aunque se opera con la enorme velocidad que permiten los ordenadores).

Para obviar dicho error es menester emplear la definición formal de número primo (que se cita en el primer párrafo de estas líneas): "Es todo número natural que tiene dos, y sólo dos, divisores".

Un número natural, en general, es divisible exactamente por sí mismo, por la unidad y por otros/s divisor/es; solamente los primos se caracterizan por tener el mínimo de divisores: la unidad y él mismo, esto es, el mínimo posible de divisores: por eso, la unidad no es primo: por tener un solo divisor, él mismo.

A ello se puede añadir el lema de que un primo nunca es divisor de otro primo... y la unidad es divisor de todos los primos.

En el fondo de este asunto subyace una falsa dicotomía: la de enfrentar primo (el que tiene sólo dos divisores) con compuesto (el que tiene tres o más divisores), cuando, en realidad, se trata de la tricotomía: unidad-primo-compuesto, es decir, la unidad no es primo, ni compuesto (y estimarlo como primo es tan absurdo como estimarlo compuesto).

Añadiendo otros ejemplos de obras, en torno a este asunto, se desea comentar que en una enciclopedia matemática[3], entre sus primeras páginas se afirma taxativamente que la unidad no es un primo y setecientas páginas más adelante publica una tabla de logaritmos naturales de números primos, enumerando todos los menores de 1000, ...y encabeza dicha enumeración con la unidad, aunque la guarda entre paréntesis.

En otra obra, ésta, de Matemáticas recreativas[4], muy valiosa por su amenidad y una relevante didáctica en sus explicaciones, se incluye (con permiso del autor) una enumeración de primos que alcanza hasta el 55079... pero la inicia con la unidad (y, esta vez, sin encerrarla entre paréntesis).

Finalmente, y para completar a media decena las obras citadas, se toma una de Martin Gardner (la sexta de sus antologías integradas por artículos que le fueron publicados en una importante revista mensual de difusión –a buen nivel– de las ciencias, en general).

Gardner es reconocido como el más importante especialista contemporáneo en los temas de Matemáticas recreativas, problemas de ingenio, curiosidades y juegos en torno a estas ciencias.

En el capítulo dedicado a números primos, de esta obra, luego de comentar el método de Eratóstenes y la original idea de otro autor contemporáneo, que permite una manera eficiente de realizarla, quiere dar un ejemplo que la ilustre, tomando los primos menores que 100... y expresa lo siguiente:

"En la criba han caído todos excepto 26 números (...). Éstos son los primeros 26 primos. Los matemáticos prefieren hablar de 25 primos, porque varios teoremas importantes son más sencillos de enunciar si no se considera el 1 como primo", y pasa a dar como ejemplo el Teorema Fundamental de la Aritmética (que todo número compuesto, se puede expresar como un producto único –y característico de él– de todos sus divisores primos).

Al respecto, no se puede expresar que hay disenso con la opinión de Gardner: en Matemáticas no cabe opinión alguna (salvo en el aspecto filosófico o, quizás también en lo histórico).

En un teorema, si se considera la unidad como primo, simplemente no es demostrable y si se trata de un problema (con dicha consideración), no se lo podrá resolver. Él mismo lo admite, al terminar el párrafo:

"No podríamos decir esto si considerásemos el 1 como primo. Habría un número infinito de conjuntos diferentes de factores primos,..." siempre con referencia al teorema fundamental.

En cuanto a los problemas, cinco páginas más adelante presenta la solución a un cuadrado mágico formado por números primos [los tales cuadrados son problemas distractivos, donde se plantea colocar en sus casillas números naturales consecutivos de modo tal que la suma de todas las filas (horizontales) y las columnas (verticales), así como las dos diagonales mayores, permitan obtener siempre el mismo resultado (constante); dichos cuadrados son de orden tercero, si el cuadrado tiene nueve casillas, de orden cuarto, si son dieciséis las casillas, etc.]. En este caso, transcribe uno de tercer orden, los primos no son consecutivos... e incluye la unidad entre los primos:

67	1	43	
13	37	61	
31	73	7	siendo la suma constante 111.

En la siguiente página incluye uno (de orden duodécimo y constante 4514), pero, también malogrado por incluir la unidad en él, pese a que emplea primos consecutivos (prescindiendo del 2, por su paridad)[5].

Si se optara por transformar el cuadrado de tercer orden y constante 111 en uno "ortodoxo", formado exclusivamente por primos, se tendría que sumar en cada casilla una cantidad par (constante) hasta obtener lo deseado: sin embargo, dicho par no podrá terminar en 2, pues 13, 43 y 73 pasarían a terminar en 5 y, por lo tanto, no serían primos; tampoco podrá terminar en 4, pues 31 y 61 también terminarían en 5 y tampoco podrá terminar en 8, pues 7, 37 y 67 pasarían a terminar en 5. Quedando la posibilidad de que los sumandos a añadir en cada casilla terminen en 0 ó en 6, se ha intentado, empleando la enumeración de Lehmer (antes citada) que alcanza hasta el primo 55079, pero con resultado infructuoso.

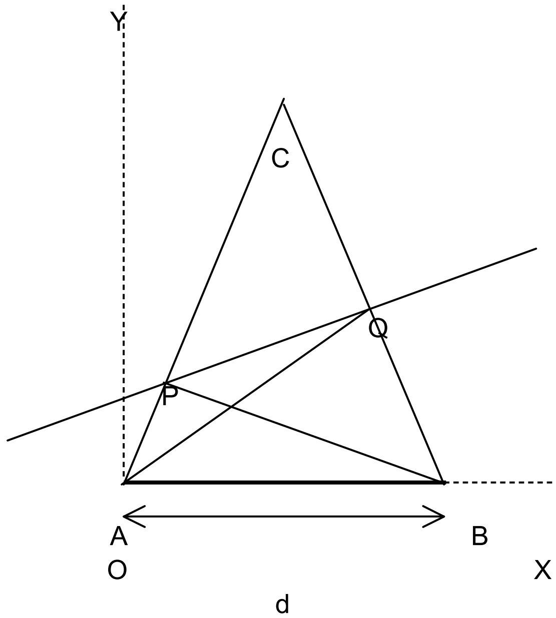
Se deja a algún eventual lector de estas líneas el seguir intentándolo (o buscar una demostración de que es irresoluble), mientras que se aventura una conjetura: que no tiene solución a causa de haber incluido la unidad como si fuera primo.

