



Cartollia 99 (1) Dicembre 08

CARROLLIA

Dirección en la web: www.mensa.es/carrollia

La revista **CARROLLIA**, abreviada en [C], es el órgano trimestral de comunicación del **CARROLLSIG** de Mensa España, que se dedica a las Matemáticas Recreativas, la Lingüística, la Literatura Experimental, la Lógica, la Ciencia y todo aquello que hubiera gustado a Lewis Carroll.

Es coordinada, dirigida, editada y remitida por:

Josep M. Albaigès Villarroel 172, E-3-2	Francesc Castanyer Copèrnic 30	Pedro Crespo Buenos Aires 6-8, 4-3
www.albaiges.com		http://pedroweb.dyndns.org



99 Compuesto, $3^2 \cdot 11$. Los mahometanos tenían 99 nombres para Dios, expuestos en el Corán. Y en el Evangelio se prefiere un pecador arrepentido a 99 justos salvados.

Abraham tenía 99 años cuando Yahvé estableció su pacto con él (Gen 17,1). 99 eran las ovejas dejadas en busca de la descarriada (Mat 18,12; Luc 15,4). Habrá más gozo en el cielo por un pecador arrepentido que por 99 justos (Luc 15,7).

En loterías que terminan en 100, el 99 es “la agonía”.

Portada: Pero no ha de hablarse de agonía en los tiempos finales de Carrollia en su hasta ahora habitual soporte de papel. Podría hablarse, eso sí, de un ocaso, aunque es sabido que cada puesta de sol anuncia una nueva aurora. La imagen de la portada corresponde al atardecer del 2 de diciembre de 2008 en la latitud de Barcelona y con el mar como horizonte. La presencia de la Luna y el oportuno regalo de la conjunción de los planetas Venus y Júpiter no puede ser sino presagio de un nuevo y grato amanecer.

Índice

99	3
Correo americano.....	4
El 99.....	7
Casi 99	8
Japón 2008: crónica de un reencuentro.....	9
Variaciones sobre Fermat (“Obstinato”)	14
¡Y dale con los anglicismos!	16
El carácter simbólico de las paradojas.....	17
¿Cómo funciona el mercado de valores?.....	19
El pavimento con pastillas “Juanola”	20
Bye, bye, Carrollia	21
Con todos los dígitos.....	24
Problema del tesoro y la lápida de Gamow.....	25
La semántica traidora.....	26
Palabras de ida y vuelta	27
Magnitudes continuas y magnitudes discretas	28
Sugerencias para una e-Carrollia	29
La rama	32



El Estadio Nacional de Pekín, diseñado para los Juegos Olímpicos de 2008 por los arquitectos suizos Jacques Herzog y Pierre de Meuron. El llamado Nido de pájaro por su red de acero externa (recubierto de una membrana transparente), supuso un desafío estructural a la par que todo un logro estético.

Correo americano



Este trimestre sólo se han recibido dos cartas de nuestros lectores. ¿Será que, ante el próximo final de la [C] papelera, se resisten a escribir? ¡De ninguna forma! Mandad vuestras impresiones sobre estos años de revista para que puedan ser publicadas en el último número, ya inminente, y que prometo extraordinario.

Ambas misivas procedieron del otro lado del charco. La primera fue de Albert Torres, establecido en Colombia, quien para el anterior número de [C] narró unas desternillantes noticias de su país. Ante mi interés, amplía la remesa:

T'envío unes notícies més:

- La policía detecta en Bogotá una ambulancia que circulaba siempre a las horas punta, con la sirena; en realidad, al examinarla, vieron que iba llena de gente. Era utilizada como bus.
- Un juez de Bucaramanga ha condenado al Presidente Uribe a tres días de cárcel por no atender una tutela (denuncia). Posteriormente el Supremo ha revocado la sentencia.
- Un camión cae por un terraplén y el conductor queda aprisionado en la cabina durante más de una hora hasta la llegada de los bomberos. Durante este tiempo acudió mucha gente que se dedicó a salvar... la mercancía: 45.000 botellas de whisky que desaparecieron.

Esta última noticia parece un poco exagerada: 45.000 botellas de whisky pesarían unas 45 toneladas (salvo que fueran botellas petaca), y haría falta un camión trailer superpesado para transportarlas. De todos modos, no hace falta ir tan lejos para ejemplos similares. Una vez, hace muchos años, vi volcar (en la vecina ciudad de l'Hospitalet, que, aunque muchos no se lo crean, es la sexta de España) un camión cargado con naranjas, y todo el mundo iba a recoger unas cuantas, con bolsa y todo, pese a las protestas del chofer: “¡Encima que tengo un accidente y casi me mato, todo el mundo me expolia!”

Qué vamos a hacerle. *Homo hominis lupus*.

La otra carta es de Jorge Viaña, de La Plata (Argentina), cuyas remesas filatélicas echábamos ya de menos. Dice Jorge:



Muy estimado amigo (Benvolgut amic):
 Con cordial afecto te saludo, así como a Francesc Castanyer & Pedro Crespo, et alia (Carrollistas).
 El sobre contiene una hojita-block conmemorativa por los 150 años de los primeros sellos postales de la hodierna Argentina y un reciente sello por la Navidad 2008 (mediante el cual saludo a todos por Nadal 2008) que reproduce el óleo + acrílico titulado “Ángel Gabriel” (1,20 × 1,50 m) de la artista Renée Teófila Pietrantonio, seleccionada entre las 1099 obras recibidas en la Bienal de Arte (VIII) del año 2000. Estas bienales de Arte Sacro se realizan (desde 1986) con obras recibidas de todo el mundo.

Te adjunto algún material para que —si te parece de interés— lo destines a una nueva Cátedra de B.O. de la F.C.I. El título sería “Objetos numerados en serie según la sucesión de los números naturales” y paso a describirte los cinco de la fotocopia adjunta: el primero muestra una copia destinada a un sorteo de lotería (29/VI/1979) dedicada al primer obispo de esta ciudad, Mons. Espinosa. El segundo, un billete de \$1 emitido por el Banco Central de la R.A. Los billetes de \$1 ya no están en circulación hace ya un tiempo: como comparación, el tercero muestra el de \$2 (actualmente el de menor valor en circulación) con la característica de que su número de serie es el 340º número primo. El cuarto es un boleto de tren (FC “Roca”) cuyo número de serie es el 3r primo y el quinto es otro boleto de tren, cuyo número de serie es también primo, pero —además— capicúa.

Te adjunto, originales, cinco boletos del colectivo (ómnibus), uno de los cuales es el primo 58º y los otros (siempre refiriéndome al número de serie) todos primos y capicúas (el más reciente, de anteaer) no lo es estrictamente, por el cero que lo preside (si lo tuviera: 038430, ya no sería primo).



Es una pequeña contribución, creyendo que tú podría añadir más en el caso de ampliar la cátedra. Con un abrazo cordial.

La Plata, a 22/XI/AD 2008

Como siempre, las aportaciones de Jorge son originales e inesperadas. Queda constituida la nueva cátedra, y él nombrado catedrático eximio. Recuerdos para Renée Teófila Pietrantonio, que tan bien combina en su nombre el francés, el español y el italiano. Supongo que esta mezcla es muy habitual en Argentina.

Conociendo las aficiones de Jorge, me sorprende que no haya investigado esos curiosos números consecutivos. ¿Cuántos habrá entre ellos que sean primos? Naturalmente, sólo deberán ser números impares. Desde 13, el primer primo que aparece es 135791113151719. Vuelve a serlo 135791113151719212325272931, y también 135791113151719212325272931333537394143454749515355575961636567. A partir de ahí, he dejado la investigación para otros.

Y no queda sino desearos unas felices fiestas, nevadas en un lado, calurosas en el otro. ¡Hasta 2009!

Los editores

Nota importante: La acostumbrada lista de carrollistas se publicará en enero... con sus direcciones web. Ante el paso de Carrollia a una edición electrónica, se precisarán éstas para poder mandarla (gratuitamente) a sus suscriptores, como minúsculo premio a su fidelidad durante tantos años. Por favor, mandad vuestras direcciones de e-mail a albaiges@ciccp.es.

EL 99**Expresado con potencias de números enteros:**

$$99 = 10^2 - 1^2 = 50^2 - 49^2 = 18^2 - 15^2$$

$$99 = 2^3 + 3^3 + 4^3 \text{ (suma de 3 cubos consecutivos)}$$

$$99 = 6^3 - 5^3 + 2^3$$

$$99 = 3^4 + 2^4 + 1^4 + 1^4$$

$$99 = 2^6 + 2^5 + 2^1 + 2^0$$

$$99 = 3^4 + 3^3 - 3^2 \text{ (exponentes consecutivos de 3)}$$

Con factoriales:

$$99 = 5! - 4! + 3! - 2! - 1!$$

Expresado como suma de números consecutivos:

$$99 = 32 + 33 + 34$$

Pero tomando los cubos y cuadrados de estos 3 n°s.

$$99 = \frac{32^3 + 33^3 + 34^3}{32^2 - 33^2 + 34^2}$$

$$99 = 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15$$

Pero

$$99 = -7 \cdot 8 + 9 \cdot 10 - 11 \cdot 12 + 13 \cdot 14 + 15$$

$$99 = 7 - 8 \cdot 9 + 10 \cdot 11 - 12 \cdot 13 + 14 \cdot 15$$

$$99 = 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14$$

Con sus cuadrados

$$99 = 4^2 - 5^2 - 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 - 10^2 - 11^2 + 12^2 - 13^2 + 14^2$$

Con sus cubos:

$$99 = -4^3 - 5^3 + 6^3 + 7^3 + 8^3 + 9^3 + 10^3 - 11^3 - 12^3 - 13^3 + 14^3$$

Expresado como raíz 4ª de suma de 4ªs potencias:

$$99 = (88^4 + 77^4 + 33^4 - 22^4 - 11^4)^{1/4}$$

Pero con las bases:

$$99 = 88 + 77 - 33 - 22 - 11 \text{ y con los cuadrados de las unidades}$$

$$99 = 8^2 + 7^2 - 3^2 - 2^2 - 1^2$$

Expresado como cociente de 2 productos que los factores son sumas de 4ªs potencias:

$$99 = \frac{((-14306)^4 - (-14310)^4 - 50^4 + (-342)^4) \cdot (10693^4 - 10691^4 - 1197^4 + 1179^4)}{((-7080)^4 - (-7082)^4 - 24^4 + (-170)^4) \cdot (5941^4 - 5939^4 - 1193^4 + 1183^4)}$$

