Carrollia 97 (-3) Junio 08

CARROLLIA

Dirección en la web: **www.mensa.es/carrollia**

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [**C**], es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.

Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

Josep M. Albaigès **albaiges@ciccp.es**	**Francesc Castanyer**	**Pedro Crespo** **pedrocq@gmail.com**
www.albaiges.com		**http://pedroweb.dyndns.org**

97

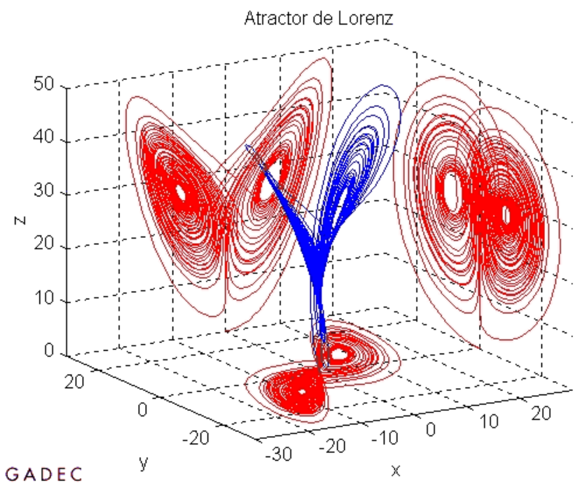
Se dice a veces que todos los números son “interesantes”, porque si hubiera un conjunto de ellos que no lo fuera, el primero sería ya “interesante” por el hecho de ser el primero. Ergo…

Esta distinción podría corresponder al 97, del que muy poca cosa puede decirse. Sólo que es primo, octavo sin-rep-omirp y 13º autonúmero.

En loterías es “la gallina”.

Portada: Aplicando, entre otras técnicas, algoritmos de formas fractales, se consiguen escenarios de extraordinario encanto. Esta imagen, que lleva por título Red Sand, se debe a M. Gunn. En la dirección http://fantasyartdesign.com (página Digital Art Fantasy) se ofrece todo un muestrario de imágenes artísticas obtenidas con la ayuda de computador.

Índice



El «atractor extraño» de Edward Lorenz, el meteorólogo que resucitó la teoría del caos determinista, olvidada desde los tiempos de Henri Poincaré, que había estudiado el fenómeno a finales del siglo XIX. En este número nuestro colaborador Echagüe dedica una reseña a este insigne científico recientemente fallecido (pág. 13).

Más noticias de México

Carlos López, palindromista y editor, se halla a punto de dar a luz el primer libro del CPI | IPC (Club Palindrómico Internacional | Internacional Palindrome Club). Los subscriptores de SEMAGAMES hallarán abundantes noticias sobre este acontecimiento.

Nuestro atento corresponsal José Antonio de Echagüe, de Madrid, nos manda un interesante artículo sobre el último acontecimiento en el campo de las matemáticas, el fallecimiento de Edward Lorenz. Dice:

Te adjunto un curioso e interesante artículo aparecido hoy en la sección de Ciencia del diario "Público"

Espero que pronto nos veamos, cordialmente

Tras lo cual, nuestro coeditor Pedro Crespo entona un mea culpa por algunos gazapos que se deslizaron en el último número:

1) Escribí mal casi en todas partes en que lo menciono el nombre del grafitero Banksy. Donde dice Bansky debe decir Banksy, lo que ocurre al pie de las figuras en las páginas 3 y 31, y en varios lugares de la página 31.

2) En la página 11, al hablar de Fischer, escribí acerca de la aportación pecuniaria de un millonario estadounidense. En realidad se trató de un mecenas británico, Jim Slater, que entregó 125 mil dólares.

3) En la página 13, en donde se habla de "La Enciclopedia de la vida", donde dice "hacia 2017 se hallan catalogado" debe decir "hacia 2017 se hayan catalogado".

Tranquilo, Pedro, los duendecillos de la imprenta son inevitables. Al mismo tiempo sometí a nuestro Gran Maestro Miguel Ángel Lerma el artículo sobre “Los 4 cuadrados” que hallaréis en este número (consultadlo antes de continuar). Ésta es su respuesta, que, como siempre, agota el tema:

Sobre el problema de la descomposición de un número en suma de cuadrados, te recomiendo el siguiente articulo de Wikipedia:

http://en.wikipedia.org/wiki/Lagrange's_four-square_theorem

En particular te puede interesar el siguiente resultado:

"In 1834, Carl Gustav Jakob Jacobi found an exact formula for the total number of ways a given positive integer n can be represented as the sum of four squares. This number is eight times the sum of the divisors of n if n is odd and 24 times the sum of the odd divisors of n if n is even (see divisor function)."

La forma de contar el numero de representaciones es diferente de la tuya, lo que Jacobi contaba era el numero de soluciones enteras de la ecuación

(1) n = x^2 + y^2 + z^2 + t^2

incluidas soluciones negativas como (x,y,z,t) = (1,-1,1,0).

En tu recuento de soluciones veo que descuentas permutaciones y cambios de signo.

No es de extrañar que muchos de tus casos de "descomposición única" sean potencias de 2, porque en esos casos el único divisor impar es 1, y el número total de soluciones "a la Jacobi" es 24, que tras descontar permutaciones y cambios de signo se quedan en una cuando el exponente es impar:

2^(2k+1) = (2^k)^2 + (2^k)^2

(con cambios de signo y permutaciones salen las 24 de Jacobi).

Si el exponente de 2 es par porque entonces hay dos descomposiciones:

2^(2k) = (2^k)^2

y

2^(2k) = (2^(k-1))^2 + (2^(k-1))^2 + (2^(k-1))^2 + (2^(k-1))^2

Con cambios de signo y permutaciones la primera genera 8 soluciones a la Jacobi, y la segunda genera las 16 restantes.

Esto resuelve el problema completamente para potencias de 2: una única descomposición si el exponente es impar, y dos si es par.

Para números primos p también se puede resolver el problema completamente. Los únicos divisores de p son 1 y p, su suma es p+1, y el número de soluciones enteras de la ecuación (1) es 8(p+1). Tras descontar cambios de signo y permutaciones el número de descomposiciones resulta ser no inferior a 8(p+1)/384 = (p+1)/48, por lo tanto no puede haber primos mayores que 47 con descomposición única, y tú ya has encontrado todos los que son menores que 47 (el mayor es 23).

Sobre si el número de descomposiciones puede crecer indefinidamente, la fórmula de Jacobi muestra claramente que la respuesta es afirmativa.

Al final preguntas si los enteros de descomposición única se descomponen siempre en suma de dos o tres cuadrados (salvo por las pocas excepciones que has hallado al principio). La respuesta es otra vez afirmativa. Según un teorema de Legendre (probado por Gauss), para que hagan falta cuatro cuadrados el numero tiene que ser de la forma 4^k (8m+7). Según la formula de Jacobi el numero de soluciones seria al menos 64(m+1), y tras descontar cambios de signo y permutaciones vemos que no puede haber descomposición única si m > 7.

La otra posibilidad sería encontrar un cuadrado n^2 que no se pueda escribir como suma de dos, tres o cuatro cuadrados. No es difícil ver que n=1 es el único caso en que eso no es posible (obsérvense los casos particulares en los que el máximo divisor impar de n es pequeño, y aplíquese la formula de Jacobi si n tiene divisores impares grandes).

En fin, el tema es sin duda interesante.

Y con esto agotamos también el contacto hasta que termine el verano. ¡Que lo paséis feliz!

Los editores

Antonio Cebrián Gil

Antonio Cebrián, lector y subscriptor de [C] desde tiempos inmemoriales, es el descubridor de perlas numéricas más notable que he visto en mi vida. A lo largo de la revista ha mandado docenas de colaboraciones, en general referidas al número de ella, repletas de los más sorprendentes hallazgos.

¿Quién es Antonio Cebrián? Un autodidacta que, partiendo de unas condiciones iniciales difíciles (por falta de recursos económicos no pudo finalizar sus estudios de perito industrial) supo sobreponerse a ellas y ascender en el campo de la banca hasta llegar a ser apoderado de la sucursal del Banco de Bilbao en Sagunto. Al tiempo que desarrollaba su carrera profesional conseguía diversos títulos en su lengua y expandía su afición por las matemáticas, en las que ha llegado a alcanzar indudables virtuosismos, que los lectores de [C] han podido apreciar.

Antonio es capaz de extraer recónditos valores de un número y sacar a luz sus más insospechadas cualidades. Veamos estos espléndidos artículos sobre el número 97 que acabamos de alcanzar en nuestra revista.

UNA FRACCIÓN CURIOSA Y EL 97

$$\frac{9602}{9801} = 0.97969594939291908988878685848382818 0797$$

El número decimal, en grupos de 2 cifras, está formado por números consecutivos decrecientes 97, 96, 95,….

UNA APROXIMACIÓN DE PI CON UNA POTENCIA DE 97

$$97^{272/1087} == 3.1415926542678863260\ldots \approx \pi \;\; ((\text{con un error} < 10^{-9})$$

FRACCIÓN GENERATRIZ DE LA SUCESION DE NÚMEROS NATURALES

Fracción que genera un número decimal formado, los 185 primeros dígitos, por la sucesión de los números naturales desde el 1 al 97.

$$\frac{60499999499}{490050000000} = 0.1234567891011121314151617181920212223242526272829303132333435363738394041424344454647484950515253545556575859606162636465666768697071727374757677787980818283848586878889909192939495969 7$$

Antonio Cebrian Mayo 2008

Artículos de Antonio Cebrián para [C]

Ésta es la impresionante producción de Antonio a lo largo de la andadura de nuestra revista. Por razones de espacio, no todos sus artículos han podido tener cabida en ella, aunque proyecto incluirlos en mi página web.