JOSÉ A. J. VIAÑA SANTA CRUZ -- La Plata, a 16 de mayo / A. D. 2006

---

1 Francisco Vera, "Matemática", Lexicón Kapelusz, Bs. As., 2da. 1967. El art. "criba", en pág. 124.
2 Ludwig Hoffmann, "Mathematisches Wörterbuch" (Diccionario de Matemáticas), IV. Band (4to. Tomo) K-P, Verlag (Editorial) von Wiegandt und Hempel, Berlín, 1864, Art. "Primzahlen" (Números primos), Seite (página) 308 de este 4to. Tomo.
3 W. Gellert et alia, "The VNR Concise Encyclopedia of Mathematics" Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1977. En pág. 24 afirma: "The number 1 itself is not counted among the prime numbers so that the secuence begins with 2." Y en pág 730 presenta la tabla citada, donde la enumeración empieza con (1).
4 Albert H. Beiler, "Recreations in the Theory of Numbers", Dover Publ., Inc., New York, 2da. – 1966. En las págs. 214-217 incluye la enumeración (List of Primes) de D. N. Lehmer (con permiso del mismo), la cual se inicia con 1 y termina con 55079.
5 Martin Gardner. "Comunicación... y otros pasatiempos matemáticos". Ediciones Cátedra, Madrid, 1986. Es en la pág. 127 donde se encuentra parte del párrafo que se transcribe en estas líneas y en la pág. 137 se halla el cuadrado de tercer orden (en la siguiente, 138, se puede ver el cuadrado de orden duodécimo, cuyo autor lo confeccionó en 1913. Según Gardner, dicho autor, de nombre J. N. Muncey, demostró que el mínimo posible, con primos, es ese... pero resulta inválido por incluir la unidad).

El problema del triángulo isósceles



Siendo:
α el valor de los ángulos del triángulo isósceles en A y en B
β el valor del ángulo que forman las rectas AB y AQ.
γ el valor del ángulo que forman las rectas BA y BP

Se trata de calcular el valor del ángulo **φ** que forman las rectas AB y PQ.

Solución

Los puntos P y Q se obtienen por la intersección de las rectas BP-AC, y BC-AQ respectivamente.
Pongamos, pues, en el sistema de coordenadas referido en la figura, las ecuaciones de las rectas indicadas y hallemos las coordenadas de P y de Q, resolviendo los sistemas de ecuaciones dados por sus respectivas rectas.

Coordenadas de P:

Recta AC: $y = \tan\alpha \cdot x$, Recta BP: $y = -\tan\gamma(x-d)$

Por tanto será $x_P = \dfrac{d\tan\gamma}{\tan\alpha + \tan\gamma}; y_P = \dfrac{d\tan\alpha\tan\gamma}{\tan\alpha + \tan\gamma}$

Coordenadas de Q:

Recta AQ: $y = \tan\beta \cdot x$; Recta BC: $y = -\tan\alpha(x-d)$

Por tanto será $x_Q = \dfrac{d\tan\gamma}{\tan\alpha + \tan\beta}; y_Q = \dfrac{d\tan\alpha\tan\beta}{\tan\alpha + \tan\beta}$

Conocidas ya las coordenadas de los puntos P y Q, calculamos ahora la pendiente de la recta PQ que es el cociente entre sus diferencias de ordenadas dividido por sus diferencias de abscisas:

$$\tan\varphi = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$$

Con lo que, sustituyendo, se llega a:

$$\tan\varphi = \frac{\tan^2\alpha(\tan\beta - \tan\gamma)}{\tan^2\alpha - \tan\beta\tan\gamma}$$

Nota: En general, si el triángulo es escaleno y los ángulos en A y B son α_1 y α_2, por el mismo método se llega a la solución general:

$$\tan\varphi = \frac{\tan\alpha_1\tan\alpha_2(\tan\beta - \tan\gamma) + \tan\beta\tan\gamma(\tan\alpha_2 - \tan\alpha_1)}{\tan\alpha_1\tan\alpha_2 - \tan\beta\tan\gamma}$$

Manuel Rodríguez Sánchez

* * * * *

Modernas estafas legales

¡Cuidado con las monedas de "2 euros"!

Desde el 1 de enero 2005, Turquía tiene nueva moneda, la nueva lira turca (*Yeni Turk Lirasi*), que reemplaza la antigua lira, muy devaluada (¡le han quitado 6 ceros!).

La nueva moneda de 1 lira se perece de forma espectacular a la moneda de 2 euros. Su se comparen ambas, se puede ver que tienen el mismo aspecto (el exterior de níquel que rodea la parte central de cobre) y casi el mismo tamaño.

También, por el lado de la cara, como muchos euros, tiene un retrato (es un Ataturk, como los euros tienen el rey de España, o el de Bélgica, o a Dante, etc.). La única diferencia es que el lugar del número 2, en el lado de la cruz, hay un 1. Pero cuidado, pues incluso el 1 que aparece se parece mucho al 1 de la moneda de 1 euro. Esta moneda de lira turca es una imitación muy buena de la moneda de 2 euros pero jurídicamente legal.

El valor de esta moneda es 0,4 euros (y en España o en el resto de Europa en realidad no vale nada)

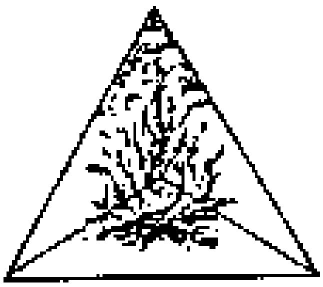
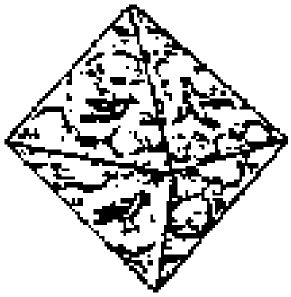
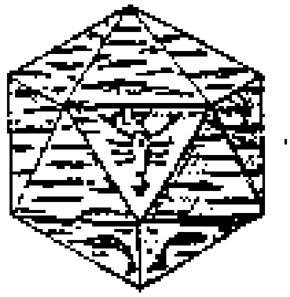
Cuidado, pues permite dar el cambio de manera normal en toda la zona del euro, dado unos beneficios muy interesantes.