Pero si sumamos las bases:

$$99 = \frac{(-14306) + (-14310) + 50 + (-342) + 10693 + 10691 + 1197 + 1179}{(-7080) + (-7082) + 24 + (-170) + 5941 + 5939 + 1193 + 1183}$$

CASI 99

Con suma de raíces 5^{as}:

$$99'0045... = 11 \cdot (\sqrt[5]{1} + \sqrt[5]{2} + \sqrt[5]{3} + \sqrt[5]{4} + \sqrt[5]{5} + \sqrt[5]{6} + \sqrt[5]{7})$$

Con el n° “e”:

$$98'99996... = \frac{803e^2 + 570e + 2}{44e - 44}$$

Con el n° pi:

$$98'99987... = \pi^{851/212}$$

$$99'00001... = \frac{2212 \pi}{123} + 17\sqrt{2} + \frac{64\sqrt[3]{3}}{5}$$

Antonio Cebrián Gil noviembre 2008



Peinado geisha “nido de pájaro”

Japón 2008: crónica de un reencuentro

Estuve en Japón en 1985, y como cualquier europeo quedé maravillado entonces por su espectacular avance: tren bala, tráfico vertiginoso, aeropuertos de ensueño, un país en proceso de electrificación total.

He repetido la vista en octubre, y la sensación ha sido esta vez ligeramente distinta. ¿Es que Japón ha retrocedido? No, nosotros hemos avanzado. El *shinkansen* o tren bala, no llamado así al parecer por su velocidad sino por la rapidez con que deben entrar en él sus usuarios, sigue existiendo igual que entonces, pero en España los tenemos ya más rápidos. Como decía la Reina Roja, el personaje de Lewis Carroll, “Hay que correr mucho sólo para poder seguir estando en el mismo sitio”. Y me ha dado la impresión de que Japón no ha corrido lo suficiente en este cuarto de siglo. No cometeré la temeridad de intentar condensar el enorme y dinámico país en un artículo; sólo voy a limitarme a unas pinceladas sobre los aspectos que más han llamado mi atención en mi (¡ay!) corta visita.



La Torre de Tokio, versión moderna de la de Eiffel

El primer flash que reciben casi todos los visitantes es la ciudad de Tokyo, antigua Edo, capital desde el shogunato (por *shogun*, título que tomaba el soberano) de 1590, que tan drásticamente aislaría el país hasta su súbita modernización en la era Meiji (s. XIX). Megalómana, trepidante, deshumanizada, pero paradigma de ese avasallador ritmo japonés. La ciudad emprendió, especialmente después de la II Guerra Mundial y respaldada incondicionalmente por su gobierno, una rotunda política de concentración de los recursos del país, a fin de convertirse en un punto de referencia aeroportuaria, financiera y política a escala internacional, pese a las lógicas protestas de otras urbes como Osaka. Por lo visto se trata de un tic propio de todas las capitalidades mundiales, ansiosas de potenciarse convirtiendo en “provincianas” las demás ciudades.

Pero el resultado lo sufren, similarmente a tantos lugares, los propios tokies: ambiente irrespirable, colapsos de tráfico monumentales, que obligan a enormes consumos de tiempo en los desplazamientos. No es nada raro que entre la ida y vuelta del trabajo se inviertan cuatro o más horas diarias. Ello a pesar de las eficaces redes de metro y las hacinadas autopistas, que discurren elevadas por las calles más importantes destruyendo el paisaje urbano. Un curioso fenómeno, presente en todo el país, son las conducciones eléctricas y telefónicas al aire libre, antiestéticas a más no poder, sobre cuya existencia he recibido no menos de media docena de explicaciones distintas: que si hubo que reconstruir a toda prisa la ciudad tras la II Guerra Mundial, que si los terremotos obligan a las conducciones aéreas, que si la rapidez... en todo caso, en otras ciudades del extremo Oriente, también en el “cinturón de fuego” sísmico pacífico, no se observa este fenómeno.

Símbolo de la ciudad es su famosa Torre de Tokyo, inspirada en la Torre Eiffel, aunque mucho más alta, ligera y esbelta; no en vano las técnicas metalúrgicas han progresado lo suyo en un siglo. En realidad, la arquitectura de la ciudad siempre recuerda algo. Bloques monocolors, uniformes y cúbicos, una verdadera caricatura de Manhattan. Lo único que rompe la monotonía es el muro que separa la ciudad del palacio imperial; éste se halla cerrado a cal y canto. También algún que otro templo, no de mayor interés pero potenciado para ser objeto de visita por el turista aprovechando su carácter capitalino.

Es inevitable llegar por Tokyo, es aconsejable marcharse de allí cuanto antes, y eso hicimos. Kyoto es la antigua capital japonesa (siglos IX-XVI). Una de las antiguas, desde allí el poder feudal se estructuró, alcanzando todo el archipiélago. Es una delicia pasear por sus

calles, cuyos contrastes recuerdan los de la Gran Vía madrileña: modernas y trepidantes arterias en cuyos traseros se ocultan casas pequeñas, antiguas, decrépitas a veces, en las que se refugia la esencia de la antigua vida japonesa. Eso sí, todo en una planta cuadrículada, casi única en Japón. Kyoto tuvo la suerte de librarse de los mortíferos bombardeos estadounidenses en la II Guerra Mundial (de todos modos, ellos dicen que fue una de las alternativas pensadas para el “experimento” de Hiroshima, aunque esta afirmación me parece poco creíble), y gracias a ese respeto tan impropio de una guerra sin cuartel podemos admirar hoy sus templos y sus rincones llenos de encanto. Sin duda es la ciudad japonesa que más merece la pena ser visitada.

Pero, saciado nuestro afán capitalino, huimos de lo gigantescamente urbano y buscamos el campo, quizás allí resida el auténtico espíritu japonés. Es frecuente hablar de Japón como un país fuertemente industrializado, y poco se hace hincapié en la calidad de su paisaje. Craso error: el archipiélago se extiende a lo largo de unos 3000 km de longitud desde la septentrional isla de Hokkaido hasta la meridional de Okinawa, casi tanto como Chile entre Atacama y la Tierra del Fuego, y esta sucesión de latitudes proporciona ocasiones para la más extrema variabilidad. La isla más fría, muy poco poblada, abunda en paisajes de tipo siberiano —recordemos la capital Sapporo, sede de los juegos Olímpicos de Invierno de 1972—, mientras que Okinawa es un paraíso tropical, al que se está sacando el debido provecho turístico, olvidando viejos y sangrientos episodios guerreros. Por supuesto, los parajes más deliciosos se encontrarán en las islas centrales, particularmente Honshu, isla que por sí sola comprende el 60 % del territorio nipón. Tuvimos la suerte de visitarla en otoño, y aunque no pudimos disfrutar del famoso manto blanco primaveral de los almendros en flor, sí nos deleitamos con los tonos amarillos, carmines e incluso azulados de las hojas otoñales de sus abundantes bosques o la placidez de sus lagos especulares. El estallido de colores cálidos de bosques y aun setos ciudadanos marcaba un contrapunto delicioso al frío otoñal, que se hacía sentir. En el centro de la isla, la imponente mole del Fujisan, más conocido en Occidente como Fujiyama (literalmente: ‘montaña de la riqueza samurai’), tenido por el volcán más bello del mundo, dominaba el paisaje desde cualquier dirección.

El Fujiyama es casi un punto de peregrinación laica. Puede ascenderse por carretera hasta la llamada “tercera estación”, a 2600 m de altitud, y recorrer el resto, hasta la cifra mágica de 3776 m, repetida profusamente en carteles y aun camisetas, andando cinco o seis horas. Las filas de peregrinos suelen salir de madrugada, iluminando mágicamente con sus antorchas el camino en zigzag que asciende hasta la cumbre, en una de las imágenes nocturnas más bellas imaginables. Claro que quien siente temor ante el subidón puede alquilar alguno de los hermosos caballos, robustos como percherones, que en dicha estación lucen su fornida estampa.

Pero no terminan aquí los paisajes japoneses. En mi visita me trasladé por la línea férrea de Nagoya a Takayama, que avanza a lo largo de varios valles de belleza sublime, en torno a los ríos Kiso, Hida y Miya. A ratos recuerda el valle del Rin, en otros parece que no va a encontrar la salida de estrechos desfiladeros, y siempre la vista se deleita por los deliciosos puentes curvados al estilo tradicional. Alternan los rápidos con los valles amplios y tranquilos, los verdes de la vegetación, las rocas conformando imponentes barrancos, los pueblecitos implantados en la falda de los montes como unos elementos naturales más del paisaje. Todo formaba un



Estallido de cárdenos otoñales al pie del Fujiyama

conjunto del que uno no hubiera querido nunca salir. Quien visite Japón, que no deje de hacer este recorrido, no muy largo y, cosa rara, barato.