3 PROBLEMAS Y EL 78
6 cuadrados mágicos encadenados (76)
78, 3 PROBLEMAS Y EL 78

¡Que por muchos años continúe su creatividad!

Cuantificación de los diptongos en el DRAE

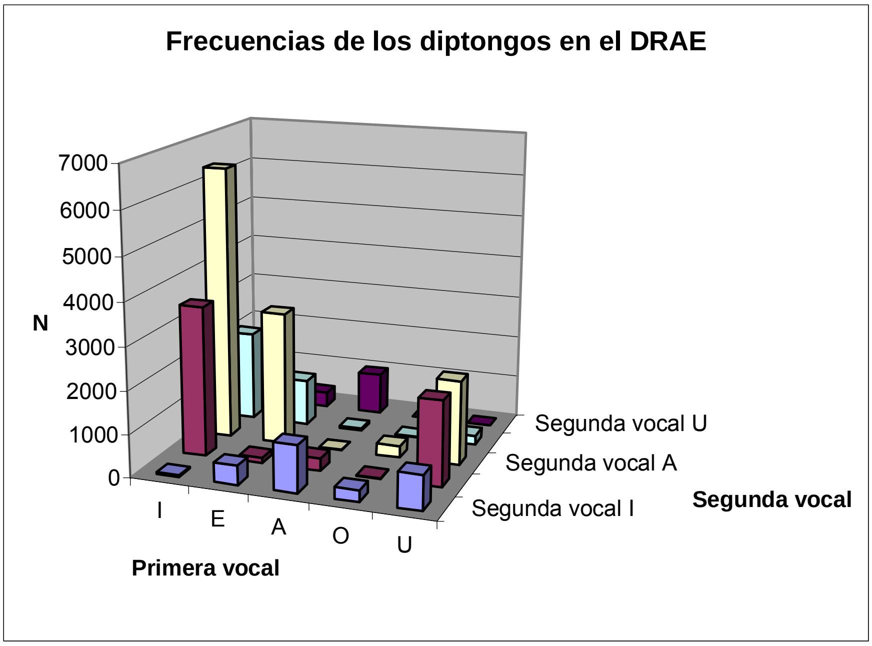
Con el fin de cuantificar la tendencia a la diptongación de la lengua española, se han contado informáticamente el número de diptongos que aparecen en el DRAE. Los agruparemos no según el orden clásico (AEIOU) sino el de articulación en la boca, de adelante hacia atrás (IEAOU). Resulta la siguiente tabla:

		Segunda vocal				
		I	**E**	**A**	**O**	**U**
Primera vocal	**I**	36	3515	6406	2116	314
	E	447	132	3123	1093	355
	A	1100	300	3	53	970
	O	271	13	271	9	1
	U	806	1979	1975	216	5

Hagamos algunas observaciones:

- No se han contado como diptongos aquéllos en que éstos aparecen gráficamente partidos mediante el acento (como *geometría*).
- Por el contrario, y por dificultad de separación, se han contado como diptongos algunos grupos que la pronunciación habitual tiende a partir (*guión*).
- Se han contado indiferentemente los diptongos con la i o con la y.
- Como complemento, se han contado los grupos no diptongales formados por vocales fuertes: AA, AE, AO, EA, EE, EO, OA, OE, OO (en gris en la tabla). Se observa que ésta se halla casi "vacía" en el rectángulo central, con la excepción del grupo EA.

Se pueden resumir los resultados en esta gráfica bidimensional en barras, donde se ve más claramente lo dicho:



Éstos son los porcentajes de aparición de cada diptongo respecto al total:

		Segunda vocal				
		I	E	A	O	U
Primera vocal	I	0,18%	17,14%	31,23%	10,32%	1,53%
	E	2,18%				1,73%
	A	5,36%				4,73%
	O	1,32%				0,00%
	U	3,93%	9,65%	9,63%	1,05%	0,02%

Principales conclusiones:

- El diptongo más abundante es el IA, seguido de IE. Siguen, con porcentajes parecidos, IO, UA, UE. No deja de ser interesante que el diptongo IA es el que más a menudo se ve partido (ÍA).
- De los grupos no diptongales el más abundante, con diferencia, es EA. Cabe decir que en muchos casos éste es pronunciado diptongadamente.

En relación con la "Hipótesis UA" del Dr. Alfonso Klauer (éste concede un valor primigenio en la lengua a este diptongo), de las 1975 ocurrencias del diptongo UA, éste aparece en:

CUA:	504
GUA:	893
HUA:	60
JUA:	47
	1504

Es decir, que en el 76 % de las ocasiones el diptongo se presenta dentro de uno de estos contextos fonéticamente semejantes.

Josep M. Albaigès
Torredembarra, mayo 2007

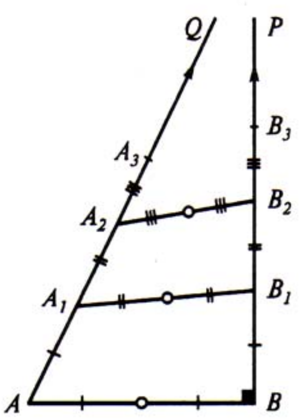
⌘⌘⌘⌘

Los lógicos NO cometen menos
errores que el resto de las personas.
Y si me equivoco en esto, he aquí
un lógico que acaba de cometer un error.

Raymon Smullyan, lógico

LAS DEMOSTRACIONES DE PERVERSUS

DOS RECTAS CONVERGENTES NO SE CORTAN



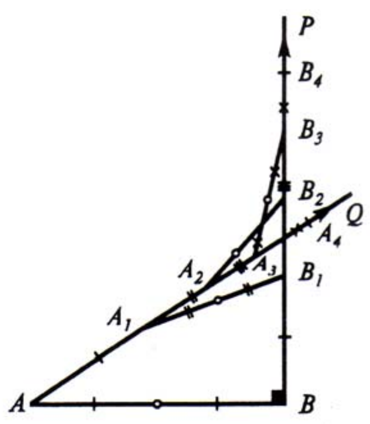
Sean las rectas BP, perpendicular a AB, y AQ, trazada de forma que ∠QAB sea menor que un recto. Traslademos sobre AQ y BQ, respectivamente, las distancias iguales $AA_1 = BB_1 = AB/2$. Estos segmentos no pueden cortarse, pues si lo hicieran en un punto K, se tendría un triángulo AKB en el que los lados AK+BK serían menores o iguales que AB.

Repitamos el proceso con los segmentos $A_1A_2 = B_1B_2 = A_1B_1/2$, y apliquémosle el mismo razonamiento. Procediendo indefinidamente, llegaremos aun proceso sin fin, pues éste sólo terminaría si llegaran a coincidir A_n con B_n.

Por tanto, las convergentes no se cortan.

Perversus

DOS RECTAS CONVERGENTES NO SE CORTAN (DISCUSIÓN)



Este sofisma fue planteado por primera vez por el matemático griego Proclo, y es más sutil de lo que parece. Pues algunos se han sentido tentados a creer que el proceso es del tipo “Aquiles y la tortuga” (decrecimiento geométrico de los segmentos). Pero la falacia reside en realidad en la suposición implícita de que el segmento A_nA_{n+1} debe cortarse precisamente con el B_nB_{n+1}. ¿Por qué? En la figura vemos que los que realmente se cortan son el A_3A_4 con el B_1 B_2.

Perversus

Cubo de cubos

Mi colega Miguel Bronchalo plantea el siguiente problema:

«Recuerdo que allá por los años 50 pusieron en Caminos un problema para el ingreso muy original, y yo, ahora, en este momento, estoy intentando resolverlo sin saber si lo hago bien o mal, pero comprobando en todo caso que en aquella ocasión no habría conseguido ingresar porque he tardado demasiado tiempo en resolverlo (si es que lo he resuelto), y en aquella ocasión seguro que no habrían dado tanto tiempo para la prueba. Seguro.

Retrotraigo aquí el problema para ver si algún colega matemático con mejor memoria y capacidad de cálculo que la mía mejora mis planteamientos y me dice a la vez el tiempo que dieron entonces para resolverlo, para comprobar cuánto me habría faltado en aquella ocasión para ingresar. Mi intención no es sólo ésa. Tengo también interés en ponderar hasta qué grado se pierde la mente cuando opera con números tan extraordinariamente grandes como el que se produce con el problema de mi recuerdo.»

El problema era éste:

Se construye un cubo formado por n^3 cubitos pequeños y se pintan de rojo las caras externas. Aparece entonces un ciego y da una patada al conjunto, desbaratándolo. Se pregunta qué probabilidad tiene el ciego de reconstruir el cubo de manera que todas las caras externas vuelvan a quedar rojas.

Solución:

Recuerdo el problema, aunque a mí me lo plantearon para el caso más sencillo, n = 3. Pero se generaliza fácilmente.

Lo enfocaremos mediante técnicas combinatorias, calculando cuántos cubos son posibles y cuántos cumplen con la condición de conservar las caras externas pintadas.

Para ello, imaginemos los n^3 cubitos numerados. Claro es que pueden disponerse de $(n^3)!$ maneras posibles. Pero cada cubito puede colocarse apoyado sobre cada una de sus 6 caras, y con 4 orientaciones distintas, es decir, de 24 maneras posibles. Por tanto, el número de cubos posibles es:

$$N = (n^3)!\, 24^{n^3}$$

Una vez pintado el cubo, hay tres clases de cubos elementales:

1.- Los situados en una esquina (tres caras concurrentes en un vértice pintadas). En total 8 (una por vértice).

2.- Los situados en una arista (dos caras pintadas limitadas por una arista). Hay 12 aristas, y cada una contiene (n - 2) cubitos, o sea, en total, 12(n - 2).

3.- En el resto de las caras exteriores (una sola cara pintada). Hay 6 caras del cubo compuesto, y cada una contiene $(n - 2)^2$ caras elementales. En total, $6(n - 2)^2$.