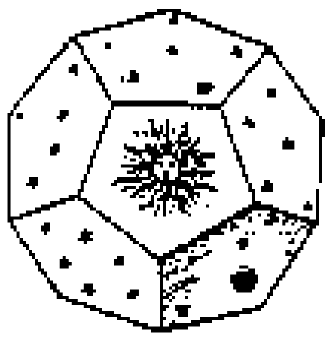
¡Hay que comprobar bien, cuando se recibe el cambio en "monedas de 2 euros", que no se trate de liras turcas!

(Tomado de Internet)

Los sólidos platónicos y su relación con los cuatro elementos

Son archiconocidos los cinco poliedros regulares, así como el hecho de que no puede haber ninguno más. Podemos verlos en las figuras adjuntas:

		
El tetraedro, el más simple de todos, está formado por cuatro triángulos equiláteros (se asemeja a una pirámide de Egipto con la base triangular en vez de cuadrada). Es la forma más reducida de cerrar una porción de espacio con cuatro polígonos.	El octaedro contiene más triángulos, ocho. Recuerda dos pirámides de Egipto unidas por sus bases.	El icosaedro tiene ya veinte caras, todas triangulares. Es como un gran brillante de veinte facetas.

	
El hexaedro o cubo, el más familiar de todos, consta de seis cuadrados. Es el cuerpo básico al que se refiere la medida de volúmenes.	Finalmente, el dodecaedro, que muchos consideran el más bello, está formado por doce pentágonos regulares.

Estos sólidos eran conocidos ya en la antigüedad, y han pasado a ser llamados platónicos porque Platón los nombra en su diálogo *Timeo*. Como figuras abstractas de gran perfección, el filósofo llegó a relacionarlas con los cuatro elementos.

Platón, como es sabido, en reacción contra los primitivos filósofos presocráticos, que estudiaban la composición y leyes del mundo en sí mismo, sin intervención de fuerzas divinas, lo considera creación de un “demiurgo”, y por tanto sujeto a leyes acordes con él, racionales, perfectas y eternas. Como una forma de resolver la contradicción entre ese mundo demiúrgico “perfecto” y el real consideraba éste como una versión prosaica del más perfecto mundo de las “ideas”, como ejemplifica en su clásico *Mito de la Caverna*, donde unos hombres encadenados en el interior de una cueva ven solamente las sombras de los objetos del mundo real, y acaban identificándolos con la propia realidad. Así somos nosotros, concluye Platón: la visión que tenemos del mundo es una “sombra”, una tosca imagen del perfecto mundo de las ideas, que se hallan en un plano inaccesible para nosotros y sólo pueden ser conocidas con el razonamiento y no con los sentidos, que siempre nos engañan.

En el aspecto que hoy llamaríamos físico, Platón no duda en adoptar la teoría de los cuatro elementos de Anaximandro: los pilares básicos de que estaría construido el Universo son agua, aire, tierra y fuego (de hecho, es una teoría extrañamente moderna: hoy consideramos que hay 92 de tales “elementos simples”, y todas las restantes sustancias son combinaciones de ellos). Platón, buscando la “forma ideal” de los cuatro elementos, no halla mejor representación para ellos que cuatro de los cinco poliedros regulares:

- El tetraedro, de forma apuntada y ligereza sin par, es identificado sin dudar con el fuego.
- El octaedro, apuntado por arriba y abajo está destinado a la flotabilidad, y por ello corresponde al aire.
- El icosaedro, poliedro más complicado, recuerda por sus múltiples facetas los reflejos sin fin del agua, y por tanto es la forma ideal de ésta.
- El cubo, por su misma forma es imagen de la solidez y estabilidad: queda asociado a la tierra.

¿Qué ocurre con el dodecaedro? Platón se refiere a él de una forma un tanto vaga, que ha sido interpretada como la imagen del Universo mismo.

Los sólidos platónicos han gozado de una amplia resonancia en el arte, la literatura y en general siguen siendo una prístina imagen de belleza y abstracción. La teoría de Platón pervivió durante los siglos, y el mismo Kepler intentó ajustar las órbitas planetarias a esos poliedros, siempre en busca de ese “plan divino” al que se someterían las cosas. De hecho, las imágenes dadas más arriba son suyas, y corresponden a la asociación de cada poliedro con su elemento correspondiente.

Posteriormente, el mundo de los poliedros fue ampliándose (ver los artículos *Breve paseo por el mundo de los sólidos arquimedianos* y *El rombododecaedro y el octaedro truncado: dos poliedros únicos*).

JMAiO, BCN, nov 05

PAPIROFLECTANDO LOS SÓLIDOS PLATÓNICOS

Por Alfredo Pérez Jiménez

El presente artículo no trata de ningún tema que realmente tenga que ver directamente con la Papiroflexia, es decir, no incluye ningún diagrama, no describe ninguna técnica de plegado ni de preparación de papeles, ni siquiera habla una vez más de los orígenes de este arte "centenario", que ya es decir.

Sin embargo, lo que cuento aquí es el resultado de unos ejercicios de ingenio llevados a cabo por 3 aficionados, que sí tuvieron su origen en la Papiroflexia y que terminaron con el diseño de unas plantillas que algunos de los lectores pueden encontrar atractivas.

Moviéndonos por el ciberespacio y usando como vehículo el correo electrónico, otros dos aficionados y el que esto escribe, estuvimos durante un tiempo empeñados en desarrollar una idea, en principio rudimentaria, que se fue perfilando poco a poco, en varias etapas, hasta cuajar por completo.

Como lo de menos es quien hizo "qué" y "cómo", en lo sucesivo hablaré de A, B y C, despersonalizando de esta forma la labor realizada por cada uno, y entraré sin más dilación en su exposición.