Sí, barato, porque los precios son una de las pesadillas de este país. Algunas muestras: un café en un barucho, 4-5 euros; un billete de metro, 3 euros; una chuchería de tienda tipo “todo 100”, un mínimo de 2 euros. En algunos casos, la desproporción puede ser demencial; veinte minutos de internet, 5 euros, y en las fruterías, un melón puede costar de 50 a 100 euros. Esto provoca un par de preguntas:

- ¿Cuál es la causa? Difícil de explicar, ya que encontré también chucherías elaboradas en China, a precios cuádruples. Parece como si el simple paso de la frontera multiplicara su precio. Y esto puede proporcionar un principio de explicación: Japón sigue fiel a su lema de exportar mucho e importar poco, desdeñando, por ejemplo, comprar arroz chino para consumir el nacional, mucho más caro. El resultado es una hipervaloración de su divisa. Si en vez del cambio habitual, unos 120 ¥/€, se impusiera uno de 30-50 ¥/€, el país sería más asequible para los extranjeros. Por eso parece dudoso que, en tanto no se tomen medidas de ese tipo, la afluencia turística aumente, pese a los buenos deseos de los políticos japoneses.
- ¿Cómo pueden subsistir los japoneses con ese nivel de precios? Pues la verdad que muy mal. Las jornadas laborales, que aunque son teóricamente de unas 35-40 horas semanales, en realidad se alargan mucho. Las horas extras no son sólo el resultado del tan manoseado amor a la empresa, sino una necesidad vital. Los trabajadores, especialmente trabajadoras, regresan con fatigados rostros de sus precarios empleos a altas horas de la noche; se ve entonces hervir los autobuses, ferrocarriles y metros. Las vacaciones máximas son de 2 semanas, y la gente en Tokyo vive en pisos de 50 m² como mucho. En compensación, los más pudientes tienen por habituales los viajes a Europa o USA, donde podrán desahogarse con los precios, para ellos tirados.

Todo rastro de exotismo ha desaparecido de la vida diaria japonesa; más bien, para ellos, los exóticos seríamos nosotros. No deja de llamar la atención la fantasía en el atuendo de las mocitas japonesas, tan en contraste con la sobriedad en el vestido adulto. Las jóvenes lucen atavíos que para nosotros serían increíbles, cuando no estrafalarios, con medias sobre la rodilla, faldas con pompones de florecitas, botas de tonos increíbles o guarnecidas con bordes de colorines, o extraños abrigos que llamarían la atención en cualquier parte de Europa. Por no hablar de las faldas increíblemente cortas de las colegialas, eso sí, todas con uniforme. Los restaurantes hierven de juventud ansiosa de quemar la vida aceleradamente, y el tono desgano de los muchachos es allí mucho mayor que en nuestros países occidentales.

Claro está que no olvidamos una visita a Hiroshima. Es hoy una trepidante metrópoli de 1.200.000 habitantes, diez veces más de los que le quedaron tras la explosión atómica, lo que da idea de los esfuerzos a nivel oficial para repoblarla, anulando los prejuicios que entre los mismos japoneses se originaron en los primeros tiempos hacia los radiactivizados sobrevivientes. Es una ciudad limpia, acogedora aunque un tanto fría, por el carácter geométrico e impoluto de sus construcciones. Es visita obligada el Museo de la Paz, una exposición de horrores atómicos que, con todo, no fueron superiores a los sufridos en Hamburgo y otras ciudades alemanas con los bombardeos masivos de la II Guerra Mundial, no nucleares pero en los que la cantidad de trilita suplió la calidad del uranio. Docenas de relojes están parados en las 8,15, la hora de ese 6 de agosto de 1945 en que la bomba *Little Boy* inauguró con su bola de fuego una nueva era de la humanidad.

Japón se aferra a sus tradiciones, pero selectivamente. Nadie viste el quimono ni vive (en la ciudad) en casas de madera, pero entonces, ¿por qué persiste su extraño sistema de escritura? Muchos convendrán en que los tres mayores inventos de la humanidad han sido el fuego, la rueda y el alfabeto. Es sorprendente, pues, que se desprecie allí este último, ateniéndose a los antiguos ideogramas, por culpa de los cuales una persona no está en

condiciones de leer un periódico hasta su mayoría de edad. No faltan en las calles los rótulos occidentales expresivos de las grandes empresas, pero la totalidad de las inscripciones destinadas a la información en las calles, la prensa escrita y el material en librerías y bibliotecas está en caracteres kanji, hiragana y katakana. No siento en absoluto la prevención imperialista contra otras lenguas —yo mismo pertenezco a una que se empeña en luchar contra corriente contra las fuerzas que intentan suprimirla—, y en este sentido tienen mi simpatía quienes se aferran a lo suyo, pero este afán japonés lleva a unos costes humanos ciertamente chocantes.

Ya que hablamos del alfabeto, resulta indispensable una iniciación al mismo para explicarse el profundo amor por la complicación de los japoneses. De hecho, coexisten tres tipos de sistemas de signos distintos, no tan distintos del concepto occidental. El hiragana y el katakana constan cada uno de 46 grafías puramente fonéticas, con los que se forman las palabras en nuestro estilo. El primero es el utilizado en la vida ordinaria, el segundo, más especializado, tiene aplicaciones tan curiosas como la expresión de palabras extranjeras o la segregación de un texto, al modo de nuestras comillas o paréntesis. Para hacernos una idea, ahí van ambos alfabetos, no tan distintos conceptualmente de los nuestros.

Silabario hiragana					Silabario katakana				
A	I	U	E	O	A	I	U	E	O
あ (a)	い (i)	う (u)	え (e)	お (o)	ア (a)	イ (i)	ウ (u)	エ (e)	オ (o)
K か (ka)	き (ki)	く (ku)	け (ke)	こ (ko)	K カ (ka)	キ (ki)	ク (ku)	ケ (ke)	コ (ko)
S さ (sa)	し (shi)	す (su)	せ (se)	そ (so)	S サ (sa)	シ (shi)	ス (su)	セ (se)	ソ (so)
T た (ta)	ち (chi)	つ (tsu)	て (te)	と (to)	T タ (ta)	チ (chi)	ツ (tsu)	テ (te)	ト (to)
N な (na)	に (ni)	ぬ (nu)	ね (ne)	の (no)	N ナ (na)	ニ (ni)	ヌ (nu)	ネ (ne)	ノ (no)
H は (ha)	ひ (hi)	ふ (fu)	へ (he)	ほ (ho)	H ハ (ha)	ヒ (hi)	フ (fu)	ヘ (he)	ホ (ho)
M ま (ma)	み (mi)	む (mu)	め (me)	も (mo)	M マ (ma)	ミ (mi)	ム (mu)	メ (me)	モ (mo)
Y や (ya)		ゆ (yu)		よ (yo)	Y ヤ (ya)		ユ (yu)		ヨ (yo)
R ら (ra)	り (ri)	る (ru)	れ (re)	ろ (ro)	R ラ (ra)	リ (ri)	ル (ru)	レ (re)	ロ (ro)
W わ (wa)	ゐ (wi)		ゑ (we)	を (wo/o)	W ワ (wa)	ヰ (wi)		ヱ (we)	ヲ (wo/o)
N ん (n)					N ン (n)				

Pero esto no es nada. La verdadera dificultad surge en los kanji, tomados de la antigua China, de increíble complicación, al punto de que muchas veces son utilizados sólo por sus valores meramente estéticos. Su número es casi infinito; casi cada escritor que se precie tiene a gala inventar alguno. Durante el bachillerato es obligatorio aprender unos 1200, cifra que se va incrementando progresivamente hasta unos 2000, repertorio indispensable para poder comprender un texto o leer un periódico. Los profesores de literatura llegan a dominar unos 7000 o más.

Claro está que no voy a dar aquí ningún diccionario de los kanji, pero para muestra basta un botón:

榊	鶇	岡
袴	倭	國

<i>sakaki</i> (un árbol sagrado)	<i>u</i> (cormorán)	<i>oka</i> (colina)
<i>hakama</i> (falda ceremonial)	<i>Wa</i> (antiguo Japón)	<i>okoku</i> (país)

En fin, dejemos el tema. No estamos en una crónica de crítica hacia el espectacular país oriental, sino un recordatorio de sus muchos puntos que pueden resultar chocantes para un europeo convencido de que sus estándares de vida son los únicos válidos en el mundo. Quien tenga ocasión y goce de un bolsillo acorazado que no desdeñe pasar la noche —pero sólo una— en un ryokan, uno de esos hoteles al estilo tradicional, inspirados en la vivienda japonesa —de altura social—, imposibles de encontrar en ningún otro lugar del mundo. Uno se pregunta qué hacían sus moradores durante el día en un lugar desprovisto de muebles, incluso de sillas. Por la noche, unos delgados tatamis albergaban un cuerpo dispuesto a levantarse al día siguiente más que magullado. Vednos muy satisfechos en uno de esos curiosos habitáculos, que, eso sí, no desdeñan el uso de lavabos de última moda y váteres autolimpiadores de las partes pudendas.



En el lugar de honor del Ryokan

¿Y la comida japonesa? También es para probarla una sola vez, y sólo una, salvo adictos. Generalmente es dispuesta en platitos minúsculos, que albergan pescado crudo, especias, salsas de todo tipo e, inevitablemente, arroz. En principio debería tomarse en una de las incómodas mesitas del ryokan y sentado sobre los talones, pero las generaciones actuales, ya más inclinadas a los hábitos occidentales, han hallado el medio de aunar ambos estilos, situando las mesas sólo unos 30 cm sobre el nivel del suelo y haciendo que los comensales se sienten a su

alrededor... con las piernas dentro de un foso dispuesto al efecto. De ese modo puede seguir manteniéndose la tradición de que las camareras tengan que servir los platos arrodillándose al lado del comensal.

Pero en algo no me decepcionó Japón. Durante el viaje viví acariciado por la hospitalidad y la amabilidad. Ningún resentimiento por la guerra perdida, cuyo resultado se admite con la naturalidad con que se aceptan los procesos vitales irremediables. No olvidaré aquellos viejecitos que en el trayecto por el valle del Takayama compartieron conmigo unos dulces espontáneamente, ni aquellas geishas que aceptaron gentilmente posar conmigo en una foto turística, ni las sonrisas de las niñas colegialas que me hacían el signo de la victoria cada vez que las fotografiaba. La vida japonesa está hecha de educación y respeto hacia los demás, hasta extremos que no sabemos comprender aquí. Quien está acatarrado se pone una máscara en la cara para no contaminar el aire, quien viaja sentado está siempre dispuesto a ceder su asiento a quien sea, como ocurría en España hace unos años. Siempre sonrientes, siempre silenciosos, siempre eficaces. Gran país, Japón. Todo el mundo debería visitarlo pese a las incomodidades de unos vuelos de doce horas, que con todo son muy inferiores a las de 1985, cuando había que llegar allí a través de Alaska por la imposibilidad de sobrevolar Siberia. Realmente, quien no haya estado en el imperio del Sol Naciente al menos una vez no comprenderá del todo las posibilidades individuales que cada uno tenemos para mejorar el mundo que nos rodea.