4.- En el interior del cubo (ninguna cara pintada). En total, $(n-2)^3$.

Observemos, de paso, que como es natural la suma de todas ellas es n^3, pues el conjunto de todos los términos evaluados forman la expresión del desarrollo del binomio de Newton:

$$2^3 + 3(n-2)2^2 + 3(n-2)^2 2 + (n-2)^3 = [2 + (n-2)]^3 = n^3$$

Calculemos ahora las formas posibles en que cada uno de los cubos elementales puede estar colocado cumpliendo la condición de mantener el cubo resultante pintado exteriormente. Seguiremos el mismo orden numérico.

1.- Esquinas.- Cada uno de los 8 cubitos puede estar colocado de 3 maneras distintas. Por tanto:

$$n_1 = 8!\, 3^8$$

2.- Aristas.- Cada cubito puede estar colocado de 2 formas distintas. O sea:

$$n_2 = [12(n-2)]!\, 2^{12(n-2)}$$

3.- Resto caras exteriores.- Cada cubito puede estar colocado con su cara pintada mirando al exterior de 4 formas distintas. O sea:

$$n_3 = [6(n-2)^2]!\, 4^{6(n-2)^2}$$

4.- Centro del cubo.- Como en el cubo total, cada cara tendrá 24 grados de libertad. O sea:

$$n_4 = [(n-2)^3]!\, 24^{(n-2)^3}$$

Por tanto, la probabilidad o cociente favorables/posibles valdrá:

$$p = \frac{n_1\, n_2\, n_3\, n_4}{N} = \frac{8!\, 3^8 [12(n-2)]!\, 2^{12(n-2)} [6(n-2)^2]!\, 4^{6(n-2)^2} [(n-2)^3]!\, 24^{(n-2)^3}}{(n^3)!\, 24^{n^3}}$$

Los primeros valores de n, obtenidos con ayuda del programa *Mathematica,* son:

n	p
2	$1/8^8$ = 2,95658 □ 10^{-12}
3	1,829805 □ 10^{-37}
4	7,804331 □ 10^{-85}
5	1,569887 □ 10^{-155}
6	1,175955 □ 10^{-241}

Josep Maria Albaigès, Barcelona, diciembre 2007

(El autor agradece la inestimable colaboración de Pedro Crespo)

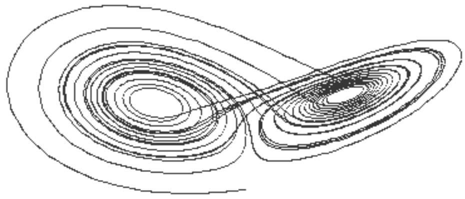
LORENZ. LA TEORÍA DEL CAOS Y LOS FRACTALES

Hace unos días falleció el meteorólogo y matemático estadounidense **Edward Norton Lorenz** (23-5-1917 / 16-4-2008) al que se debe el concepto de *atractor extraño* y del *efecto mariposa*, claves en el desarrollo de la llamada ***Teoría del Caos.*** Llegó a estos conceptos estudiando modelos matemáticos simuladores de desarrollos atmosféricos a partir de condiciones iniciales. Lorenz estudió las soluciones a estos modelos, o mejor dicho el espacio de fases de las soluciones, percatándose que alteraciones mínimas, casi imperceptibles, en los valores iniciales de las variables involucradas, incluso con pocos grados de libertad, podían derivar en soluciones amplia y sorprendentemente divergentes, aunque de alguna manera comprendidas en ciertas regiones del espacio de fases, que denominó *atractor extraño*. Es decir las soluciones en el espacio de fases no convergían hacia un punto, sino que quedaban como "atrapadas" en una región del espacio de fases cuya estructura interna podía ser extraordinariamente compleja y no fácilmente describible con los conceptos geométricos o topológicos usuales. Posteriormente se comprobó que esos sorprendentes *atractores extraños* eran objetos *fractales*, nuevos objetos matemáticos, con dimensiones espaciales fraccionarias, extraños, bellos y casi fantásticos, cuya teoría desarrollaría brillantemente Benoît Mandelbrot uniendo los estudios de Lorenz con los anteriores de Gaston Julia.

Es de estricta justicia certificar que quien primero dio noticia de estos especiales objetos matemáticos fue Henri Poincaré en su famosísimo trabajo sobre el *problema de los tres cuerpos*, presentado como contribución a la competición matemática instituida por el Rey Óscar II de Suecia, con motivo de su 60º cumpleaños (1888). La conclusión principal de Poincaré establecía que la evolución de un sistema como el de las órbitas de tres cuerpos bajo las leyes gravitatorias era extremadamente *caótica*, en el sentido que una pequeña perturbación en el estado inicial (como por ejemplo una mínima variación en la posición inicial de un cuerpo, o una ligera modificación de la masa o la posición de uno de ellos, etc.) conducía eventualmente a un estado radicalmente diferente. Estudió el problema mediante un enfoque nuevo y original, estudiando las llamadas desde entonces *"secciones de Poincaré"*, que son realmente atractores extraños, los primeros objetos fractales estudiados matemáticamente. Cuando Lorenz, y luego Mandelbrot, y tantos otros matemáticos analizaron los sistemas caóticos deterministas, el mundo matemático se dio cuenta de que Poincaré ya había entrevisto ese fascinante mundo matemático enteramente nuevo, esa hasta entonces *terra incógnita*. Hoy tiene aplicación desde los modelos de predicción meteorológica hasta las oscilaciones de los mercados financieros, o las crisis económicas, pasando por multitud de importantes fenómenos físicos; químicos, biológicos, demográficos y hasta sociales.

Sirvan estas líneas de homenaje a un gran matemático y una gran persona que fue **Edward Norton Lorenz.**

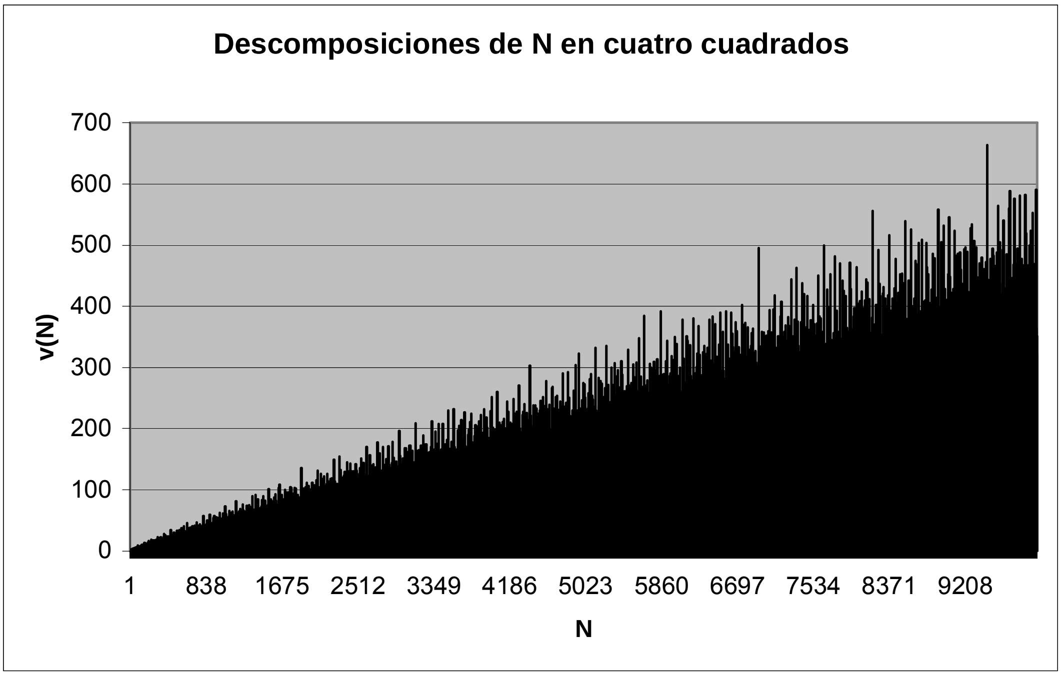
José Antonio de Echagüe



Los cuatro cuadrados

Un conocido teorema afirma que todo número entero N puede ser descompuesto como suma de cuatro cuadrados a lo sumo. Esta descomposición puede ser múltiple. Así, $50 = 5^2 + 5^2 = 7^2 + 1^2$. Llamaremos $\nu(N)$ al número de descomposiciones posibles de este tipo. Así, $\nu(50) = 2$. A medida que N se hace mayor, aumenta $\nu(N)$, al parecer sin límite superior.

Con ayuda del ordenador hemos tabulado los correspondientes valores de $\nu(N)$ hasta N = 10000, obteniendo una gráfica de este tipo:



Puede verse que el valor medio de $\nu(N)$ aumenta de forma aproximadamente lineal con N, según la fórmula aproximada $\nu(N) = N/20$. No obstante, los valores individuales de $\nu(N)$ son bastante dispersos. El máximo valor registrado es $\nu(9450) = 664$.