Digamos que A estaba un día plegando un cubo según el desarrollo de Haga/Kasahara, y también había leído recientemente un libro (1) basado en los trabajos de M. C. Escher, sus teselaciones, los dibujos periódicos, las simetrías, etc. En ese libro se incluyen muchas fotografías de lo que llama Calidociclos e incluso una colección de recortables para construir varios de estos poliedros, además de los cinco regulares, los conocidos como sólidos platónicos, decorados con distintos motivos inspirados en la obra del insigne dibujante holandés.

Por una asociación de ideas, a A se le ocurrió que su "papiro-cubo" quedaría muy bonito "*pegando*" en cada cara el trozo adecuado de un dibujo del tipo de los de Escher para que encajaran todas las caras, dando continuidad al dibujo con las distintas simetrías por encima de las aristas.

En un momento determinado lo comenta con B y en su intercambio de ideas se pasa de la de "*pegar*", a "*imprimir*" y "*de trozos*", a "*continuidad*", y surge la de tratar de diseñar una plantilla que cumpla los siguientes requisitos:

- Formato cuadrado.
- Cubierta de dibujos periódicos con alguno de los motivos de Escher: Demonios, Peces, Reptiles, Conchas, etc.
-

Al ser plegado este cuadrado según el método de Haga/Kasahara, produzca el Cubo de forma que los trozos de dibujo que quedan visibles sobre las caras tengan continuidad en las aristas, resultando similar al conseguido según el elemental método del recortable. En sus conversaciones ciberespaciales y motivado por casualidad durante la búsqueda de material adecuado, interviene C que se une al grupo, centrando entre los tres cada vez más la idea. En realidad, el objetivo inicial de diseñar una plantilla para el **Cubo**, se ve rápidamente ampliada y pasa a ser el de diseñar "**una plantilla para cada uno de los cinco sólidos platónicos**", para plegarlos según los diagramas de Kazuo Haga incluidos en el libro "Papiroflexia para Expertos" de Kunihiko Kasahara.

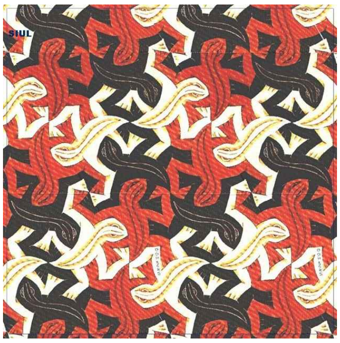


Fig. 2

Fig. 3

Tras una primera evaluación de las dificultades, se decide empezar por el que parece más sencillo que es el **Tetraedro** y, efectivamente, en unas pocas horas de trabajo, utilizando distintas herramientas de software y el motivo de los *Reptiles*, se consigue diseñar la plantilla adecuada, que se representa en la Fig. 1 y que, plegada, da lugar al bonito modelo representado en la Fig. 2.

Animados por el resultado y una vez encontrado el mejor método de trabajo, se acomete a continuación el diseño para las plantillas del **Cubo** y del **Octaedro**, que parecen más sencillas, sobre todo al pensar en los otros dos de mayor número de caras, es decir en el **Dodecaedro** y el **Icosaedro**. Para el **Cubo** se selecciona el motivo de los "*Peces*" y para el **Octaedro** el llamado "*Tres elementos*", que combina un reptil, un demonio y un pez.

Las plantillas conseguidas se representan en las figuras 3 y 4. Se puede observar en la figura 3, que no está conseguido el evitar que sean adyacentes dos peces del mismo color y que, además, hay un pez en el que una parte de su cola es de distinto color que el resto del cuerpo. No obstante, se considera que la plantilla, por su aspecto en conjunto, cumple suficientemente con el objetivo buscado.

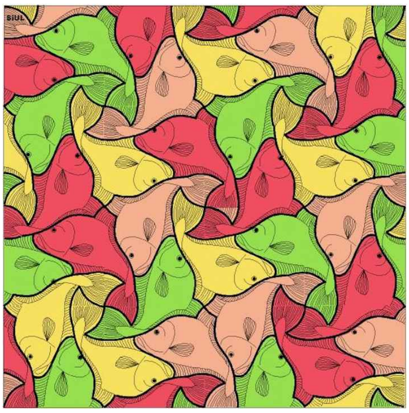


Figura 3

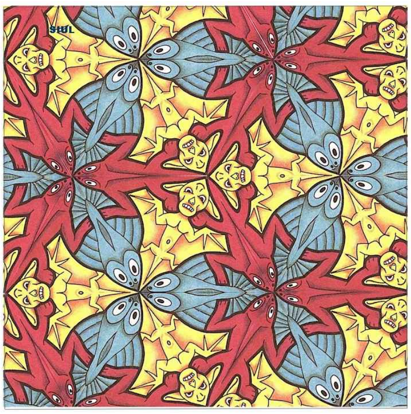


Figura 4

Figura 5

A continuación le toca el turno al **Icosaedro** ¿por qué? La razón es muy sencilla. En principio, una teselación con triángulos equiláteros no debe representar una gran dificultad. ¡Gran error! Motivo pictórico: después de examinar y probar con varios se elige el de "*Conchas y Estrellas de mar*" de la Figura 5.

Siguiendo el método empleado para los anteriores y que resultaría un tanto farragoso explicar aquí con detalle, se procede a dibujar y plegar con distintas pruebas pero, lo que parecía sencillo se resiste: ***¡no hay forma de que los brazos de la estrella de mar encajen bien en las aristas entre cada dos caras!*** Algo que se creía que no iba a presentar dificultades, estuvo a punto de ser aparcado, renunciando a construir la plantilla.

De pronto y como suele suceder con algunos problemas, la solución se presentó en un sueño. Todas las pruebas se habían hecho modificando la longitud de los brazos de la estrella, tratando de disponer de formas distintas las conchas, etc., pero siempre jugando con estrellas de mar de *5 brazos ¡claro!*. La solución que se encontró fue crear una estrella de mar **¡de 6 brazos!**, de forma que el brazo extra esté dispuesto en las zonas de papel que quedan ocultas al plegar.