Con unas geishas en Kyoto

VARIACIONES SOBRE FERMAT (“OBSTINATO”)

In memoriam Pr. Coppelius (24-10-1929 - 9-10 -2008)

Me informan que acaba de fallecer el profesor Coppelius, matemático y economista excéntrico, biznieto, según dicen del famoso doctor inmortalizado por Léo Delibes. Al parecer se ha suicidado por el método de ingerir dosis masivas de colesterol en un afamado restaurante, como remedio a su depresión ante el crack bursátil, que no solo le ha supuesto muy serias pérdidas, sino que amenazaba con acabar con su prestigio, ya que estaba punto de aparecer un artículo firmado por él, en colaboración con el anterior Secretario del Tesoro norteamericano, con el que trabajó estrechamente, en el que, en base a una personal interpretación de la teoría de juegos de suma cero, se probaba matemáticamente la imposibilidad de una crisis financiera a nivel mundial.

No hay que decir que Coppelius era, matemáticamente hablando, económicamente hablando, y hablando de otras muchas formas, un tanto heterodoxo. Desgraciadamente no recuerdo bien su atrevido razonamiento con el que pretendía demostrar la inexistencia de los números primos. Creo que partía de una serie de definiciones, *prima facie* rigurosas e inatacables, de número primo y número compuesto, que le llevaban a desechar al dos como perteneciente a la primera categoría, a fin de que su definición fuese consistente. Seguidamente mediante un ingenioso recurso al método de regresión *ad infinitum*, concluía en la imposibilidad de que ningún número fuese primo en el sentido de su definición. No podemos encontrar una fórmula general de estos números porque simplemente no tienen existencia real, remataba. Estaba convencido de la existencia de un profundo equívoco en los fundamentos de la lógica y de las matemáticas del que los resultados obtenidos por Gödel no serían sino la punta de iceberg.

Sí recuerdo mejor su lección magistral por la que, a raíz de la demostración de A. Wiles del Teorema de Fermat, sostenía que todo era un enorme equívoco y que en realidad el dichoso teorema o conjetura estrictamente era falso. Más o menos venía a decir lo siguiente.

Lo que pretende demostrarse es que la ecuación:

$$X^n + Y^n = Z^n \quad (1),$$

no tiene soluciones para X; Y; Z, enteros.

Pero tal cosa, sostenía Coppelius, no es estrictamente cierta; o para ser exactos lo sería a lo sumo para valores de n enteros. Incluso demostraba de manera elemental que también sería cierto Fermat para valores de n enteros negativos, ya que suponer, por ejemplo, que existen soluciones enteras para:

$$X^{-3} + Y^{-3} = Z^{-3} \quad (2), \text{ es tanto como dar soluciones enteras a la ecuación:}$$

$$(Y.Z)^3 + (X.Z)^3 = (X.Y)^3 \quad (3)$$

Ahora bien, sostenía Coppelius, la ecuación (1) **SÍ** tiene soluciones enteras en X, Y, Z, para ciertos valores de n, de la forma $1/m$, o lo que es lo mismo, la ecuación de Fermat así concebida, $X^n + Y^n = Z^n$, tiene soluciones enteras para valores del exponente fraccionarios

de la forma $1/m$, siendo m entero, positivo o negativo. Y no sólo tiene soluciones, sino que éstas son infinitas y sencillísimas de hallar.

Acto seguido daba una larga serie de ternas de X, Y, Z para los que se cumplía la ecuación (1) para valores apropiados del exponente de la forma $1/m$.

A raíz de la noticia del fallecimiento del injustamente tratado profesor, he vuelto a dar vueltas a sus ideas sobre Fermat y he podido comprobar su total corrección, encontrando, entre otras, soluciones tales como:

$$(375)^{1/3} = (24)^{1/3} + (81)^{1/3} \quad (4)$$

$$(1.296)^{-1/4} = (10.000)^{-1/4} + (50.625)^{-1/4} \quad (5)$$

(Q. E. D.)

Me he convencido que, como acertadamente señaló el añorado Coppelius, es la cosa más sencilla del mundo encontrar soluciones a medida para la ecuación de Fermat con exponentes de la forma $1/m$, para cualquier valor entero de m .

El problema es, precisamente, que las soluciones de Coppelius tienen un pequeño problema, que espero no sea síntoma del derrumbe del edificio matemático, que vaticinaba. Son en efecto soluciones triviales, demasiado triviales a mi modo de ver. Por ejemplo, la solución (4) puede transformarse en: $(5^3 \cdot 3)^{1/3} = (2^3 \cdot 3)^{1/3} + (3^3 \cdot 3)^{1/3}$, que una vez eliminados términos comunes, da el nada sorprendente resultado: $5 = 2 + 3$, cosa que según parece era ya conocida por la cultura de Neandertal e incluso por sus ancestros de Atapuerca.

También la solución (5), de aspecto más formidable, puede reducirse a una expresión, casi igual de trivial, tal como: $1/2 + 1/3 + 5/6$, que podrá discutirse si era o no conocida por el hombre de Neandertal, pero que tampoco es de temer ponga en riesgo los fundamentos de la matemática, ni deba preocupar a Andrew Wiles.

El caso es que yo no he encontrado otras soluciones distintas de las de este tipo, es decir soluciones triviales que reducidas y simplificadas dan por resultado una simple igualdad de enteros o de fracciones, en la que desaparecen todas las potencias y radicales. Eso sí tantas como se quieran.

En realidad —como el agudo lector no habrá dejado de intuir sin necesidad de conocer las teorías del profesor Coppelius— las soluciones del tipo (4) y (5), han sido “construidas” a la inversa a partir de las igualdades numéricas triviales, con unas matemáticas de una EGB medianamente aprovechada.

Y ésta es justamente la cuestión: ¿Existen otras soluciones, no triviales, a las ecuaciones de Fermat (1) para exponentes del tipo $1/m$?

Y ya puestos a ello podríamos preguntarnos si existirán soluciones a la ecuación de Fermat para exponentes, positivo o negativos, de la forma n/m , ó $-n/m$, para n y m enteros, primos entre sí y distintos de la unidad.

$\mathbf{X^{n/m} + Y^{n/m} = Z^{n/m} \quad \text{ó} \quad X^{-n/m} + Y^{-n/m} = Z^{-n/m}}$
--

¿Tienen soluciones enteras para X, Y, Z , no triviales?

Seguro que esto ya ha sido resuelto, pero la verdad es que no lo encuentro. Dada la ausencia del llorado profesor Coppelius, al que ya no podré recurrir, hago un llamamiento a los lectores y amigos de **Carrollia** para ver si se les ocurre algo, enviándoles a todos un afectuosísimo y entrañable abrazo.

José Antonio de Echagüe



¡Y dale con los anglicismos!

Carta que escribió una señora al programa de Luis del Olmo para que la leyeran en directo:

Desde que las insignias se llaman *pins*; los maricones, *gays*; las comidas frías, *lunchs*; y los repartos de cine, *castings*, este país no es el mismo: ahora es mucho, muchísimo más moderno. Antaño los niños leían tebeos en vez de *comics*, los estudiantes pegaban *posters* creyendo que eran carteles, los empresarios hacían negocios en vez de *business*, y los obreros, tan ordinarios ellos, sacaban la fiambra al mediodía en vez del *tupper-ware*. Yo, en el colegio, hice *aeróbic* muchas veces, pero, tonta de mí, creía que hacía gimnasia. Nadie es realmente moderno si no dice cada día cien palabras en inglés. Las cosas, en otro idioma, nos suenan mucho mejor.

Evidentemente, no es lo mismo decir *bacon* que panceta, aunque tengan la misma grasa; ni vestíbulo que hall, ni inconveniente que *handicap*. Desde este punto de vista, los españoles somos modernísimos. Ya no decimos bizcocho, sino *plum-cake*; ni tenemos sentimientos, sino *feelings*. Sacamos *tickets*, compramos *compacs*, comemos *sandwiches*, vamos al *pub*, practicamos el *rappel* y el *rafting*; en lugar de acampar, hacemos camping y, cuando vienen los fríos, nos limpiamos los mocos con *kleenex*.

Esos cambios de lenguaje han influido en nuestras costumbres y han mejorado mucho nuestro aspecto. Las mujeres no usan medias, sino *panties* y los hombres no utilizan calzoncillos, sino *slips*, y después de afeitarse se echan *after shave*, que deja la cara mucho más fresca que el tónico. El español moderno ya no corre, porque correr es de cobardes, pero hace *footing*; no estudia, pero hace *masters*; y nunca consigue aparcar pero siempre encuentra un parking. El mercado ahora es el marketing; el autoservicio, el *self-service*; el escalafón, el *ranking* y el representante, el *manager*.

Los importantes son *vips*; los auriculares, *walkman*; los puestos de venta, *stands*; los ejecutivos, *yuppies*; las niñeras, *baby-sitters*, y hasta *nannies*, cuando el hablante moderno es, además, un pijo irredento. En la oficina, el jefe está siempre en *meetings* o *brain storms* casi siempre con la *public-relations*, mientras la *assistant* envía *mailings* y organiza *trainings*; luego se irá al gimnasio a hacer *gim-jazz*, y se encontrará con todas las de la *jet*, que vienen de hacerse *liftings*, y con alguna *top-model* amante del yogurt *light* y el *body-fitness*.

El arcaico aperitivo ha dado paso a los *cocktails*, donde se hartan a *bitter* y a *roast-beef* que, aunque parezca lo mismo, engorda mucho menos que la carne.

Ustedes, sin ir más lejos trabajan en un *magazine*, no en un programa. En la televisión, cuando el presentador dice varias veces la palabra *O.K.* y baila como un trompo por el escenario, la cosa se llama *show*, bien distinto, como saben ustedes, del anticuado espectáculo; si el *show* es *heavy* es que contiene carnaza y si es *reality* parece el difunto diario *El Caso*, pero en moderno. Entremedio, por supuesto, ya no ponen anuncios, sino *spots* que, aparte de ser mejores, te permiten hacer *zapping*.