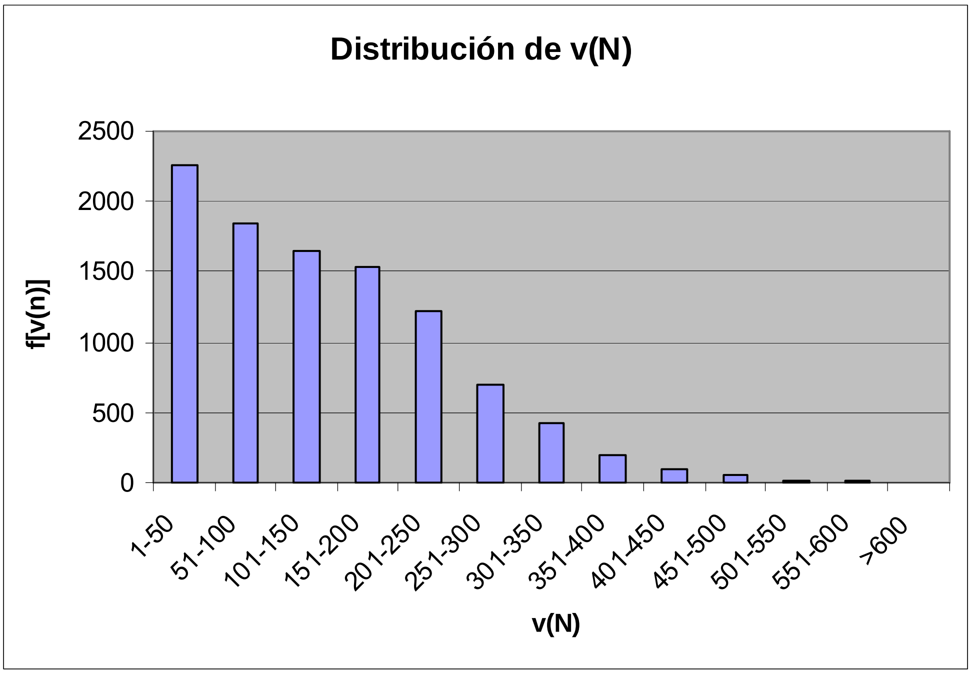
Presentan interés aquellos valores de N para los que $\nu(N) = 1$, es decir, que sólo admiten una descomposición única en suma de 4 cuadrados. Podríamos llamarlos “Enteros de descomposición cuadrática única” (EDQU). Estos valores, hasta 10000, son:

1		1^2
2	Primo	1^2+1^2
3	Primo	$1^2+1^2+1^2$
5	Primo	2^2+1^2
6	$2 \cdot 3$	$2^2+1^2+1^2$
7	Primo	$2^2+1^2+1^2+1^2$
8	2^3	2^2+2^2
11	Primo	$32+12+1^2$
14	$2 \cdot 7$	$3^2+2^2+1^2$
15	$3 \cdot 5$	$3^2+2^2+1^2+1^2$
23	Primo	$3^2+3^2+2^2+1^2$
24	$2^3 \cdot 3$	$4^2+2^2+2^2$
32	2^5	4^2+4^2
56	$2^3 \cdot 7$	$6^2+4^2+2^2$

96	$2^5 \cdot 3$	$8^2+4^2+4^2$
128	2^7	8^2+8^2
224	$2^5 \cdot 7$	$12^2+8^2+4^2$
384	$2^7 \cdot 3$	$16^2+8^2+8^2$
512	2^9	16^2+16^2
896	$2^7 \cdot 7$	$24^2+16^2+8^2$
1536	$2^9 \cdot 3$	$32^2+16^2+16^2$
2048	2^{11}	32^2+32^2
3584	$2^9 \cdot 7$	$48^2+32^2+16^2$
6144	$2^{11} \cdot 3$	$64^2+32^2+32^2$
8192	2^{13}	64^2+64^2

Esta serie de números presenta unas características claramente perceptibles. Tras un primer grupo de EDQUs primos (23 es el mayor) aparecen exclusivamente potencias impares de 2 o esas mismas potencias multiplicadas por un número primo. La descomposición en cuadrados es siempre de números pares, a su vez potencias de 2, y siempre consta de 2 cuadrados para las potencias de 2, y de 3 cuadrados para los restantes.

Todo esto se resume en el gráfico siguiente, en el que se contabilizan el número de valores para cada ν(N). Como puede verse, para unos 2250 números, ν(N) toma valores entre 0 y 50. Estas frecuencias van disminuyendo al aumentar N, de forma que apenas se presentan valores de ν(N) superiores a 400. No cabe duda de que esta gráfica de masas se iría desplazando hacia la derecha si el intervalo estudiado fuera superior a 10.000.



Todo esto sugiere una serie de preguntas:

- ¿Es indefinida la sucesión de PQ? La intuición dice que sí, pero, ¿cómo demostrarlo?
- ¿Existe un algoritmo generador de los valores de N para los que ν(N) = 1?
- ¿Se ajusta f[ν(N)] a algún tipo de distribución estadística conocida?
- ¿Se mantiene siempre la tónica de los EDQU?
- ¿Cómo varía la curva f[ν(N)] al aumentar el límite superior de N?
- ¿Se mantiene siempre la descomposición en dos o tres cuadrados para los EDQU?

JMAiO, BCN, abr 08

¿Cómo nace una rutina?

Un grupo de científicos colocó cinco monos en una jaula, en cuyo centro había una escalera y, sobre ella, un montón de plátanos.

Cuando un mono subía la escalera para agarrar las bananas, los científicos lanzaban un chorro de agua fría sobre los que quedaban en el suelo.

Después de algún tiempo, cuando un mono iba a subir la escalera, los otros lo golpeaban.

Pasado algún tiempo más, ningún mono subía la escalera, a pesar de la tentación de las bananas.

Entonces, los científicos sustituyeron uno de los monos.
Lo primero que hizo el nuevo mono fue subir la escalera, siendo rápidamente bajado por los otros, quienes le dieron una paliza.
Después de algunas palizas, el nuevo integrante del grupo ya no subió más la escalera, aunque nunca supo el por qué de tales palizas.

Un segundo mono fue sustituido, y ocurrió lo mismo.
El primer sustituto participó con entusiasmo de la paliza al novato. Un tercero fue cambiado, y se repitió el hecho, lo volvieron a golpear. El cuarto y, finalmente, el quinto de los veteranos fue sustituido.

Los científicos quedaron, entonces, con un grupo de cinco monos que, aún cuando nunca habían recibido un baño de agua fría, continuaban golpeando a aquel que intentase llegar a las bananas.

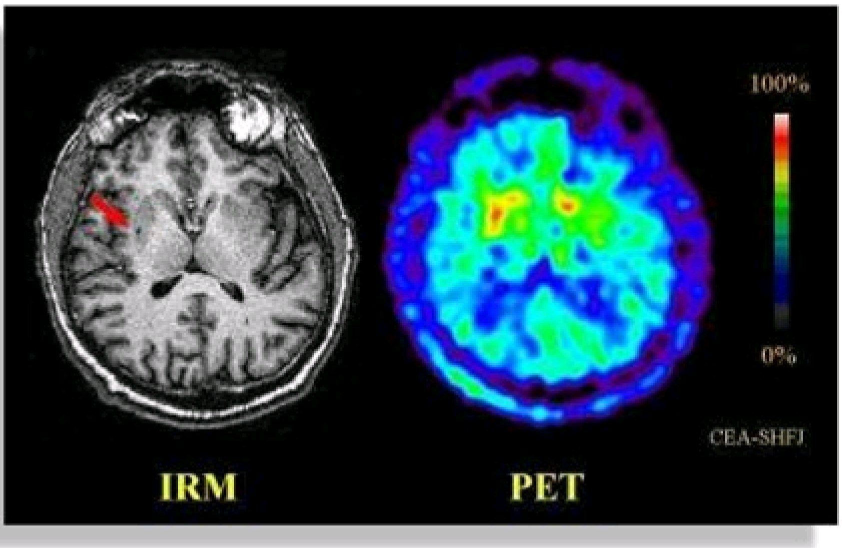
Si fuese posible preguntar a algunos de ellos por qué pegaban a quien intentaba subir la escalera, sin duda la respuesta sería:
“No sé, aquí las cosas siempre se han hecho así.”

¿Te suena a conocido?

(Tomado de Internet)

La autora de esta pintura es Wang Yani, que la hizo a la edad de cinco años, en 1980.
Wang Yani, china, llegó a pintar unos cuatro mil dibujos en los tres años siguientes.

El caballo, las riendas y el yo



Leo esta sentencia de Platón

«El cuerpo humano es el carruaje; el yo, el hombre que lo conduce; el pensamiento son las riendas, y los sentimientos, los caballos.»

y me viene a la memoria una conclusión científica de la que tuve noticia no hace mucho, aunque ahora no soy capaz de dar con la referencia. Al parecer, mediante experiencias de actividad neurológica llevadas a cabo mediante tomografía por resonancia magnética (IRM) y por emisión de positrones (PET), se había determinado que las acciones *preceden* a la toma de conciencia de las mismas. Esto significa que mi cerebro —como sistema físico— decide cruzar la calle movido por las mismas condiciones ambientales e internas que moverían a un autómata, y es después, aunque casi inmediatamente, que mi *yo* toma conciencia de la acción y, lo que es más chistoso, la sensación que yo mismo tengo es la de ser el que ha tomado, con mayor o menor propósito, la decisión de cruzar la calle.

Según esto, la imagen de Platón habría que cambiarla al modelo siguiente: yo voy montado sobre un caballo —mi cerebro y el resto de mi organismo físico— sobre el cual creo tener dominio, pues creo llevar las riendas. Pero realmente es el caballo el que, comportándose como un autómata físico (podemos suponer que se trata de un caballo de madera, construido como los autómatas que tan populares fueron en su tiempo) ante una bifurcación toma el camino de la derecha. En ese preciso instante en mi conciencia se produce un engaño, por el cual yo creo haber decidido la elección, cuando lo único que he sido en última instancia es un espectador del curso de los acontecimientos.

¿A que no se les había ocurrido? A mí me parece una conclusión que, aparte de estar avalada por experimentos (cuya validez, no obstante, podría ser discutible), ofrece una vía para encauzar el problema del libre albedrío al ámbito del reduccionismo.