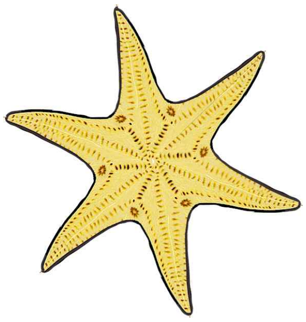


Figura 6

Se aisló una estrella de los dibujos que se estaban usando como fuente, y se transformó para que *"le creciera"* un brazo. También hubo que modificar las dimensiones de los conchas que incorpora el motivo general para conseguir que todo encajara.

Y tal como se había visto en el sueño, lo que había sido un problema sin resolver durante más de una semana, quedó resuelto en unas pocas horas de trabajo a plena satisfacción.

La plantilla tiene una total uniformidad y todo el aspecto de los dibujos de Escher. Se hicieron varias modalidades en cuanto a color y textura, todas de gran atractivo, una de las cuales se representa en la Figura 7. Como última modificación en el diseño final, de los dos tipos de conchas que contiene este dibujo, se eliminaron las caracolas, dejando únicamente las veneras, además de las estrellas de mar. El motivo fue el que quedara distinto del Dodecaedro, para el que se eligió también el mismo dibujo periódico.

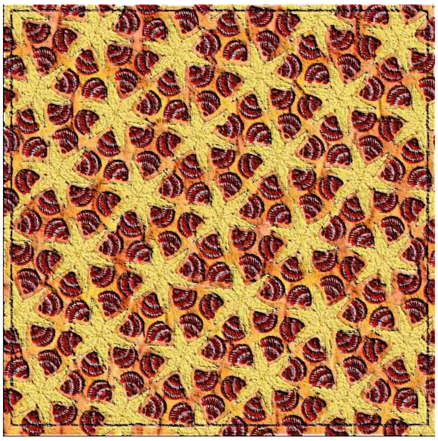


Figura 7

En sus conversaciones ciberespaciales y motivado por casualidad durante la búsqueda de material adecuado, interviene C que se une al grupo, centrando entre los tres cada vez más la idea. En realidad, el objetivo inicial de diseñar una plantilla para el **Cubo**, se ve rápidamente ampliada y pasa a ser el de diseñar "**una plantilla para cada uno de los cinco sólidos platónicos**", para plegarlos según los diagramas de Kazuo Haga incluidos en el libro "Papiroflexia para Expertos" de Kunihiko Kasahara.

¡Y FALTABA EL DODECAEDRO!

Para este poliedro se consideró que también, el mejor motivo era el de las "*Conchas y Estrellas*", aunque aquí no era necesario recurrir al truco del brazo extra en la estrella de mar, ya que se la podía inscribir perfectamente en un pentágono.

Aquí el problema es que es imposible crear un enlosado con pentágonos, extremo de todos sabido. Después de dar muchas vueltas al problema y, aunque rompe en cierta forma la continuidad del motivo, se encontró para la plantilla la solución que se representa en la Figura 8, la cual conserva bastante el aspecto de uniformidad, y los rombos negros le dan cierto misterio. Por supuesto, las zonas cubiertas por estos rombos quedan ocultas al plegar la figura.

Figura 8

Todas las plantillas están diseñadas para imprimirlas en papel de tamaño DIN A4, con lo que se pueden plegar perfectamente, quedando unas figuras con tamaños de entre 4 y 5 cm de diámetro de la esfera que los circunscribiera.

Para conseguir plegar correctamente cada una de las figuras, es preciso colocar la plantilla en su posición correcta. Para identificarla, se ha incluido en el dibujo un pequeño texto que, por supuesto queda oculto una vez plegada la figura. Como colofón e ilustración de lo que antecede, se incluyen a continuación unas fotografías de las figuras plegadas.

(1) **M. C. Escher. Calidociclos**.
Doris Schattschneider y Wallace Walker
Benedikt Taschen, ISBN 3-8228-0675-7

Madrid, abril 2002

Significado de la palabra «serendipia»

He observado que en los medios de difusión se emplea, aunque es cierto que sólo ocasionalmente, el anglicismo *serendipia*, y que las más de las veces en que eso ocurre se utiliza para significar un suceso cuya probabilidad a priori es exageradamente pequeña, matiz que no se corresponde bien con su significado original.

La palabra serendipia está tomada de la inglesa serendipity. Nuestra Academia no la ha acogido todavía, pero Manuel Seco, en su Español Actual, incluye «serendipidad» (la que traduce más fielmente serendipity, aunque hay quien escribe serendipiti, o también serendipia) como «la facultad de hacer un descubrimiento o un hallazgo afortunado de manera accidental». Un libro de Alianza Editorial de 1989, por R.M. Roberts, se llama *Serendipia. Descubrimientos accidentales en la ciencia.*

Esta palabra, *serendipity*, es muy curiosa, porque se sabe la fecha exacta y el lugar en que fue escrita por primera vez. Lo hizo Horace Walpole, cuarto conde de Oxford, hombre de gran cultura y aficionado a las antigüedades, en la mañana del 28 de enero de 1754 y en el escritorio de la biblioteca de su mansión en Strawberry Hills, en una carta escrita a Horace Mann, quien hacía las veces de embajador en Florencia al servicio del rey Jorge II. Walpole, que más tarde declaró que ya había inventado antes esa palabra, la utilizó para referirse a un descubrimiento que había hecho, cuando menos lo esperaba, en un antiguo cuadro italiano que le había enviado el destinatario de su carta. Para ilustrar la idea con un ejemplo se refirió a un cuento pretendidamente de origen persa que había leído de niño, llamado «*Los tres príncipes de Serendip*», del que refiere que «mientras que sus altezas viajaban, siempre estaban descubriendo, por accidente y por sagacidad, cosas que no pretendían: por ejemplo, uno de ellos descubrió que una mula ciega del ojo derecho había hecho su mismo recorrido últimamente, ya que la hierba sólo había sido comida por la parte de la izquierda, en donde era de peor calidad que la de la derecha.»