Estas cosas enriquecen mucho. Para ser ricos del todo, y quitarnos el complejo tercermundista que tuvimos en otros tiempos, sólo nos queda decir con acento americano la única palabra que el español ha exportado al mundo: “siesta”.

...oooOOOooo...

EL CARÁCTER SIMBÓLICO DE LAS PARADOJAS

Desde hace un par de años vengo bregando con esta bella carrera que es la antropología social y cultural, y redescubro, sin sorpresa y con alegría, que lo mejor de aprender no son los interrogantes que se cierran, sino los que se abren.

Entre mis carpetas figura una con el título Paradojas. Recientemente ha salido una colección de desafíos matemáticos cuyo primer título trataba de ese tema y que empieza, como no podía ser menos, con un repaso a las versiones —hay muchas— de la paradoja de Epiménides el cretense, popularizada luego con el nombre de “el mentiroso”, que por si alguien no la recuerda reproduzco aquí:

“Epiménides dice que los cretenses mienten.
Epiménides es cretense,
Luego Epiménides miente”.

Esta paradoja ha sido luego reproducida en todas las versiones imaginables, todas ellas con un punto en común: que no tienen solución.

Entre ellas, yo prefiero la que cuenta Cervantes en el Quijote, que viene a decir así: se trata de unos guardianes situados a la entrada de un puente que deben preguntar a todo aquél que quiere cruzarlo a dónde va. A quien diga la verdad deben dejarlo pasar, pero a quien mienta tienen que ahorcarlo. Para no faltar a su deber ahorcan sin excepción a todo el mundo, ya que entonces habrán mentido a posteriori, puesto que no irán a ningún sitio. El problema surge cuando llega un viajero —y yo apostaría que es Epiménides disfrazado— que ante la pregunta responde: “Voy a que me ahorquen”. En ese momento los guardianes han perdido su objetivo en la vida.

Creo que Ramón J. Sender es el único que ha comprendido —*La orestiada de los pingüinos*— la fuerte carga simbólica de este pasaje al comentar que, en su opinión, es la paradoja más importante del mundo, pues ese puente es la vida que todos atravesamos desde un lugar desconocido a otro igualmente ignoto. Se podrán dar muchas explicaciones sobre lo que hay a uno y otro lado, pero pocos tienen el valor de confesar la única verdad evidente e inmediata: vamos a que nos ahorquen.

En el diccionario de Ferrater Mora hay un largo estudio sobre las paradojas que por desgracia no hace referencia a sus características simbólicas, aunque sí da una clasificación completa y minuciosa de la que se puede extraer una característica general. Según Stenius, las paradojas surgen por el uso de definiciones contradictorias circulares.

Creo que la explicación es muy acertada y opone las paradojas a las adivinanzas, acertijos y la mayoría de los cuentos populares, que merecen un estudio aparte, porque representan realidades de otro tipo. Tenemos por tanto una primera característica común a todas las paradojas:

1.- Representan realidades cerradas o circulares.

Y no olvidemos que el círculo es en el fondo la forma del huevo, huevo como el del ave Fénix, que renacía de sus cenizas y para los griegos simbolizaba el sucederse de la vida y la muerte en un ciclo sin fin e igualmente cerrado.

De hecho, los griegos habían descubierto ya estas realidades cíclicas quizás inspiradas en el mito de Perséfone y el devenir de las estaciones y las habían plasmado magistralmente en los peores castigos del Tártaro: las Danaides con su tonel sin fondo, Ixión y su rueda, etc. Pero sobre todo el menos conocido mito de Ocnos el soguero, con su burra que devora y devuelve reconstruida la sogas que él va tejiendo, por lo que parece enlazar paradojas y adivinanzas o, lo que es lo mismo, realidades con solución o abiertas y sin solución o cerradas. Probablemente, como digo, el origen de estos ciclos haya surgido de forma natural en la prehistoria a través de la observación de numerosos fenómenos naturales que no es preciso nombrar.

La paradoja es pues un círculo y, como círculo, una realidad en cuyo interior no se puede penetrar, porque no deja resquicios.

Pero no olvidemos que el círculo y su forma tridimensional, la esfera, son la representación de lo perfecto, y, como tal, no tienen por qué ser origen de confusión.

Ya Aristóteles deducía que la tierra debía de ser una esfera basándose en tres razones: que cuando los barcos se alejan en el mar primero se pierde de vista el casco, no las velas; que en los eclipses de luna la sombra que la tierra proyecta siempre es circular y que al ser obra de los dioses debía de ser perfecta y por lo tanto esférica.

La esfera, si bien separa irremediabilmente lo que tiene dentro de lo que hay fuera, tiene en cambio un aspecto en el que no resulta en absoluto engañosa, y es que muestra por igual su superficie en todos sus puntos. Esto puede conferirle un aspecto de claridad que debidamente aprovechado ilumina lo que quiere simbolizar con una luz poco frecuente: como si a la esfera se le pudiera dar la vuelta y verla desde dentro, y así lo han hecho los principales sistemas religiosos y filosóficos, elevándola a la categoría de uno de los recursos literarios más rentables. Así es sin duda la que es quizá la mejor descripción de Dios que yo conozco, obra, cómo no, de ese maestro que es S. Agustín:

“*O aeterna veritas, o vera charitas, o cara aeternitas*”. Eterna verdad, verdadero amor, amada eternidad.

Como se ve, nada se aporta al conocimiento de Dios, y sin embargo su impresión es inmediata.

De hecho, tanto el cristianismo como las demás religiones se basan en gran medida en paradojas: “Todo el que se exalta será humillado, y el que se humilla será exaltado” (Lucas 14, sin duda el más encantador de los cuatro).

“Para venir a serlo todo no quieras ser algo en nada”. (Subida al monte Carmelo).

O también de S. Agustín “Grande es Dios: te elevas y huye de ti, te humillas y desciende a ti”. Por no hablar del archiconocido “Vivo sin vivir en mí”.

Esto nos daría una segunda característica:

2.- Pueden ser confundidoras y negativas o esclarecedoras y positivas.

Además, aunque nada sabemos sobre su origen, todo parece indicar que al basarse en hechos naturales que no pueden remediarse y han sido igualmente observados por todos los hombres desde la antigüedad más remota, su carácter sería universal junto a los otros citados por Levi-Strauss.

3.- Son universales.

Si junto a las paradojas y los mitos infernales citados situamos ciertos juegos, como las adivinanzas, cuentos populares etc. Tendríamos una división completa hecha simbólicamente por todos los pueblos entre realidades en las que se puede influir y otras en las que no.

En una de sus obras sobre el matriarcado, J. J. Bachofen —*Mitología arcaica y derecho materno*—, contraponen el huevo como principio femenino a la serpiente como masculino. Curiosamente creo que la distinción es igualmente aplicable a ambos tipos de realidades —recordemos que la serpiente es el ser que en la Biblia consigue su objetivo—.

Respecto al huevo, que ya en época griega y romana le daban un sentido cíclico, se ve en las pinturas y esculturas sepulcrales, en las que se pintaba una mitad de blanco y otra de negro o rojo, con ese simbolismo de muerte y vida. También el sombrero de Hermes es mitad blanco y mitad negro para representar el tiempo que dividía entre el Olimpo Y el inframundo conduciendo las almas.

Pero en realidad, este dualismo de realidades opuestas y sin embargo intrínsecamente unidas, puede rastrearse en numerosos mitos indoeuropeos: los Dioscuros —Cástor muerto mientras Pólux vive y viceversa—, Eteocles y Polinices que deben gobernar alternativamente Tebas, Shiva y Vishnú, Horus y Tifón en Egipto, la doble corriente de Acheron y Coccyto —creación y destrucción— que Sileno reveló a Midas, etc.

Pero en unas pocas, raras ocasiones, los pueblos parecen haber descubierto una forma de superar la contradicción, como en el caso de Ocnos, Heracles ascendido al Olimpo, Prometeo encadenado y liberado o el propio Cristo.

Más aún: el huevo es el origen del universo, dividido en cielo —principio masculino, espiritual y apolíneo— y tierra —femenino, material y dionisiaco—, que ansían su unión para completarse como ocurre entre machos y hembras, principio de la generación —*arché genéseos*— no sólo del hombre sino también de sus dioses, dando a entender por tanto que esa unión es posible y quizás inevitable. Pero ésa ya, será otra historia.

LUIS M. MODROÑO.

* * * * *

Cómo funciona el mercado de valores

Una vez llegó al pueblo un señor bien vestido y se instaló en su único hotel.

Puso un anuncio en el único periódico de la localidad avisando que estaba dispuesto a comprar cada mono que le trajesen por 10 euros.

Los campesinos, que sabían que el bosque estaba lleno de monos, salieron corriendo a cazar monos.

Como había prometido en el anuncio, el hombre compró sin rechistar los cientos de monos que le trajeron a 10 euros por ejemplar, pero como ya quedaban muy pocos monos en el bosque, y era difícil cazarlos, los campesinos perdieron interés.

Entonces el hombre ofreció 20 euros por cada mono y los campesinos corrieron otra vez al bosque. Nuevamente, fueron mermando los monos y el hombre elevó la oferta a 25. Los campesinos volvieron al bosque a cazar los pocos monos que quedaban, hasta que ya era casi imposible encontrar uno.

Llegado a este punto, el hombre ofreció 50 euros por cada mono, pero como tenía negocios que atender en la ciudad, dejó el negocio de la compra de monos a cargo de su ayudante.

Cuando el hombre se hubo marchado, su ayudante se reunió con los campesinos y les dijo:

— Fíjense, ésta jaula está llena de miles de monos que mi jefe compró para su colección. Yo les ofrezco venderles los monos por 35 euros, y cuando mi jefe regrese de la ciudad se los venden por 50 euros cada uno.

Los campesinos juntaron todos sus ahorros y compraron los miles de monos que había en la gran jaula, esperando el regreso del "jefe".