El advenimiento de la teoría cuántica en los años veinte del siglo pasado, y especialmente el enunciado por parte de Heisenberg del «principio de incertidumbre» representó una convulsión que no se redujo a la epistemología. En su libro *«Biología cuántica»* Pascual Jordan, científico alemán que había colaborado estrechamente con Max Born en el desarrollo de las aplicaciones de la cuántica a la química molecular, introduce la idea de que el libre albedrío —en el sentido de negar que seamos autómatas deterministas— podría explicarse si se admite que cambios infinitesimales en la química cerebral pudieran ser amplificadas por el aparato neuronal hasta abocar en decisiones impredecibles. Más que libre albedrío podría decirse que se trata de una defensa de lo impredecible en el ámbito de los comportamientos humanos.

Las ideas de Jordan son como hemos dicho de los años veinte. Los científicos que actualmente estudian las funciones de la mente están convencidos de que el cerebro es un sistema determinista, es decir que es un objeto del mundo macroscópico, en cuyo comportamiento no tienen ninguna repercusión las fluctuaciones propias del micromundo. Las últimas investigaciones que hemos mencionado van mucho más allá, en el sentido de que llegan a concluir que, hasta donde puede confirmarse mediante la pauta temporal en la verificación de un acto y la manifestación de la toma de consciencia, el acto precede a la toma de consciencia, lo que sugiere que nos comportamos como meros autómatas, aunque eso sí, espectadores de nuestros actos en un ‘a posteriori’ inmediato.

P. Crespo, mayo 2008

◇◇◇◇◇

Los e-mail no deseados y la palabra SPAM.

Se calcula que diariamente Internet da paso a unos 120 millones de e-mails. Lo tremendo es que la proporción de correos no deseados (publicidad no solicitada, trampas para obtener dinero, etc.) alcanza ya un porcentaje entre el 80 y el 90 por ciento. Esto significa que si no se dispusiera de los adecuados filtros, el trabajo de reconocer y eliminar esos mensajes sería insufrible. Pero

*¿Por qué se llama **spam** al correo electrónico de tipo publicitario no solicitado?*

SPAM, en mayúsculas, es una marca de Hormel Foods , una empresa de EEUU dedicada a vender productos alimenticios. La propia marca es una abreviatura del nombre del producto primero Spiced Ham (jamón condimentado), tomando las dos primeras y las dos últimas letras, **SP**iced H**AM**.

El producto es de buena calidad (venden muy bien en E.E.U.U., Canadá y México y han ampliado los productos incluyendo pavo y ternera), pero la palabra adquirió un sentido peyorativo hacia los años sesenta. Por lo visto, durante la II Guerra Mundial y algún tiempo después de la misma, los envíos de carne en lata marca SPAM al Reino Unido para alimentar a la población británica víctima de la escasez de alimentos, provocó tal hartazgo que el nombre se quedó grabado en el subconsciente colectivo como significando algo parecido a comida basura.

[Quien esto escribe no se lo explica. Para comer sin aburrirse en Inglaterra hay que ir a los restaurantes chinos, indios o italianos. Se atribuye a Somerset Maugham la frase "Para comer bien en Inglaterra uno debería desayunar tres veces al día" ("To eat well in England, you should have breakfast three times a day.")]

A este significado de connotaciones negativas debió contribuir sin duda un «sketch» del grupo Monty Python que fue emitido por la BBC en 1970, en el cual, —en su cantinela de fondo— la palabra «spam» lo invadía todo en el enunciado de un menú familiar. Pueden verlo en la dirección

http://www.youtube.com/watch?v=d7uFntk0Bnk

Por otra parte, se sabe cuál fue y en qué fecha tuvo lugar el primer caso de correo «spam»: El 3 de mayo de 1978, 392 miembros de la red *Arpanet* (la primera versión de Internet) recibieron el mismo mensaje publicitario de parte de Gary Thuerk, un empleado de la empresa de ordenadores DEC. Pero entonces Thuerk tuvo que escribir por separado los 392 mensajes.

En 1993 Joel Furr creó un método para el envío de mensajes en cadena, en base a listas de distribución. Furr empleó la palabra «spam» para referirse al correo múltiple no deseado, aunque la palabra ya se empleaba con ese significado, sin que se conozca bien la fecha exacta en que se comenzó a utilizar.

P. Crespo, mayo 2008

** El aleteo de las alas de una mariposa se hace notar al otro lado del mundo.*
(Proverbio chino)

** Quién sabe si, al apoyar mi pluma sobre el papel para escribir esto, no estaré matando a un chino en China.*
(Blaise Pascal)

PROBLEMA DE EDADES

En un congreso mundial de matemáticos coinciden tres amigos: Andrés, Blas y Carlos que conversan animadamente. De su conversación extraemos los siguientes datos:
Andrés dice: Mirad que coincidencia, hoy es nuestro cumpleaños.
Blas contesta: Mayor coincidencia es que la suma de los cuadrados de nuestras edades es 2490, igual al número de asistentes al congreso.
Carlos expresa: Todo eso es cierto. Pero, cuando Andrés tenga la edad de Blas, la suma de los cuadrados de nuestras edades será 3841, igual al coste en pesetas de la habitación del hotel. Además, con estos datos cualquier congresista puede averiguar nuestras edades.
Hallar las edades.

Solución

Las edades, hoy, son números enteros:

Andrés = x años Blas = y años Carlos = z años.

Cuando Andrés tenga la edad de Blas habrán pasado (y-x) años, tiempo que habrá transcurrido igual a los tres. Entonces las edades serán:

Andrés = x + (y-x)   Blas = y + (y-x)   Carlos = z + (y-x)

$(x + y-x)^2 + (y + y-x)^2 + (z + y - x)^2 = 3841$.   Desarrollando

$x^2 + y^2 + z^2 + (y-x)(-x +5y +2z) = 3841$.   Como $x^2 + y^2 + z^2 = 2490$ (1)

$(y-x)(-x +5y +2z) = 3841 - 2490$; $(y-x)(-x +5y +2z) = 1351$;

Descomponemos 1351 en producto de 2 factores = $7 \cdot 193$

$$y - x = 7$$
$$-x +5y +2z = 193.$$

Resolviendo el sistema: $x = y - 7$; $z = 93 - 2y$;

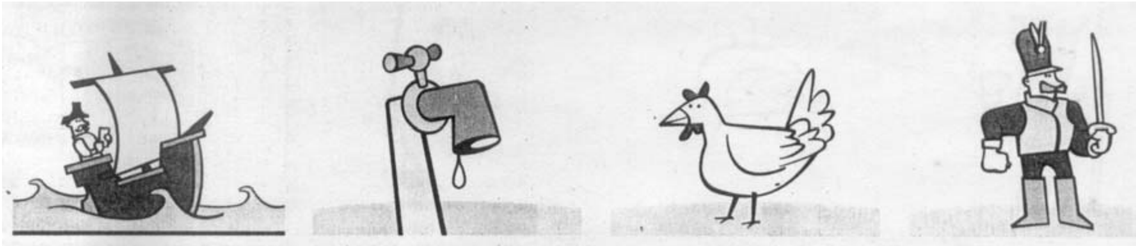
Sustituyendo en (1):

$(y - 7)^2 + y^2 + (93 - 2y)^2 = 2490$;
$6y^2 - 386y + 6208 = 0$; $\rightarrow$ $y_1 = 32$; $y_2 = 97/3$ y_2 no es solución por $\neq$ entero.

Solución: Andrés = 25 años. Blas = 32 años. Carlos = 29 años.

Acebrian febrero 2006

PROBLEMAS ANTIGUOS



Antonio Casao remite estos problemas, todos los cuales tienen en común su antigüedad. Todos resultan muy fáciles hoy con el uso de la poderosa herramienta que ha supuesto el álgebra, pero la gracia está en resolverlos sin ayuda de ella, mediante el mero razonamiento, como tuvieron que hacer en su día quienes los propusieron.

Problema 1.

Una nave sale de Nápoles hacia Barcelona y hace su viaje en 30 días. Otra sale de Barcelona hacia Nápoles y hace el viaje en 20 días. Las dos salen al mismo tiempo. Os pido: ¿En cuánto tiempo se deben encontrar?

(De *Aritmética*, obra publicada por Joan Ventalllol en 1521.)

Solución. La primera nave recorre en un día 1/30 de su recorrido, y la segunda 1/20. Por tanto, ambas se aproximan 1/30 + 1/20 = 1/12 del camino. Es obvio que se encontrarán a los 12 días.

Problema 2.

Similar al anterior. Soy un león de bronce que está en el centro de un estanque. Salen chorros de agua por mis ojos, por la boca y por la planta del pie derecho. El chorro del ojo derecho llenaría, por sí solo, el estanque en dos días; el del izquierdo en tres; el del pie, en cuatro, y el de la boca en seis. ¿En cuanto tiempo se llena el estanque con los cuatro chorros?

(De la *Antología griega*, una colección de 48 problemas del año 500 aJC).)

Solución. El ojo derecho llena cada día 1/2 del estanque, el izquierdo, 1/3, el del pie, 1/4, y el de la boca, 1/6. Todos conjuntamente, llenan 1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/6 = 5/4. Lo llenarán en 4/5 de día.

Problema 3.

Un gallo cuesta 5 piezas de dinero, una gallina 3 piezas y tres pollos 1 pieza. Si con 100 piezas de dinero compramos un total de 100 aves, ¿cuántos gallos, gallinas y pollos habrá?

Solución. Éste es más complejo. El número de pollos deberá ser un múltiplo de 3, conque oscilará entre 3 y 99 (más exactamente, entre 3 y 90, pues debe haber al menos un gallo y una gallina, que valen al menos 8 unidades monetarias). Los valores posibles para la suma de gallos y gallinas son 10, 13, 16, 19,…97. Cinco veces los gallos más tres veces las gallinas más los terci-pollos es lo mismo que los gallos más las gallinas más tres veces los terci-pollos, conque cuatro veces los gallos igualan 2 veces los terci-pollos menos dos veces las gallinas. O sea que las gallinas menos los terci-pollos igualan al doble de los gallos. De ahí, por tanteos, se obtiene el resultado:

Gallos	Gallinas	Pollos
4	18	78
8	11	81
12	4	84

(Hay que añadir que éste es el más difícil sin las modernas técnicas de las ecuaciones diofánticas.)