A Walpole le traicionó la memoria, porque el cuento no habla de mulas sino de camellos, como corresponde a un cuento oriental. Walpole derivó su palabra de Serendip, que es el nombre que daban en oriente inicialmente a la isla de Ceilán (Sri Lanka), que es donde el cuento situaba las aventuras de los príncipes. A este cuento también se le ha podido seguir la pista: se publicó por primera vez en Venecia en 1557, a cargo del impresor Michele Tramezzino. Aunque éste expresa que un tal Cristoforo Armeno tradujo el cuento del persa al italiano, la creencia general es que se trata de una ficción para añadir más aroma oriental al cuento.

Uno de los ejemplos que se cita como ilustrativo de serendipia (o de serendipidad) es el descubrimiento de la penicilina por Alexander Fleming. Se presenta a veces también el descubrimiento de América por Cristóbal Colón, aunque en este caso se da la circunstancia del descubrimiento accidental pero no así el de su reconocimiento, ya que Colón murió sin haber reparado en que había descubierto un nuevo mundo.

P. Crespo, ocubre 2005

El tonificante problema de la caja de pastillas

Nuestro amigo JMAiO es capaz de convertir una prescripción facultativa en un problema admirable:

Una caja contiene inicialmente n pastillas, que se han de tomar en dosis mitad. Cada comprimido se retira de la caja al azar; si resulta ser una pastilla entera, se parte en dos y se deja una mitad en la caja; si se trata de media pastilla, se retira sin más. Cuando ya no queda ninguna pastilla entera, se pregunta por las probabilidades de que el número de medias pastillas que restan sea 1, 2, 3,...etc.

Cuando me propuso este problema, JMAiO ya había realizado una simulación del proceso mediante un programa de ordenador, y me comentó la circunstancia curiosa de que el número de pastillas finales resultaba ser siempre muy pequeño, cuando la intuición esperaría encontrar valores en torno a la mitad del número inicial de pastillas.

1.- Simulación del proceso.

A continuación se muestra el resultado de una de las simulaciones para el caso en que el número inicial de pastillas es igual a 100. El número de ensayos simulados es de un millón. Por razones de espacio se presenta (fig. 1) solamente el gráfico de frecuencias relativas (el equivalente en la práctica de la probabilidad).

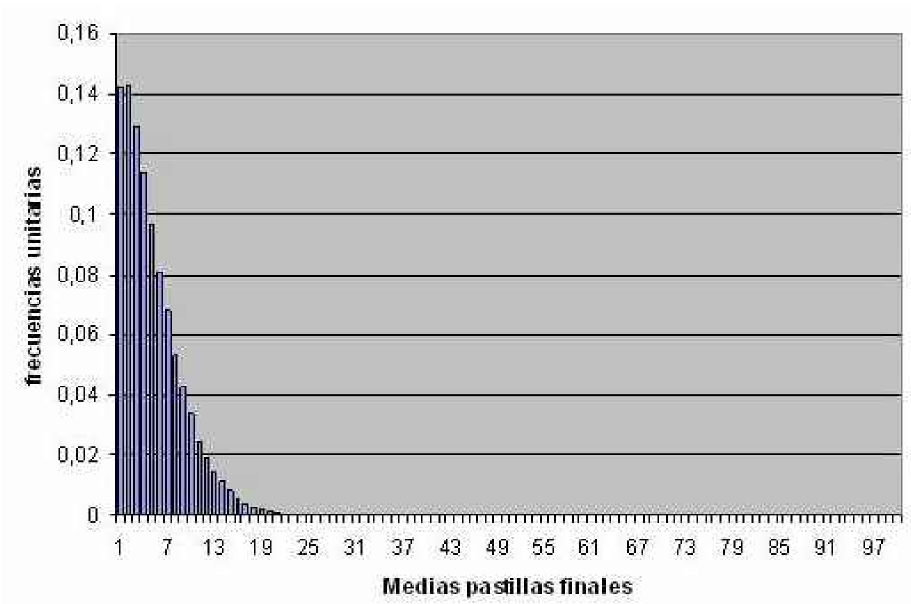


Fig. 1. - Resultado (en frecuencias en tanto por uno) de un millón de ensayos para n = 100

Es fácilmente apreciable la concentración de las frecuencias significativas en los valores pequeños del número final de medias pastillas. El descenso de las frecuencias tiene la apariencia de ser de tipo exponencial, y es prácticamente nulo a partir del valor veinte para el número de medias pastillas finales. En la mencionada simulación, las frecuencias absolutas son nulas a partir del valor 34, revelando —en la práctica, claro— la nula probabilidad de que quede un número de medias pastillas relativamente alto cuando se agotan en la caja las pastillas completas.

2.- Estudio teórico.

Este modelo de proceso estocástico se presta bien a un tratamiento mediante su grafo de transiciones. Las ramas de la izquierda son rectilíneas, si se supone que en ellas se anotan las transiciones que corresponden a recoger siempre una pastilla entera y, agotadas estas, se sigue retirando cada vez media pastilla. La rama de la derecha es dentada, al ser la que cada dos etapas consume la única media pastilla que hay en la caja y en la etapa siguiente una pastilla completa.

Si representamos los estados mediante la notación (c, m), donde c es el número de pastillas completas y m el de medias, todo estado proviene de dos de la etapa anterior, con las siguientes excepciones, para las cuales cada estado procede únicamente de un estado de la etapa previa:

a) Los estados de la rama izquierda hasta la etapa n. Estos corresponden a los casos en que se recoge siempre una pastilla entera desde el principio.
b) En todas las etapas, aquellos estados del tipo (c, 0). Estos se producen en las etapas pares.