Desde ese día, no volvieron a ver ni al ayudante ni al jefe. Lo único que vieron fue la jaula llena de monos que compraron con sus ahorros de toda la vida.

Ahora ya saben cómo funciona el mercado de valores.

(Tomado de Internet)

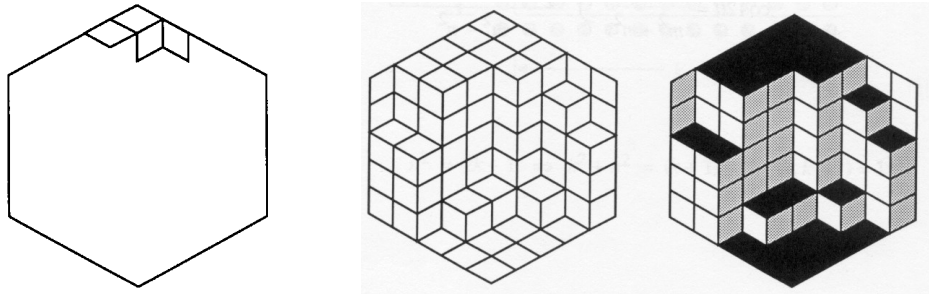
El pavimento con pastillas "Juanola"

Muchos recordarán las antiguas pastillas "Juanola" de regaliz, todavía en venta, para calmar molestias de garganta. Estas famosas pastillas tienen forma de dos triángulos equiláteros iguales unidos por uno de sus lados formando así un rombo que llamaremos *juanola*.

Podríamos pavimentar un área en forma de hexágono regular con *juanolas* siempre que el lado de aquella sea múltiplo del lado de la *juanola*. La diagonal más corta de la *juanola* en el pavimento puede estar orientada en tres posiciones paralelas a cada par de lados opuestos del hexágono.

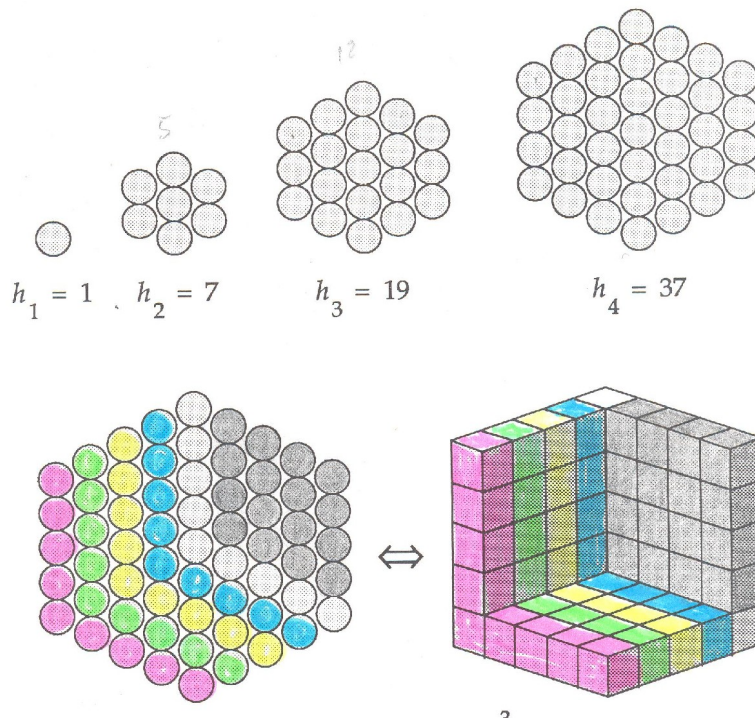
Vamos a demostrar de un modo visual que en cualquier pavimentación que hagamos del hexágono, el número de *juanolas* con una orientación determinada es siempre igual a un tercio del número total de *juanolas* en el pavimento.

Prueba:



Las *juanolas* nos permiten demostrar también visualmente que la suma de los n primeros números hexagonales centrados es un cubo.

Prueba:



Nota: Véase "Proofs without words" por R.G. Nelsen

Aristogeronte.

Bye, bye, Carrollia

Todo llega a su fin. Dice Cervantes en el capítulo LIII de la segunda parte del *Quijote*:

“Pensar que en esta vida las cosas della han de durar siempre en un estado es pensar en lo escusado... sola la vida humana corre a su fin ligera más que el tiempo, sin esperar renovarse si no es en la otra, que no tiene términos que la limiten”. Esto dice Cide Hamete... por la presteza con que se acabó, se consumió, se deshizo, se fue como en sombra y humo el gobierno de Sancho.

Van a cumplirse los 25 años de la aparición del primer número de Carrollia (que entonces llevó el título provisional de “MR-L SIG”).

No será ocioso recordar una vez más que nuestra revista nació como resultado de la iniciativa tomada en la histórica reunión constituyente de Mensa-España a principios de 1984 en Madrid. En aquella ocasión se fijaron una serie de SIGs (o GIEs, “Grupo de Interés Especial”). Yo fui de los interesados en hacerme cargo de los de Matemáticas Recreativas y Lingüística.



Reunión constituyente de Mensa España (Madrid, 1984). Entre los solemnes fundadores, conscientes de estar posando para la historia, figuran varios futuros presidentes: F. Javier García Algarra (quinto desde la izquierda), Josep M. Albaigès (séptimo), Antonio Casao (octavo).



Los tres editores en Torredembarra (junio 2006), ya más distendidos con los años. Josep M. Albaigès, Francesc Castanyer y Pedro Crespo.

Tomada nota de los interesados en una y otra disciplina, resultó, no muy imprevisiblemente, que las listas coincidían. ¿Qué cosa más natural, entonces, que hacer un SIG que reuniera ambas cosas? Y así nació el CARROLLSIG, que tomaba a Lewis Carroll como nuestro “patrón”.

Los principios del CARROLLSIG fueron difíciles. Se había estipulado inicialmente que cada número correría a cargo de uno de los componentes del grupo, pero ya desde el segundo se vio que tan noble objetivo no iba a cumplirse. Así que decidí tomar por mi cuenta

decididamente la revista, haciéndome cargo de la totalidad de los trabajos de confección, maquetado, edición y distribuido. Esta situación se prolongó hasta el número 21, en que providencialmente apareció Francesc Castanyer, que desde entonces ha unido su nombre al de la revista como coeditor. Años después, más avanzada la revista, Pedro Crespo se ha sumado al grupo dándole unos nuevos aires y un rigor y modernidad no antes vistos.

El CARROLLSIG ha conocido momentos muy gratos. Puestos a destacar uno, mencionaríamos la “peregrinación” a Oxford en 1988 a fin de conocer los lugares y ambientes en que vivieron LC y Alicia. Fruto de aquel viaje inolvidable fueron nuevas amistades y la reafirmación de las antiguas.

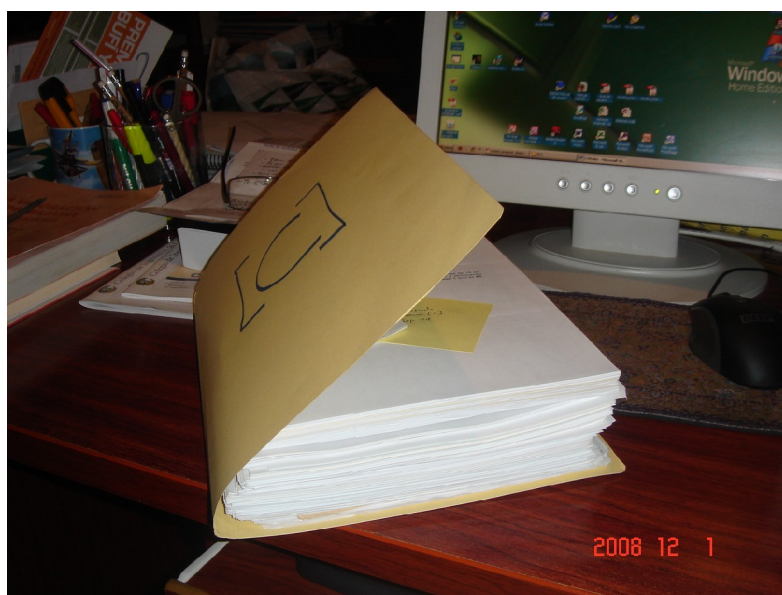
Pero todo llega a su término. La proximidad del número 100 parece un buen hito para marcar el final de lo que ha tenido una brillante vida.

Algunos se preguntan el por qué de ese final de Carrollia. Hay varias razones:

- He recaudado ya bastante dinero con los números anteriores, como puede verse en la fotografía de nuestras arcas:



- En estos momentos el correo electrónico hace ya innecesario el gesto romántico del papel, que por otra parte es incapaz de contener todo el material acumulado. Ésta es la carpeta en donde guardo los artículos todavía no publicados (ésta sí va en serio):



- Voy cumpliendo años, y el papel y la imprenta van cumpliendo costes.

Por todo ello, ratifico el final de la Carrollia papirográfica para el próximo número 100. Todos estáis invitados a mandar vuestra colaboración para esta gran efeméride.

¿Significa esto el final de [C]? ¡NOOOOOO! Continuaremos en formato electrónico, según las directrices elaboradas por nuestro diligente coeditor Pedro Crespo. De hecho, como habéis visto en la foto, hay cuerda para rato.

Además, no olvidéis que en mi página web, www.albaiges.com, sección de Matemáticas, se alberga una gran parte de lo publicado, junto con un enlace a la página de Mensa www.mensa.com donde se recogen, en formato electrónico, los Carrollias publicados desde el número 55.

¡Hasta siempre!

JMAiO



Tres perlas. La imagen corresponde al inicio de la noche en Buenos Aires el pasado día 1 de diciembre de 2008, en donde se aprecia la conjunción de la Luna con los planetas Venus (el más brillante) y Júpiter. De hecho, Venus llegó a estar vista desde ciertos lugares durante algo más de una hora oculto por la Luna. Como es natural, el sol se pone en esas tierras también por el oeste, que es la dirección en la que señala la parte iluminada de la luna.