Problema 4.

Un capitán llevaba en su compañía ciertos soldados. Cuando los ponía en hilera de 2 en 2 le sobraba un soldado, asentándoles de 3 en 3 le sobraban 2, de 4 en 4 le sobraban 3 y de 5 en 5 le sobraban 4. De 6 en 6 le sobraban 5, y finalmente asentándoles de 7 en 7 la cuenta venía justa. Pregunto: ¿Cuántos soldados llevaba dicho capitán?

(De *Aritmética práctica*, obra publicada por Jerónimo Cortés en 1604.)

Solución. De lo dicho se deduce que el número de soldados es un múltiplo de 2 menos uno, un múltiplo de 3 menos uno, y así sucesivamente hasta múltiplo de 6 menos 1, pero es múltiplo de 7. El menor número que es simultáneamente múltiplo de 2, 3, 4, 5 y 6 es su mcm., o sea 60. Por ello 59 podría ser un candidato, pero no es múltiplo de 7. Probemos con el siguiente mcm, que es 120. Ahora sí es 119 múltiplo de 7. Ésa es la menor solución. Naturalmente habría otras: 539, 1059, 1479…, obtenidas sumando a la primitiva el valor 420, múltiplo de todos los números.

JMAiO, ago 02

Test rápido de inteligencia

(Tiempo máximo para cada respuesta: 10 segundos)

1. Estás participando en una carrera. Adelantas al segundo ¿En qué posición estás ahora?
2. En otra carrera, si adelantas al último, ¿en qué lugar llegas?
3. ¿Cuántos dedos hay en dos manos? ¿Y en diez?
4. Sin calculadora: Suma 1030 y 1030. Suma 30. Suma 10. ¿Cuánto es el total?
5. El padre de Renata tiene 5 hijas: Chacha, Cheche, Chichi, X, Chuchu. ¿Cómo se llama X?

Respuestas

1. Segundo.
2. La pregunta es imposible.
3. 10, 50.
4. 2100.
5. Renata.

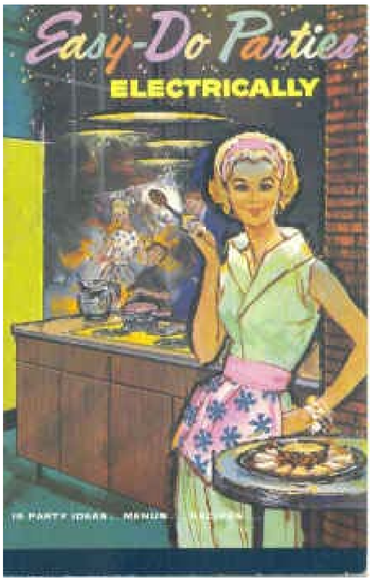
Recetas de la Lola

Niño estrellado

Se coge un niño de 4 ó 5 años (antes de que tenga edad para defenderse) y se le sube a la terraza de un 13º piso; allí se le pone un pie sobre la barandilla y se le enseña a mover los bracitos como los pájaros. Una vez practicado este ejercicio se le da un empujón para lanzarlo al vacío, donde permanecerá en suspenso durante breves minutos intentando volar, después caerá rápidamente sobre el asfalto, y allí quedará totalmente estrellado (de ahí el nombre).
Se recogen los restos en una bandeja, procurando no perder nada de sangre y seso, que es la parte más sabrosa del plato. Se sirve en una fuente caliente acompañado de las tablas de multiplicar y una caja de rotuladores para darle color.

Médico a la transfusión sidosa.

Escogeremos un ejemplar de médico joven, con ilusión, de fuerte complexión, y que se haya contaminado de un paciente de sida.
Se le machaca bien, diciéndole lo poco que le queda de vida, y lo jodido que se lo va a pasar, hasta que se desmaya y se le puede introducir en el cajón frigorífico de la morgue.



Maestra al jolgorio revoltoso

Se coge una maestra de unos 25 años, y con las oposiciones recién aprobadas, para que así conserve el aroma exquisito de los tribunales, y se la deja encerrada con 40 alumnos durante 3 días.
Cuando se haya vuelto loca, ella misma se abrirá la cabeza o morirá descuartizada a manos de sus alumnos, con lo cual se ahorra al cocinero la ingrata tarea de sacrificarla.
Se pone en una cazuela con hojas de los libros de Psicología, Pedagogía y Didáctica, y se sirve, a final de curso, en la cena de los padres de alumnos del colegio.

Ama de casa al estropajo luminoso

Se coge un ama de casa de unos 30 años y se la deja un par de días en la cama para descansar, hasta que se le quite el olor a ajos y lejía.
Se le quitan los rulos, el delantal y las medias-calcetín, y se le dan un par de vueltas por la lavadora. Se la tiende al sol, y cuando está seca se la adorna con pañales de niño o calzoncillos a topitos del marido, rematados por la dentadura postiza de la suegra.
Se abren un par de latas precocinadas y se le echan por encima en el momento de servirlo a la mesa para que el jefe pueda comer algo.

Secretaria al fax

Se coge una secretaria de unos veinte años y se la pasa por el Fax unas cuantas veces hasta que se ponga dócil.

Se la ata con unas medias de seda, y se la unta bien con lápiz de labios color zanahoria.
Debe macerar 3 horas en el archivador para coger el correcto olor a oficina.
Una vez sazonada con piropos del jefe, se la pasa un par de veces por la máquina de escribir, y se le da un golpe con la cafetera para que no se ponga tonta.
Puede servirse dentro de un sobre de carta, acompañada de novio haciendo el servicio militar, para sustituir la lechuga.
Nota: Esta plato resulta más sabroso si el novio de las secretaria es un “piernas”.

Funcionario a la cabronara

Se coge un funcionario público, de edad indefinida y con cara de mastuerzo (no es difícil, pues todos tienen estas características) y se le machacan los sesos contra la ventanilla del atender al público. Una vez abierta la cabeza se procede a la extracción del serrín del interior del cráneo, y se rellena con amabilidad, buen humor, inteligencia y disponibilidad.
Se le deja macerar dos días en un tribunal de oposiciones, y se unta bien con recomendaciones de su tío-abuelo, antiguo general del ejército retirado.
Debe introducirse al funcionario en un horno crematorio (modelo Hitler) y dejarlo incinerar por espacio de dos días. En lugar de servirlo se aconseja esparcir las cenizas al viento, pues es una carne muy indigesta.

Ejecutivo al ordenador

Se coge un ejecutivo de unos 45 ó 50 años y unos 60 kg de peso, se le lava bien, se le cortan las uñas, el pelo y se le depilan brazos y piernas a la cera caliente.

Se lo coloca en una fuente para ir al horno, y se le coloca una impresora en la boca para mantenerla cerrada.

Se le deja macerar un par de horas con salsa de certificaciones, hojas de reunión y un poco de crema de Consejo de Administración.
Se le introduce en un despacho y en caliente, y se le deja cuatro o cinco horas con su Jefe Superior inmediato hasta que esté bien cocido.
Se sirve en bandeja, sobre mesa de oficina, acompañado de un fax, rodajas de disquetes de ordenador, y trozos de la cola del avión de puente aéreo donde haya pasado parte de su vida.

Adolescente a la plancha

Se coge una quinceañera y se le pasa la plancha por el pelo para alisarle el moldeado de estropajo. Una vez el pelo limpio y liso, se la envuelve con hojas de literatura, matemáticas, física, etc., para que al impregnarse, algunas gotas vayan a pasarle al cerebro.

A continuación se la introduce en una clase-horno, donde los pajaritos que tiene en la cabeza empezarán a asarse. Cuando observe que se lo ponen los ojos en blanco, significa que está a punto de comérsela y ya se puede servir, acompañada de discos de cantantes de la última ola.

M. D. Hipólito

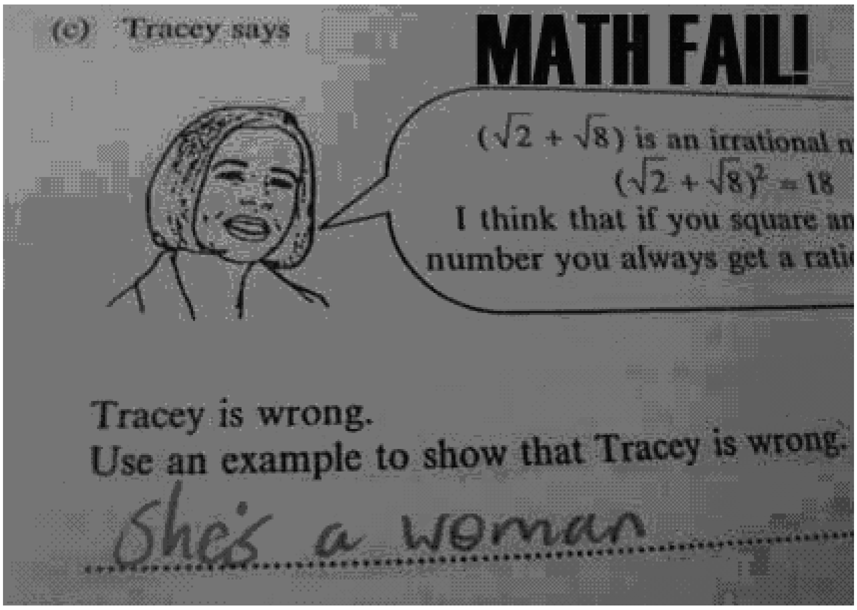
Secciones especiales

Las ciencias adelantan que es una barbaridad. Hace no tantos años, muchos periódicos se lo pensaron seriamente antes de admitir en sus secciones de anuncios por palabras las páginas de “Relax”. ¿Quién nos iba a decir entonces que acabaríamos llegando a esto?