El número de estados por etapa crece en una unidad cada dos etapas, de modo que dicho número será 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, etc., hasta un valor máximo en la etapa número n. A partir de aquí decrece en una unidad cada dos etapas. En el caso de 10 pastillas iniciales (n=10), cuyo grafo se presenta en formato matricial en la figura 2, la evolución del número de estados será por lo tanto la siguiente:

1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 5, 5, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 1

										10,0
									9,1	
								8,2		9,0
							7,3		8,1	
						6,4		7,2		8,0
					5,5		6,3		7,1	
				4,6		5,4		6,2		7.0
			3,7		4,5		5,3		6,1	
		2,8		3,6		4,4		5,2		6,0
	1,9		2,7		3,5		4,3		5,1	
0,10		1,8		2,6		3,4		4,2		5.0
	0,9		1,7		2,5		3,3		4,1	
		0,8		1,6		2,4		3,2		4,0
			0,7		1,5		2,3		3,1	
				0,6		1,4		2,2		3,0
					0,5		1,3		2,1	
						0,4		1,2		2,0
							0,3		1,1	
								0,2		1,0
									0,1	

Fig. 2. – Grafo matricial del proceso estocástico para n = 10

La ventaja de este grafo, para su tratamiento por el cálculo, es que no adopta la forma de un árbol del tipo «árbol de navidad» cuya base se expande al aumentar el número de etapas, sino que, como hemos dicho, pasado el ecuador de la etapa n vuelve a contraerse para terminar agotando las posibilidades en la etapa 2n-1.

El número máximo de estados posibles, si se exceptúan, por triviales, el estado inicial (n, 0) y el de la caja vacía (0, 0), es igual a

$$(n^2 + 3n - 2) / 2$$

que para n= 7 es igual a 34 estados distintos posibles, para n=10 resulta de 64 estados distintos posibles, y para n=100 sería igual a 5148.

El número máximo de estados de una etapa se produce para la etapa n, como hemos dicho. Su valor, en el caso de n par es igual a $M = n/2+1$. Para n impar, el número máximo de estados se produce en las etapas n-1, n y n+1, y vale $M = (n+1)/2$.

El valor M sería el número de elementos del vector que habría que reservar para el registro de los estados etapa tras etapa, si el cálculo se hace mediante programa de computador. Otro vector del mismo número de dimensiones es necesario para el control de las probabilidades de ocurrencia. Hay que reservar también una réplica de la estructura anterior para el paso de una etapa a otra. Esto significa que un cálculo por ordenador de las probabilidades puede realizarse sin problemas de memoria para valores altos de n.

La tabla 1 proporciona una idea del grafo de transiciones, si se supone que éstas se producen en diagonal y, salvo para los casos de los extremos, en ambas diagonales, desde los estados de una etapa a los de la siguiente.

Etapa	Estado/probabilidad				
0				(3,0)	
1			(2,1)	1	
2		(1,2)	2/3	(2,0)	1/3
3	(0.3)	2/9	(1,1)	7/9	
4		(0,2)	7/18	(1,0)	7/18
5			(0,1)	7/18	

Tabla 1. Estados y probabilidades para n=3

Para cada etapa, las probabilidades de cada estado dependen de la de los estados anteriores. La probabilidad del estado (c,m) será en general

$$p(c,m) = p(c,m+1)\times(m+1)/(c+m+1) + p(c+1,m-1)\times(c+1)(c+m)$$

En los casos, como son los laterales, en que el estado proviene solamente de uno anterior, el segundo miembro contendrá un único término.

Como ejemplos tenemos que, para el caso de n=3 representado en la tabla 1:

$$p(1,1)=p(1,2) \times 2/3 + p(2,0)\times 1 = 4/9 + 1/3 = 7/9$$

y

$$p(0,3) = p(1,2)\times 1/3 = 2/3 \times 1/3 = 2/9$$

La suma de las probabilidades correspondientes a los estados de una etapa vale 1, como no puede ser de otro modo, ya que cada etapa se compone del conjunto de los estados finales de un proceso estocástico. Hablando en general para un n cualquiera, si en el grafo se conservan todas las transiciones, está claro que se terminará en el estado final (0,1) con probabilidad 1. Ahora bien, al estar interesados en las probabilidades de los estados del tipo (0,m), para su cálculo habremos de considerarlos estados finales (hojas terminales del árbol o nodos finales del grafo). Para ello basta con eliminar las transiciones $(0,m) \rightarrow (0, m-1)$. De este modo obtendremos las probabilidades que nos interesan. Su suma será la unidad, como es forzoso al tratarse de *todos* los estados finales del proceso en este caso; más formalmente se deduce esto también por el hecho de que al eliminar las transiciones antes mencionadas sustraemos cada vez de las probabilidades de los estados de una etapa, la de la transición eliminada. Puesto que se terminan agotando todos los estados de las últimas etapas hasta quedarnos únicamente con el estado (0,1), está claro que se tendrá

$$p(0,n) + p(0,n-1) +\ldots+ p(0,2) + p(0,1) =1$$

como cabía esperar.

Las probabilidades de los estados finales han de calcularse en general mediante un procedimiento de tipo algorítmico. El estado para el que puede darse una fórmula directa es el (0,n), debido a que procede directamente del inicial a través de un solo paso por etapa. La probabilidad para este caso es

$$(c-1)/ c \times (c-2)/c \times\ldots \times(c-1)/c = (c-1)! /c^{c-1}$$

Para n = 3 será p(0,3) = 2/9, para n = 4, p(0,4) = 3/32. Para n = 10 la probabilidad del estado (0,10) es $36.288/10^9$, lo que es ya muy baja. Serían necesarios tres mil ensayos para esperar un caso.

En el supuesto de que se tome una pastilla cada segundo durante toda la edad estimada del universo, que es de unos 15.000 millones de años (es un valor alzado, actualmente se calcula en 13.700 millones), el número n de pastillas inicialmente en la caja para que se pueda tener la esperanza de que se produzca una vez el caso (0, n), es decir, que quede el número máximo de medias pastillas, es suficiente que sea igual a 43, ya que

$$42! \times 5 \times 10^{17}/ 43^{42} \text{ es del orden de la unidad (1,7).}$$

Ni que decir tiene que para 100 pastillas iniciales en la caja el estado (0,100) no es esperable ni aunque se tome una pastilla cada millonésima de segundo y se ensaye durante millones de eternidades.

En lo que respecta a las demás probabilidades del tipo (0, m), que son resultado de la convergencia no directa de las de otros estados anteriores, su cálculo se ha de realizar mediante un proceso algorítmico, que en cuanto n supera el valor de cinco ya resulta muy tedioso y aconseja el empleo de un programa de computador. La tabla 2 muestra, para el caso de una caja que contiene inicialmente 10 pastillas, las probabilidades calculadas (mediante un programa que implementa el algoritmo descrito) frente a las que se hallan mediante simulación.