Con todos los dígitos

El total de los 9 dígitos se presta a infinidad de problemas y pasatiempos. Ofrecemos hoy estos tres:

1. Formar todas las parejas de productos posibles iguales (v. gr., $134 \times 29 = 58 \times 67$).
2. Formar un cociente entre dos grupos de modo que sea simplificable a una fracción sencilla (v. gr., $6729/13458 = 1/2$).
3. Formar con los 9 dígitos dos números de forma que su producto sea el mayor posible.
4. Formar los 2 cuadrados antimágicos (todas las sumas distintas):

Solución

1.

$$134 \times 29 = 58 \times 67$$

$$138 \times 27 = 54 \times 69$$

$$158 \times 23 = 46 \times 79$$

$$186 \times 27 = 54 \times 93$$

$$532 \times 14 = 76 \times 98$$

$$146 \times 29 = 58 \times 73$$

$$158 \times 32 = 64 \times 79$$

$$174 \times 32 = 58 \times 96$$

$$259 \times 18 = 63 \times 74$$

$$584 \times 12 = 73 \times 96$$

2.

$$6729/13458 = 1/2$$

$$5832/17496 = 1/3$$

$$4392/17568 = 1/4$$

$$2769/13845 = 1/5$$

$$2943/17658 = 1/6$$

$$2394/16758 = 1/7$$

$$3187/25496 = 1/8$$

$$6381/57429 = 1/9$$

3.

$$9642 \times 87531 = 843.973.902 = 2 \cdot 3^2 \cdot 163 \cdot 179 \cdot 1607$$

4.

$$987$$

$$216$$

$$345$$

$$123$$

$$894$$

$$765$$

(Se forman imitando un camino de torre de ajedrez).

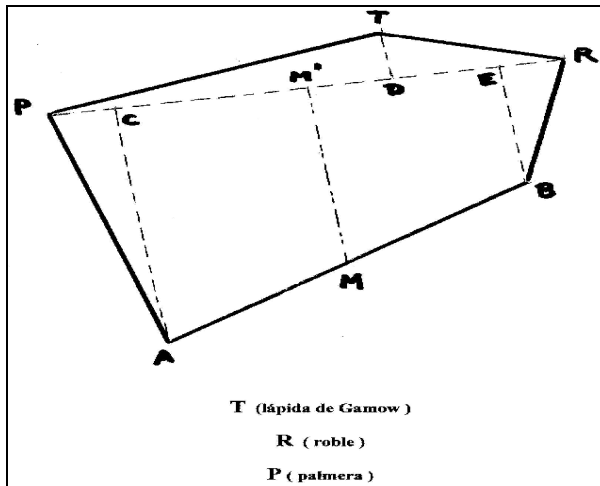
PROBLEMA DEL TESORO Y LA LÁPIDA DE GAMOW

De un pentágono irregular T, R, B, A, P se conoce:

- 1°.- Su diagonal PR
- 2°.- Que los ángulos en P y en R son rectos
- 3°.- Que los lados PT y PA tienen la misma longitud
- 4°.- Que los lados RT y RB son iguales entre sí.

Se pide hallar la posición del punto medio del lado AB cuando el punto T se mueve por el plano.

Trácese desde los vértices T, B, y A las perpendiculares a la diagonal PR hasta su intersección en los puntos D, E y C respectivamente.



Los triángulos rectángulos TDR y REB, son iguales ya que tienen igual hipotenusa y sus ángulos en R y B son también iguales al tener sus lados perpendiculares.

Por el mismo motivo también los triángulos TDP y PCA son iguales entre sí.

Los segmentos PC y ER son iguales ya que ambos son iguales a su vez al cateto TD.

Por lo tanto, el centro M' de la diagonal PR es también el centro del segmento CE que conforma uno de los lados del trapecio rectángulo CEBA. Es decir que el punto medio M del lado AB se encuentra situado en la paralela media M'M (perpendicular a la diagonal PR en su punto medio M').

Por otro lado, el segmento CA es igual al segmento PD porque los triángulos TPD y PCA son iguales. Otro tanto sucede con los segmentos DR y EB que también son iguales entre sí.

De todo lo anterior resulta:

$$AC + BE = PD + DR = PR$$

$$\frac{AC + BE}{2} = MM' = \frac{PR}{2}$$

Conclusión:

El punto medio M del lado AB, no varía sea cual sea la posición del punto T, y está situado sobre la perpendicular a la diagonal PR en su punto medio a una distancia mitad del valor de la diagonal.

Nota: Cuando la perpendicular del punto T sobre la diagonal PR cae fuera del segmento PR el pentágono resulta cóncavo pero el razonamiento sigue válido.

LA SEMÁNTICA TRAIIDORA

Álgido es "frío", pero hoy se toma como "caliente".

El **apogeo** es el momento en que la Luna está lo más lejos posible de la Tierra. Sin embargo, el *apogeo* es el momento de máximo esplendor en las cosas o las personas.

En el **armario** se guardan muchas otras cosas además de las armas.

Arremangar es recoger hacia arriba las mangas, pero se aplica también al resto de la ropa: los pantalones, las faldas.

Bebedizo es "que se puede beber, potable", y hoy designa un veneno.

Bikini nada tiene que ver con "dos", pese a lo que parece un prefijo, que por cierto ha originado voces como *monokini* o *trikini*. Es el atolón pacífico donde hacia 1946 se celebraban ensayos atómicos. Louis Réard dio este nombre explosivo al bañador femenino de dos piezas diseñado (pero no inventado) por él en este año.

Boca deriva del latín *bucca*, que era la mejilla, los carrillos hinchados. Por eso se llama hoy "buccinador" al músculo propio de la mejilla que juega al hinchar el carrillo.

Bochornoso es "que da calor sofocante" (lat. *vulturnus*, un viento cálido), pero hoy se toma como "que da vergüenza" (por el calor que se siente en un avergonzamiento).

El **ceño** no se frunce. Precisamente ceño es ya "frente fruncida".

Charlatán no deriva del que "charla", sino del famoso sacamuelas y curandero parisiense Latan, que se anunciaba: "*Voici le char de Latan!*"

Cliente era, en Roma, 'el que obedece, el servidor', y hoy significa (o debiera significar) lo contrario.

Enervar una acción se toma como "atizarla", cuando en realidad es "paralizarla".

Enjuagar o **enjaguar** es limpiar algo con *agua*, pero también con otros líquidos.

Una **friolera** o una **bagatela** son cosas de pequeña importancia, pero, de tanto usarlas figuradamente, se toman hoy como lo contrario.

Los romanos llamaban figuradamente *hospitis* ("huéspedes") a sus invasores. Hoy la palabra **hostilidad**, derivada de aquélla, se aplica a una actitud inamistosa.

Inculpad, según el DRAE, es "inocente, sin culpa", y hoy se aplica al que tiene culpa o es acusado de tal.

Invitar era, en los primeros tiempos de Roma, 'hacer violencia'; a partir de Cicerón fue tomando el sentido moderno y cortés.

Lívido es 'amorado', pero hoy tiende a usarse como 'muy pálido'.

Maduro, 'en sazón', fue en su origen *maturus*, 'matinal, temprano'.

Manco no tiene nada que ver con “mano”, sino que procede del lat. *mancus*, por “mancar”, esto es, ‘faltar, estar carente de’.

Miniatura nada tiene que ver con ‘mini’ (alusión al tamaño), sino que deriva de ‘minio’, óxido de plomo empleado en pintura, pues con esta sustancia se dibujaban los dibujos y las letras encarnadas en los antiguos cantorales.

Mote viene del latín *muttum*, que es el gruñido del cerdo.

El verdadero adverbio de tiempo es **nunca**. *Jamás* era antiguamente “siempre”. Por tanto, "nunca jamás" equivale a "¡ni se ha acabado ni se acabará!"

Palabra viene, por una de esas metátesis tan frecuentes en español, del latín *parabola*, a su vez del griego *parabole*, ‘sentencia oscura’.

Poma (‘manzana’ en catalán, y también en ciertas zonas del español hablado) era, en latín, ‘fruta’ (recordemos a la diosa Pomorcia, de las frutas). Parece que la fruta por excelencia era la manzana, y por eso se ha supuesto que el fruto del bíblico Árbol de la Ciencia del Bien y del Mal era una manzana.

"**De plano**" se toma como "de forma enérgica", cuando en realidad es "de primera lectura".

Valetudinario se toma hoy como "enfermizo", cuando procede del latín *valetudo*, "salud"

PALABRAS DE IDA Y VUELTA

Cabreo se aplica al ganado de *cap breu*, cat. ‘de cabeza pequeña’. De ahí *cabrear*, entrar el ganado en el corral, y, figuradamente, enfadar, amostazar. Lo curioso es que la palabra ha regresado al catalán en esa acepción como *cabreig*.

Consommè. Cuando los soldados napoleónicos saquearon la biblioteca de Alcántara se llevaron un recetario de cocina que habían atesorado los monjes. En él se encontraba, con el nombre de *consumado* o *consumo*, lo que los franceses llamaron rápidamente *consommè*. Hoy lo usamos en español utilizando la palabra francesa.

Desperado. En el Oeste americano del siglo XIX se tomó la palabra mexicana *desesperado*, acortándola en una sílaba, para designar a los bandidos sin ley ni hogar, pasto de cazarrecompensas.

Flirt es una ida del francés *fleurette* (‘florecita’) al inglés, de donde regresa, para pasar después a otros idiomas.

Mustang es la adaptación inglesa de *mostrenco*, lo que no tiene casa, hogar ni amo, aplicado a los caballos salvajes. Pero el *mustang* es un tipo de caballo, y como tal ha vuelto al español desde el inglés.

Rastacuero, del fr. *rastaquouère*, ‘extranjero, principalmente brasileño, ricamente ataviado con mal gusto o detonante’, que regresó en el sentido de ‘vividor, advenedizo’.

Sangría. La palabra no se usaba todavía en el español del siglo XVIII, pero sí en inglés como *sangaree*, o en francés como *sang-gris* (tomado del anterior), en ambos casos para designar el vino limonado, de gran consumo en las Antillas. Los lingüistas se inclinan por suponer que el primitivo *sangaree* procedía del español *sangría*. La palabra regresó finalmente (hubo un intento de ‘recastellanizarla’ como *sangre-gris*), con la composición actual.