En fin, ¿qué vendrá después?

JMAiO, BCN, mar 06

El irreparable error de Tracey.



¿Quién dijo que las nuevas generaciones ya no son machistas? ¿Y quién dijo que los anglosajones lo son menos que los latinos?

Al no estar completa la imagen no puede verse con claridad dónde reside el error de Tracey. A partir de un ejemplo en el que al elevar al cuadrado un número irracional determinado, $(\sqrt{2} + \sqrt{8})$, se obtiene un número racional, 18 $((\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 = 2 + 8 + 2\sqrt{16} = 10 + 2*4 = 18)$, Tracey generaliza el resultado de ese caso particular afirmando que el cuadrado de un número irracional es siempre un número racional. Lo que no es cierto, como puede comprobarse por ejemplo con $(1 + \sqrt{3})$ (el tipo de contraejemplo que pide precisamente el ejercicio), cuyo cuadrado es $4 + 2\sqrt{3}$, también irracional.

P Crespo, extraído del blog «FAIL blog» (http://failblog.org/).

⌘⌘⌘⌘⌘⌘

Esta traducción de un poema *folclórico británico* nos ofrece otra muestra de la intuición del caos determinista:

«Por un clavo se perdió la herradura
Por una herradura se perdió el caballo
Por un caballo se perdió el jinete
Por un jinete se perdió la batalla
Por una batalla se perdió el reino»

GRACIAS Y DESGRACIAS DE LOS NÚMEROS DE PERRIN

En el número de agosto de 1996 de INVESTIGACION Y CIENCIA, el sagaz columnista Ian Stewart, digno sucesor de Martin Gardner, hablaba sobre el familiar tema de la sucesión de Fibonacci y del número áureo, bien conocido por los amantes de la matemática recreativa. Recordemos que la sucesión de Fibonacci es recurrente, definida por la fórmula:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$$

que genera la sucesión:

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,...

El cociente entre un término y el anterior tiende al llamado "número áureo", $\phi = (\sqrt{5}-1)/2 = 1{,}618...$, protagonista de incontables relaciones en las matemáticas, el arte y la naturaleza.

Se demuestra que las series recurrentes del tipo $u_n = au_{n-1} + bu_{n-2}$ tienen por expresión general $u_n = \alpha r_{1n} + \beta r_{2n}$, siendo (r_1,r_2) las raíces de la llamada "ecuación resolutoria":

$$r^2 - ar - b = 0$$

En cuanto a (α,β) son constantes a determinar de forma que los primeros términos coincidan con los dados (ejercicio: determínense α,β para la serie de Fibonacci, donde $u_o = u_1 = 1$, y véase que la ecuación resolutoria tiene precisamente ϕ como solución). Por ejemplo: la llamada "sucesión de Lucas" se rige por la misma ley que la de Fibonacci, pero sus términos iniciales son 1, 3. Con ello la sucesión es:

1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47...

Puede hallarse aquí también sin dificultad el término genérico. Por cierto, que es siempre combinación lineal de dos de la de Fibonacci.

Hasta aquí, todo bastante conocido. Pero Stewart nos hablaba en I&C de una sucesión similar, la de Padovan, regida por la fórmula recurrente:

$$u_n = u_{n-2} + u_{n-3}$$

O sea:

1, 1, 1, 2, 2, 3, 4, 5, 7, 9, 12, 16, 21...

La ecuación resolutoria es en este caso:

$$r^3 - r - 1 = 0$$

La solución de esta ecuación es un número irracional algébrico que Stewart llamaba "número plástico", P = 1,324718..., similar al áureo. El límite entre un término y el anterior tiende, análogamente, a ese valor.

Stewart dejaba abiertas una serie de intrigantes preguntas en relación con la sucesión de Padovan y el número P. Por ejemplo, vemos que algunos términos de la serie de Fibonacci y de la de Padovan coinciden. ¿Existen infinitas coincidencias de este tipo? ¿Existen infinitos números que sean cuadrados perfectos en la sucesión de Padovan?

Pero la pregunta con mayor interés era una relacionada con la llamada "serie de Perrin", P(i), regida por la misma ley que la de Padovan pero con los términos iniciales 3, 0, 2. Detallémosla:

i	P(i)		i	P(i)		i	P(i)	
0	3		27	1983		54	3932465	
1	0		28	2627		55	5209407	
2	2	*	29	3480	*	56	6900995	
3	3	*	30	4610		57	9141872	
4	2		31	6107	*	58	12110402	
5	5	*	32	8090		59	16042867	*
6	5		33	10717		60	21252274	
7	7	*	34	14197		61	28153269	*
8	10		35	18807		62	37295141	
9	12		36	24914		63	49405543	
10	17		37	33004	*	64	65448410	
11	22	*	38	43721		65	86700684	
12	29		39	57918		66	114853953	
13	39	*	40	76725		67	152149094	*
14	51		41	101639	*	68	201554637	
15	68		42	134643		69	267003047	
16	90		43	178364	*	70	353703731	
17	119	*	44	236282		71	468557684	*
18	158		45	313007		72	620706778	
19	209	*	46	414646		73	822261415	*
20	277		47	549289	*	74	1089264462	
21	367		48	727653		75	1442968193	
22	486		49	963935		76	1911525877	
23	644	*	50	1276942		77	2532232655	
24	853		51	1691588		78	3354494070	
25	1130		52	2240877		79	4443758532	*
26	1497		53	2968530	*	80	5886726725	

Observemos un detalle sorprendente: todos los números de Perrin P(i) con número de orden i primo (señalados con *) son múltiplos de este número. Esta propiedad sólo se da, en las exploraciones hechas hasta ahora, para los números de orden primos, pero de momento no se demostró que la recíproca sea cierta. Es decir, ¿existiría algún P(i) que fuera múltiplo de n sin que n fuera primo? Observemos que si la conjetura "Pe(n) = múltiplo de n si y sólo si n es primo" fuera cierta, estaríamos ante el método más rápido conocido hasta el momento de determinar la primalidad de un número, hecho que ha pasado a tener una gran importancia en la teoría de la elaboración de claves secretas.

El campo de los números primos es muy falaz, y en torno a él se han elaborado conjeturas similares, que han resultado luego fallidas. La más venerable es la ecuación $n^2 - n + 41$, que sólo da primos para los primeros valores de n, pero que falla para n = 41, entre otros valores. Similarmente se habló en su día de los primos de Mersenne o de Fermat, generados por fórmulas supuestamente "fabricantes" de primos. Pero siempre ha surgido un pseudoprimo de contraejemplo, o sea un número que cumplía con las condiciones de partida pero sin ser primo. ¿Existirán pseudoprimos de Perrin? La cuestión permaneció abierta unos cuantos años, hasta que, ¡oh, desilusión!, Adams y Shanks descubrieron en 1982 el primer pseudoprimo de Perrin: $541^2 = 271541$. A él siguieron otros muchos.

El campo de los números primos sigue siendo tan elusivo como siempre.

JMAiO, ago 96

FRASES DE LES LUTHIERS

Todo tiempo pasado... fue anterior.
Tener la conciencia limpia es síntoma de mala memoria.
Pez que lucha contra la corriente, muere electrocutado.
Los honestos son inadaptados sociales.
El que nace pobre y feo, tiene grandes posibilidades de que al crecer ...se le desarrollen ambas condiciones.
Si la montaña viene hacia ti... ¡ Corre! Es un derrumbe.
Lo importante no es ganar, sino hacer perder al otro.
No soy un completo inútil ... Por lo menos sirvo de mal ejemplo.
Si no eres parte de la solución ... eres parte del problema.
Una mujer me arrastró a la bebida... y nunca tuve la cortesía de darle las gracias.
Errar es humano... pero echarle la culpa a otro, es más humano todavía.
Lo importante no es saber, sino tener el teléfono del que sabe.
Yo no sufro de locura... la disfruto a cada minuto.
Es bueno dejar el trago, lo malo es no acordarse donde.
La inteligencia me persigue, pero yo soy más rápido.
La verdad absoluta no existe... y esto es absolutamente cierto.
Hay un mundo mejor, pero es carísimo.
La mujer que no tiene suerte con los hombres... no sabe la suerte que tiene.
La pereza es la madre de todos los vicios, y como madre ... hay que respetarla.
Si un pajarito te dice algo ... debes estar loco, pues los pájaros no hablan.
No te tomes la vida en serio, al fin y al cabo no saldrás vivo de ella.
Felices los que nada esperan, porque nunca serán defraudados.
Lo triste no es ir al cementerio, sino quedarse.
Hay dos palabras que te abrirán muchas puertas: “Tire y Empuje”.
¿Para que beber y conducir si puedes fumar y volar?
De cada diez personas que miran televisión, cinco son la mitad.

(Tomado de Internet)

La mala sombra

Tenía motivos para lamentarse, porque hacía tiempo que había constatado el desafecto de Paco. Hubo una época en que hubiese dicho que hasta flirteaba con ella. Fue la vez que recorrieron las playas de la isla de Fuerteventura. Recordaba las mañanas en que él dejaba disiparse las horas, de pie junto a la orilla, la mirada perdida en el mar, el mar de todos y de nadie, el mar espejo del cielo, el mar de los apátridas de espíritu, el mismo mar que Homero pintó con palabras cuando lo describiera como el de la risa innumerable. Cuando el sol se apoyaba en la espalda de Paco, ella aprovechaba para jugar en el agua con el agua, envuelta a veces en los rizos de la espuma o haciendo el muerto en otras ocasiones, amparada en la silueta de su hombre. Y cuando el sol se disponía a ocultarse ruboroso tras la cortina del horizonte, ella pasaba el rato tumbada en la arena, la mirada de paseo por las nubes y el pensamiento puesto en ningún sitio.