Medias finales	Probabilidad calculada	Frecuencia ensayo
1	0,238557094	0,238189
2	0,238557094	0,238793
3	0,19814499	0,198143
4	0,144262185	0,143843
5	0,092546956	0,093087
6	0,051628725	0,051639
7	0,024315122	0,024281
8	0,009153107	0,009254
9	0,002471847	0,002405
10	0,00036288	0,000366

Tabla 2. Probabilidad calculada vs. frecuencias simuladas

P. Crespo, mayo 2006

Los Gusanos

La fascinante narrativa de Albert Torres me ha hecho conocer algo más sobre la entrañable Cuba, tan poco merecedora del régimen tiránico al que se ve sometida, que da ciento y raya a la de Franco. Los detalles de la vida en aquellos desconocidos primeros primeros años del castrismo serían chuscos de no ser trágicos.

Es el caso que el país caribeño, en los tiempos en que Albert lo visitaba por negocios, había adquirido rápidamente los hábitos de los países socialistas-subdesarrollados, desde el rígido control policíaco de propios y extraños hasta la prohibición de salidas al "exterior contaminado" y el esquilmamiento de los pocos visitantes que recibía. Más tarde esto variaría algo en cuanto el régimen, privado de sus subvenciones por el hundimiento de la URSS, se vio obligado a tratar de conseguir alguna divisa del exterior, para lo cual recurrió al turismo. De todos modos, ese aporte foráneo no ha flexibilizado el corrupto y decadente régimen; sólo ha hecho cobrar más conciencia de su sufrimiento a los diez millones de cautivos de la isla.

La irrupción de los revolucionarios barbudos y la progresiva comunistización acarreó un típico resultado de los regímens revolucionarios, que hemos visto repetirse en la Rusia de Lenin, en la España de Franco y en el Irán de Jomeini. La *intelligentsia* desapareció (como no hay mal que por bien no venga, así fecundó las tierras de Florida, como la intelectualidad española había fecundado México en 1939), y el nuevo régimen no vaciló en expoliar las propiedades de los que habían huido para llenar algo las escasas arcas gubernamentales, ya bastante exhaustas por pagar a los inspectores-denunciadores que el régimen había colocado en cada casa de vecinos, o en proveer cuentas corrientes en el extranjero para los triunfadores de la revolución.

Hemos dicho antes que el régimen castrista no dejaba huir al extranjero, y eso no es rigurosamente exacto. De hecho, sí se concedían unos permisos para salir, previa incoación de un expediente que podía durar años y entrega de todos los bienes a la gloriosa Revolución, aparte, naturalmente, de infinidad de vejaciones hacia los Gusanos, que así eran llamados los que preferían la hediondez capitalista a la construcción de un mundo nuevo en el Caribe . La huida sólo podía realizarse vía París o Madrid, en un avión semanal que partía hacia esas ciudades. Albert, cuyas ocupaciones lo habían hecho viajar a la ida de éste, cuenta que el viaje hacia La Habana sólo iba ocupado por veinte o treinta hombres de negocios, mientras que el de vuelta iba hacinado hasta los topes de fugitivos cubanos.

Los pobres Gusanos eran despojados de todo y partían literalmente con lo puesto; incluso debían presentarse en el aeropuerto veinticuatro horas antes de la salida del avión en previsión de que se hubieran tragado algún anillo de oro, que la naturaleza devolvería en ese período. Ya embarcados hacia Madrid, los previsores camaradas exiliados tenían preparado en el aeropuerto de Barajas para recogerlos un autocar provisto de camisetas, zapatos y abrigos, muy de agradecer en tiempos invernales.

El tiempo ha transcurrido, y Castro parece inmortal. Ahora Cuba, a falta de otros productos, exporta material humano, masculino y femenino, que remedia las carencias eróticas otoñales hispanas. ¿Hasta cuándo durará esto? Dice el refrán que no hay bien ni mal que cien años dure, pero quizás nos hallemos ante la primera excepción de la venerable regla.

Cuba: no pierdas la esperanza.

JMAiO, BCN, mar 06

Frases

- Los japoneses no miran, sospechan.
- Cuando un médico se equivoca, lo mejor es echarle tierra al asunto.
- La música japonesa es una tortura china.
- El eco siempre dice la última palabra.
- Las canas ya no se respetan. Se tiñen.
- En los aviones el tiempo se pasa volando.
- La marihuana causa amnesia y... otras cosas que no recuerdo.
- Sólo quien ha comido ajo puede darnos una palabra de aliento.
- Los mosquitos mueren entre aplausos.
- Mi padre vendió la farmacia porque no había mas remedio.
- Morir es como dormir, pero sin levantarse a hacer pis.
- Hoy en día la fidelidad solo se ve en los equipos de sonido.
- Hay estudiantes a los que les fastidia ir al hipódromo y ver que hasta los caballos logran terminar su carrera.
- El negocio más expuesto a la quiebra es el de la cristalería.
-Algunos matrimonios acaban bien. Otros… duran toda la vida.
- Los japoneses quieren abrirle los ojos al mundo.
- El diabético no puede ir de luna de miel.
- Cuando todo sube, lo único que baja es la ropa interior.
- Hay que trabajar ocho horas y dormir ocho horas, pero no las mismas.
- Arreglar los problemas económicos es fácil, lo único que se necesita es dinero.
- Disfruta el día hasta que un imbécil te lo arruine.
- Amaos los unos sobre los otros.
- La amistad es como la mayonesa: cuesta un huevo y hay que tratar de que no se corte.
- Hazlo bien y no mires con quién.
- Es curioso que se le denomine sexo oral a la práctica sexual en la que menos se puede hablar.
- El mago hizo un gesto y desapareció el hambre, hizo otro gesto y desapareció la injusticia, hizo otro gesto y se acabó la guerra. El político hizo un gesto y desapareció el mago.
- Bígamo: Idiota al cuadrado.

De uno de esos correos que dan tumbos por la red. Algunas de estas ocurrencias se atribuyen a Woody Allen. (P.C.)