Magnitudes continuas y magnitudes discretas

por Marcel Mañé

La cantidad de una magnitud se determina comparándola con otra cantidad (llamada unidad) de la misma magnitud.

Si la magnitud es continua, su cantidad se determina por el método llamado medición. El método de medición de la cantidad de una magnitud continua consiste en contar cuántas veces esta cantidad es mayor (o menor) que una cantidad unidad.

Ejemplo:

La cantidad de la magnitud continua longitud de un automóvil *Renault Clio* de tres puerta se determina contando cuántas veces esta cantidad es mayor que la cantidad de la magnitud continua longitud de la unidad de longitud metro. O abreviadamente, la longitud de un automóvil Renault Clio de tres puertas se determina contando cuántas veces es mayor que el metro (3,986 metros).

Si la magnitud es discreta, su cantidad se determina por el método llamado enumeración. El método de enumeración de la cantidad de una magnitud discreta consiste en contar cuántas unidades contiene.

Ejemplo:

La cantidad de la magnitud discreta jugador que tiene un equipo de fútbol se determina contando cuántas unidades jugador tiene. O abreviadamente, la cantidad de jugadores que tiene un equipo de fútbol se determina contando cuántos jugadores tiene (11 jugadores).

En física se suelen emplear magnitudes continuas como longitudes, tiempos y masas. En contadas ocasiones se emplean magnitudes discretas como átomos: 12 gramos de carbono-12 tienen $6,02214179 \cdot 10^{23}$ átomos (aunque esta cantidad no se determina por el método de enumeración); la molécula de fullereno tiene 60 átomos de carbono.



El Long-Shue (nido de pájaro) es el lugar que posee el mejor Fen Shui.

Fen Shui (viento y agua, en la figura en caligrafía original) es una geomancia china que busca el entendimiento de los humanos con la naturaleza.

Sugerencias para una e-Carrollia

Aunque siempre ha ido mejorando con los años, Carrollia, sabiéndose centenaria, ha decidido despojarse de su soporte de pulpa para ascender al difuso universo de la red, donde residirá custodiada por infinidad de electrones. Renace así de entre sus cenizas con vocación de Ave Fénix. Lo que sigue es una lista de posibilidades para su futura residencia y nuevo formato. Naturalmente son bienvenidas todas las ideas que los lectores puedan aportar antes de que se inicie la nueva singladura.

Los criterios que han presidido las siguientes sugerencias son principalmente

- a) Que en su nueva versión la publicación pueda mantenerse en forma de colaboración por parte de un grupo de personas previamente autorizadas. La idea es que cada autor pueda incluir sus artículos directamente, sin restricción de fechas.
- b) Se han tenido en cuenta las posibilidades, directas o indirectas, para la inclusión de fórmulas matemáticas en los artículos.
- c) En principio, la consulta a la revista estará abierta en el ámbito de la web, pero se tiene en cuenta la posibilidad, por si se juzga necesario, de confinar el permiso para dichas consultas al ámbito del grupo de coautores y otras personas previamente autorizadas.
- d) La gratuidad del soporte, al menos durante la fase de puesta en marcha. Es posible que existan en algunos casos límites de almacenamiento que, de llegarse a rebasar, exijan el pago de una cuota. En algunos casos la cuota da derecho a prestaciones mejores, lo que en su momento se consideraría.

1.- Blog de WordPress

Los blogs amparados por este proveedor tienen una presentación sobria a la par que elegante. El blog de Terence Tao, el famoso matemático al que aludíamos en C-93 (Medalla Fields 2006) está albergado en WordPress (<http://terrytao.wordpress.com>), y es un buen ejemplo de un blog de contenido matemático de alto nivel.

Una de las características de este alojamiento es que permite escribir ecuaciones matemáticas con la sintaxis del $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$, el editor tipográfico matemático por excelencia. Las fórmulas se introducen en modo edición mediante expresiones del tipo $\$latex \int_0^{\infty} \frac{1}{x^2} dx\$$ para obtener en modo presentación la fórmula definitiva. Lo anterior no representaría mayor problema para los colaboradores que no conozcan $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$, pues los primeros posts (artículos, entradas) del blog podrían consistir en un breve manual de introducción.

En la maqueta que hemos creado en la dirección

<http://hicsuntdraconis.wordpress.com>

puede verse:

- a) Un ejemplo de artículo matemático (no todas las fórmulas tienen la tipografía correcta)
- b) Un ejemplo de presentación de imágenes, pruebas de texto con cambios de color del texto y del fondo, enlaces a páginas externas, y un ejemplo de vídeo “incrustado” (*embedded*).

También son bastante espectaculares en este tipo de blog los llamados “snapshots” (instantáneas), que muestran sin más que señalar un enlace una versión reducida del mismo, sin necesidad de que se lleve a cabo el correspondiente enlace.

2.- Sitio tipo Wiki.

Una Wiki se basa en una técnica que permite crear un sitio web pensado para un desarrollo en colaboración. La famosa Wikipedia es un buen ejemplo de ello. Para nuestra e-Carrollia convendría el tipo específico que se conoce como Group-Wiki. En el mismo cabe decidir en relación con el contenido qué páginas se pueden abrir para compartir y cuáles están destinadas a ser de sólo lectura.

En la modalidad gratuita podemos encontrarnos con publicidad al margen, aunque ello es algo que no molesta especialmente.

La edición se lleva a cabo en lo posible según el diseño WYSIWIG (What You See Is What You Get, se obtiene lo que se ve), es decir que la edición refleja en gran medida el resultado final. Las fórmulas matemáticas se escriben en una ventana auxiliar siguiendo la sintaxis LATEX y se insertan de inmediato con su tipografía final en el modo de edición, lo cual facilita mucho la misma.

Hemos preparado una maqueta de ejemplo que puede verse en la dirección

<http://www.wiki-site.com/index.php/ECarrollia>

En la misma se pueden ver ejemplos de fórmulas matemáticas así como una tabla. En general es posible establecer enlaces a artículos externos o internos, listas, tablas, manejar los colores del texto y del fondo, etc.

Para una explicación completa puede consultarse el sitio <http://www.wiki-site.com>.

3.- Google Sites.

Google Sites obedece a la misma idea que preside las wikis estructuradas. Desde marzo de este año está disponible gratis aunque separada del conjunto de aplicaciones usuales de Google (Gmail, documentos, etc.). EL espacio disponible es inicialmente de 100 MB, aunque pasa a ser de 10 GB para usuarios de Google Apps.

En la dirección

<http://sites.google.com/site/ecarrollia>

hemos preparado una maqueta para ilustrar las posibilidades del sitio.

Las posibilidades de texto son suficientes, en cuanto a cambio de tipo de letra, tamaño de la misma, colores de texto y de fondo, resaltes, etc.

El texto se escribe en modo wysiwyg (what you see is what you get), pero se tiene acceso al código HTML por si hubiera que resolver algún elemento especial. No es necesario conocer el código HTML, pues se puede preparar la composición en Word, salvar como documento html y finalmente trasladar el código a la página de e-Carrollia.

Un problema en este caso es que no está contemplada la posibilidad de escribir fórmulas matemáticas con la tipografía que permite $\text{L}^{\text{A}}\text{T}_{\text{E}}\text{X}$. Naturalmente, es posible efectuar enlaces. Esto resuelve, por ejemplo, el acceso a documentos cuya tipografía matemática sea difícil de efectuar en modo texto. Aparte, claro está, de todas las ventajas que supone el modo hipertexto

Estas ventajas incluyen, por supuesto, la posibilidad de llamar a una presentación de tipo multimedia. En concreto, es posible incluso insertar vídeos. También se dispone de la posibilidad de añadir elementos tales como los que pueden verse en la página “Banco de pruebas 2”, en donde se han insertado:

Un reloj que da la hora actual
 Una calculadora que permite cálculos en línea
 Un canal de televisión en activo
 El aspecto actual de la fase lunar

Se trata de ejemplos de “add-ons”, que pueden potenciar mucho el contenido de e-Carrollia.

Otro detalle importante es que es posible enlazar a documentos en formato pdf que residen en el propio entorno de la página e-Carrollia de Google-Sites.

4.- Blogger de Google.

Blogger es un servicio de creación y alojamiento de blogs proporcionado de modo gratuito por Google. Está preparado para crear blogs en cooperación. Los coautores pueden añadir o modificar a voluntad sus propios artículos. Es de utilización muy sencilla y permite todas las posibilidades habituales en los blogs y si así se desea puede mantenerse sin los típicos añadidos de publicidad. Un ejemplo de blog basado en blogger se tiene en <http://poesopa.blogspot.com>.

Los artículos pueden clasificarse mediante las correspondientes etiquetas (teoría de números, números primos –como posible apartado especial–, palíndromos, humor, etc). Se dispone además de un buscador interno, lo que facilita por completo la localización de artículos.

El problema nuevamente es en este caso la inserción de fórmulas matemáticas. Hay que recurrir, como es habitual en muchos otros blogs, a insertar las fórmulas en modo imagen. Otra posibilidad, naturalmente, es mantener el documento aparte, en Google Docs, por ejemplo, y realizar el adecuado enlace. El post consistiría en un comentario de presentación que dirigiría al artículo definitivo.

Pedro Crespo

LA RAMA

*Canta en la punta del pino
un pájaro detenido,
trémulo, sobre su trino.*

*Se yergue, flecha, en la rama,
se desvanece entre alas
y en música se derrama.*

*El pájaro es una astilla
que canta y se quema viva
en una nota amarilla.*

*Alzo los ojos: no hay nada.
Silencio sobre la rama,
sobre la rama quebrada*

(Octavio Paz (1914-1998) poeta mejicano. Recibió el Nobel en 1990).



*Pájaro en la rama cubierta de nieve de un ciruelo
Japón, período Muromachi (1392 – 1573), finales del siglo XVI. Tinta sobre papel 137,2 x 50,2 cm.*