Ahora, sin embargo, todo iba cobrando el amargo sabor del fracaso, especialmente desde que se habían mudado al barrio antiguo de la ciudad. Paco solía llegar a casa desplomada ya la tarde, nada de hola qué tal estás y, luego del ya basta de corbata y chaqueta, reaparecía con el jersey raído que a ella tanto la ofendía. Las más de las veces, tras una breve consulta a la nevera, él decidía cenar fuera de casa, y ella lo acompañaba siempre, muda y fiel como una sombra.

Todas esas reflexiones, llegado es el punto de aclararlo, se las hacía la *sombra* de Paco. La sombra física queremos decir, esa que proyecta un cuerpo cuando se interpone en el trayecto de la luz. La sombra de Paco era, como sin duda se percibe, un caso especialmente singular, se diría que inaudito, de sombra: dada no sólo a la reflexión, como ya ha quedado dicho, sino también a la refracción y en ocasiones extremas, en especial en noches de plenilunio, a la rarefacción. No es un caso común, pero figura catalogado en incunables de taumaturgia como perteneciente al género de los ectoplasmas, especie *umbra,* variante *tenebrae*.

No soportando más esa mortificante situación, Sombra había empezado a dar señales de que las cosas no marchaban bien, mostrando algunas ausencias que Paco, que había hecho de su pareja una costumbre, seguía sin advertir, acomodado como estaba a que ella lo siguiera siempre a todas partes.

Una tarde de otoño, cuando volvían de cenar en la tasca de casi siempre, ella decidió así de golpe que esto se había acabado, y aprovechó el reciente encendido del alumbrado público para esfumarse. En el instante en que las luces de la plaza asfaltada la multiplicaban en cuatro copias, las tres más tenues dejaron que la silueta principal siguiera a Paco, hasta que se cercioraron de que éste permanecía sin apercibirse del cambio. Entonces dieron un tirón de la silueta que restaba, y las cuatro se proyectaron sobre una pared, doblaron la esquina de la calle más estrecha y se marcharon por allí mismo, plegándose y desplegándose, afirmándose en el suelo adoquinado o asiéndose a un balcón cuando era necesario, para evitar las luces de las farolas más agresivas.

La euforia de la recién estrenada libertad la impulsó a plegarse, replegarse y extenderse por puro placer a lo largo y a lo estrecho de las calles del casco antiguo, en una verdadera exhibición de papiroflexia; de «origamí» pensó más bien, porque, sombra como era, algo tenía de chinesca, y gustaba de términos orientales. Lo primero que hizo fue jugar a los pliegues de la pajarita, tal como la recordaba del libro de Unamuno que había alcanzado a leer en una ocasión a hurtadillas por encima del hombro de Paco. Luego hizo el barquito, y al rato el gorro de los locos. Algo más le estaba costando, y así lo reconocía, plegarse para adquirir la forma del dromedario, cuando descubrió el que no supo si juzgar de bar de copas o simplemente de tugurio, a la vista de su aspecto externo, que mostraba un aire en parte de abandono auténtico y en parte de ruina de expreso diseño.

Lo que le llamó la atención fue el nombre: «*La oscura sombra*» rezaba el letrero, formado ingeniosamente por las sombras de unas letras hurtadas de la vista junto con el foco proyector. No tuvo problemas para entrar. Se plegó por completo y se coló de rondón y de costado por el quicio de la puerta. Ya en el interior del local, se encontró a sus anchas al comprobar que se hallaba prácticamente a oscuras. El lugar, en efecto, tenía la oscuridad por lema, tanto que se había puesto de moda para concertar citas a ciegas propiamente dichas; las parejas se encontraban allí, se reconocían mediante consignas apropiadas y, dado que apenas podían verse, descubrían lo mejor de sí mismas, es decir su belleza interior; el resto, como me consta que todos ustedes dan por supuesto, es cosa por demás secundaria.

En un santiamén entendió cómo funcionaba el protocolo. Bastaba con arrimarse a la barra y elegir uno cualquiera de los vasos en ella dispuestos, que se podían distinguir porque estaban rematados por tres pequeñas pinzas sujetas al borde del cristal y pintadas con fosforito de distinto color. El brillo de esos fosforitos era toda la luz permitida, y lo que hacía posible, en su función de diminutos farolillos, orientarse en el interior del local. Sombra eligió el vaso más cercano y sorbió un poco: ron, agua un punto azucarada, hojas de menta, hielo picado... la vida es una tómbola y a ella le había tocado un *mojito*.

Una voz femenina sentada a la barra le hizo una observación:

— ¡Caramba! —le dijo— tus fosforitos forman el final del arco iris: azul, añil y violeta.

—Es curioso, sí —admitió Sombra, alegrándose de que le dieran conversación.

— ¿Vienes mucho por aquí? —quiso saber, haciéndose pasar por habitual e imitando la voz de Paco.

—Bastante, aunque solamente a observar —respondió la joven voz, y le contó que era meteoróloga, pero que lo que en verdad hubiera querido ser era astrofísica, y que aquel ambiente le gustaba porque le hacía soñar con los primeros tiempos del Universo, no mucho después de la Gran Explosión, hablando en términos relativos, ya te haces la idea.

— ¿Ves? —y, con un movimiento de su *Bloody Mary* rojo-rojo-rojo, le señaló un rincón, en el que un grupo multicolor de puntos parecía danzar sin distanciarse apenas de un centro imaginario— allí se ha formado hace poco un cúmulo estelar.

Luego le contó la historia del pianista cuya presencia se adivinaba en el rincón del local, de donde llegaban las notas desmayadas de un vals de Chopin, surgidas en un delicado «pianissimo» rayano en lo imposible.

— Ahora es un hombre acabado —le explicó—, que ha aceptado este trabajo para no sentirse ocioso, pero en su día tuvo cierto renombre, y había quedado finalista en más de un concurso de virtuosismo. Tiene una malsana obsesión por ese vals que ahora suena, porque estuvo presente el día en que lo tocó su amigo Dinu Lipatti, cuando se creyó equivocadamente curado de su enfermedad. Dice que trata una y otra vez de reproducir el sentimiento que le embargó en aquella audición, aunque nunca queda satisfecho. Hubo críticos que pusieron reparos técnicos a esa célebre ejecución de historia tan triste como conmovedora, pero el sentimiento, ya sabes, conoce sendas que a la razón le resultan ignotas.

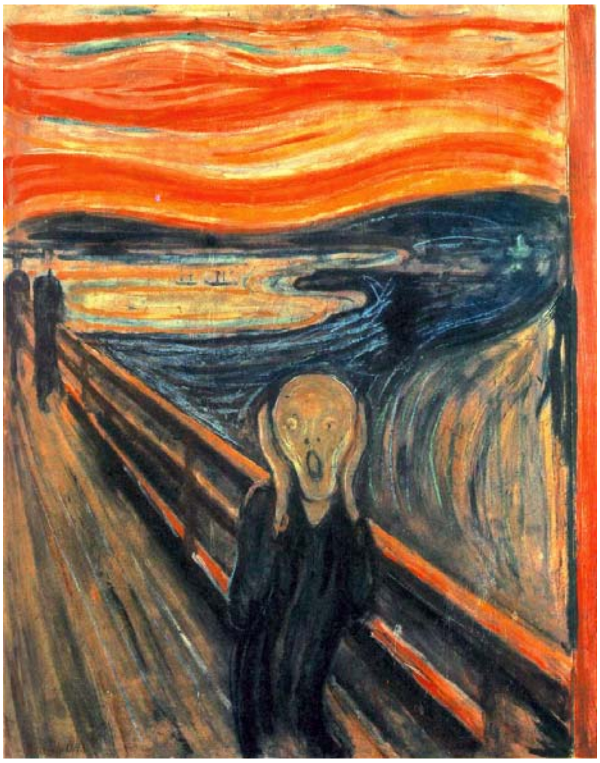
Confianza y *mojito* sumados, Sombra le dio a la voz femenina el nombre y el teléfono de Paco, y le pidió que lo llamara un día de estos. Sufría sentimientos encontrados —la carcoma de tanto desprecio sufrido había generado residuos de rencor—, pero lo hacía movida por cierta sensación de remordimiento, ahora que lo había dejado solo. A continuación se acercó al piano, en cuya tapa depositó su vaso de final del arco iris. Y allí fue donde hizo presa en ella la sed de venganza. Fue tan sólo una idea fugaz inicialmente, pero pronto la atenazó de súbito con una sensación de rabia irresistible. Tampoco quiso resistirse.

Al comisario y a su ayudante no les resultó difícil dar con Paco. Tenían el nombre y el teléfono que les había proporcionado la meteoróloga de vocación frustrada, y allí estaban también las huellas dactilares en el único vaso hallado sobre el piano, y que no dejaban lugar a dudas. Lo insólito de aquellas huellas es que se hallaban impresas en negativo, pero nadie se cuestionó la razón de semejante rareza.

El diagnóstico del forense fue también ciertamente curioso:

—El cadáver presenta un corte en la yugular —explicó— pero causado por un objeto tan delgado que más que de una fina cuchilla diría que se trata, si ustedes me permiten la disparatada metáfora, de algo tan extremadamente delgado como una sombra. Como una sombra, sí, como una sombra.

Pedro Crespo, junio 2003



Skrik (Grito) es el título de varios cuadros del pintor noruego Edgard Munich (1863 – 1944). El más famoso de ellos se encuentra en la Galería Nacional de Oslo. El Museo Munich de Oslo alberga otros dos. Una cuarta versión es de colección privada, y existe una litografía con igual título

El grito está considerado como una de las más importantes obras del artista y del movimiento expresionista, constituyendo una imagen de icono cultural.